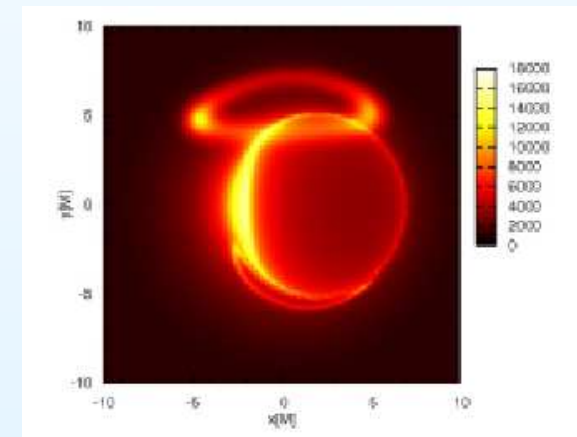
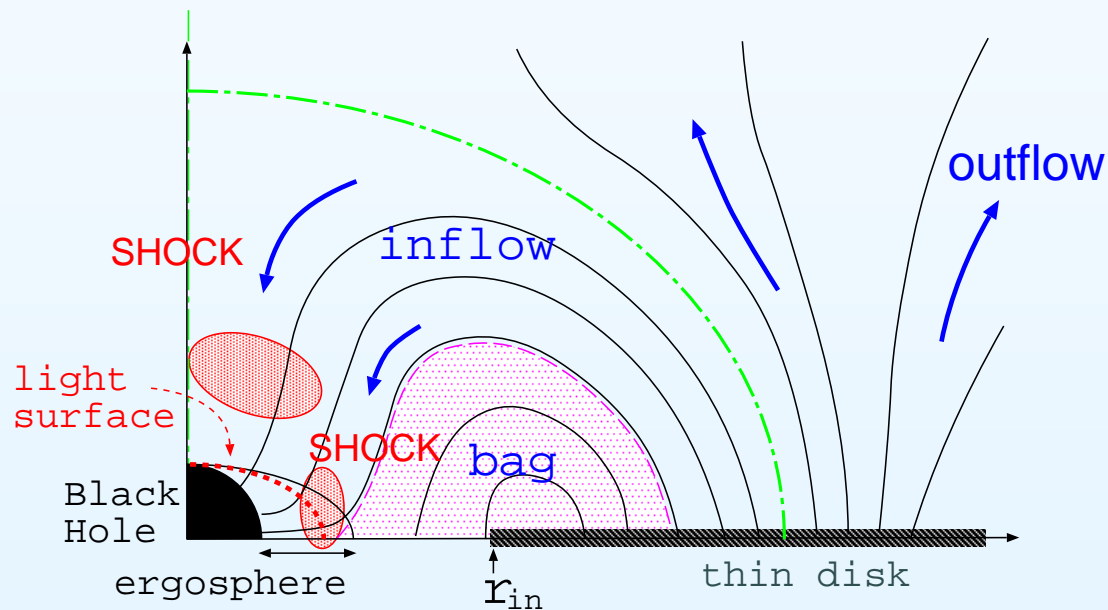


ブラックホールへの定常降着流

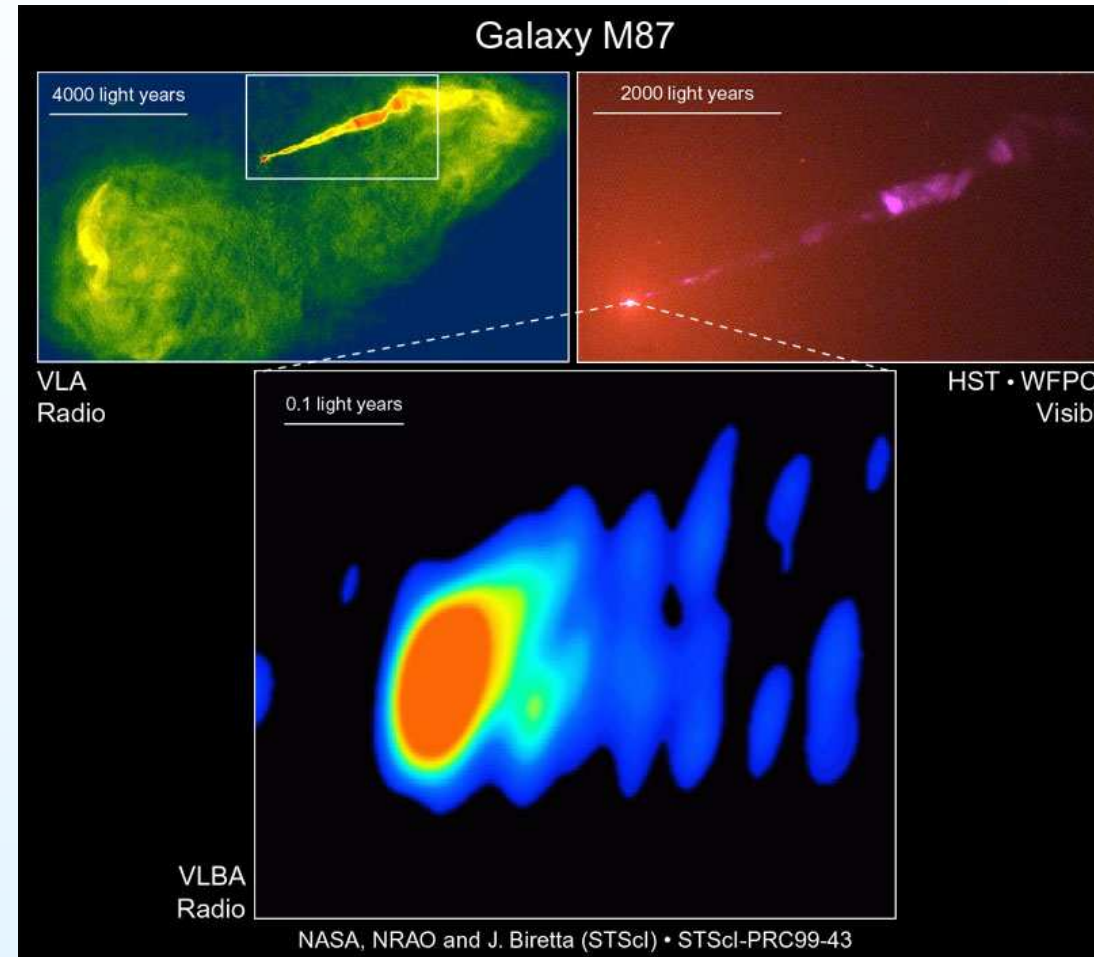
愛教大 高橋真聡



ブラックホール磁気圏と“ブラックホール・オーロラ”

宇宙ジェット

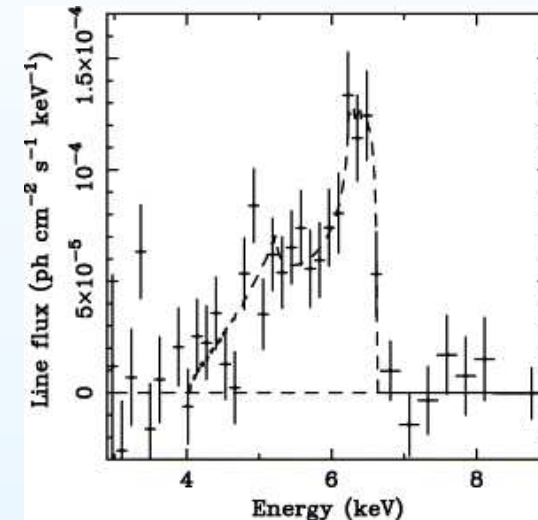
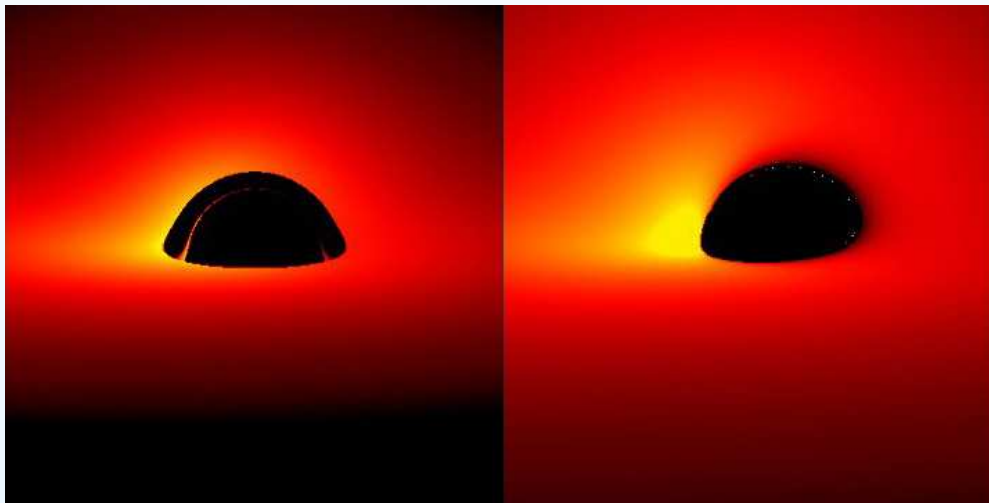
- 相対論的速度
 - 絞られたビーム流
 - Mpc スケールにも達する
- * 中心核部に
巨大ブラックホール
- * 大局的な磁場構造
- * エネルギー源：
- 重力エネルギー
 - BH の回転エネルギー



「ブラックホール影」は見えるか？

ブラックホール近傍からの輻射 = 時空の情報 (GR の検証) !

イメージ、スペクトル



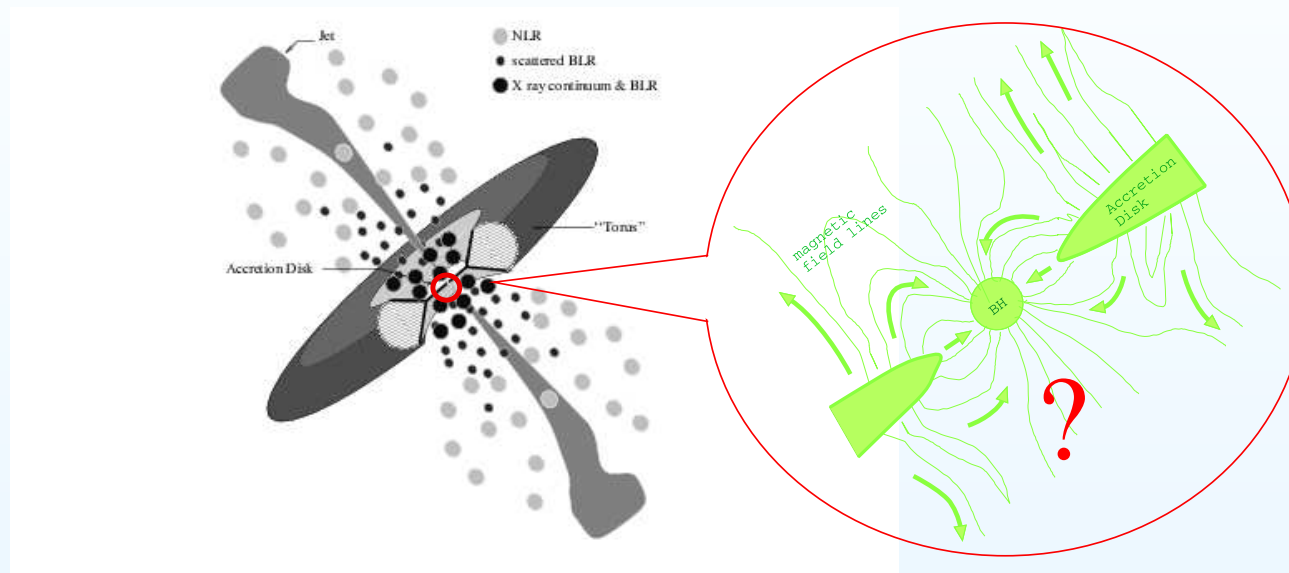
最も大きく見えるブラックホール (の影) は、SgrA* (我々の銀河系の中心)

(サブミリ波で) もうすぐ見える !? 何が見えるだろうか？

→ 『観測的ブラックホール天体物理学』の時代へ！

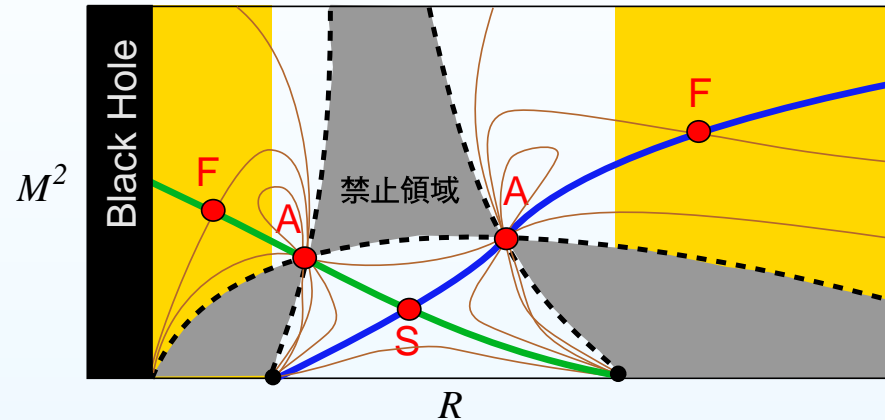
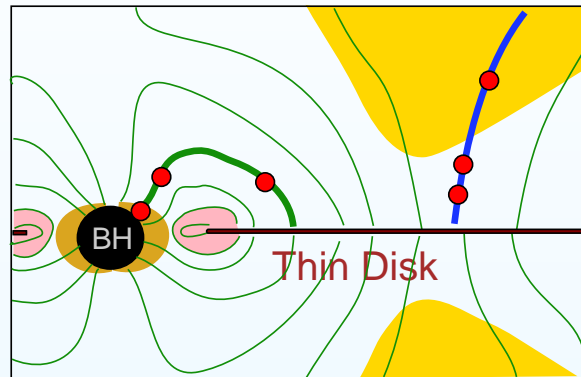
ブラックホール・エンジン

ブラックホール周りの磁気流体现象



- 「ブラックホール」 + 「降着円盤」 + 「大局磁場 (磁気圏)」
- 円盤からの「黒体輻射成分」 + コロナ/ホットスポットからの「非熱成分 (シンクロトロン、逆コンプトン)」
- 宇宙ジェットの原因、 粒子加速機構 (宇宙線の起源?)

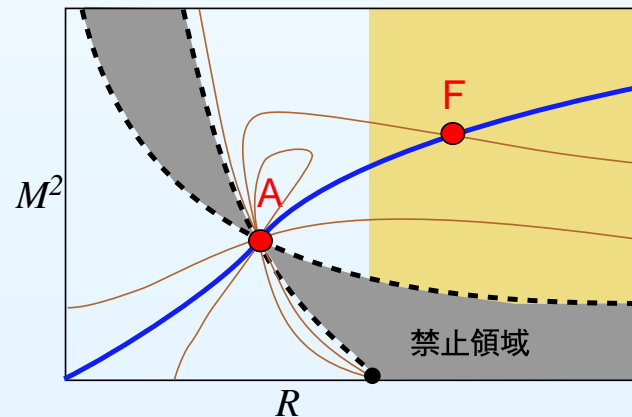
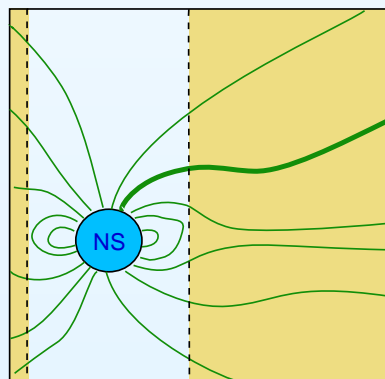
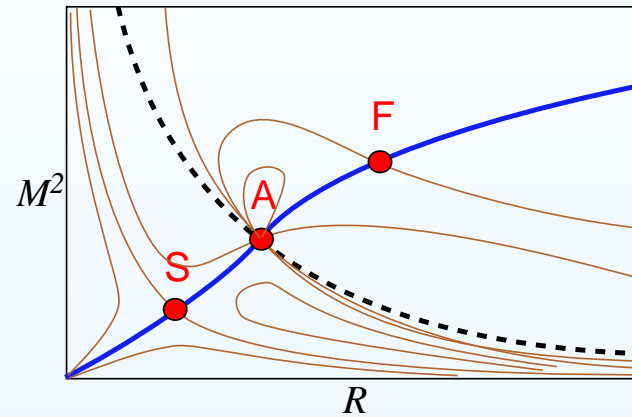
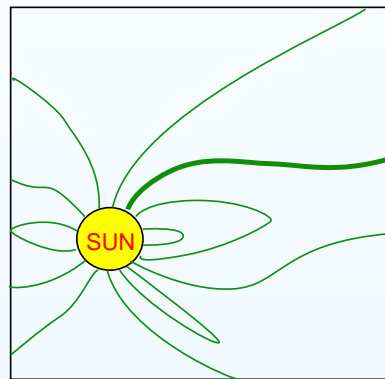
ブラックホールの磁気圏？



- * Inflow(重力) と Outflow(遠心力、ガス圧、輻射圧) が共存
- * 粒子 (プラズマ) 加速機構：
リコネクション / ショック加速 / ニュートリノ輻射圧で加速
- * 「惑星／太陽磁気圏」での物理過程が適用（応用）できるか？
→ 惑星磁気圏、太陽磁気圏からのアプローチも可能だろう！

太陽磁気圏／パルサー磁気圏

Slow Point (S) \implies Alfvén Point (A) \implies Fast Point (F) $\implies \infty$



パルサー磁気圏の場合、『光円柱』が存在する (特殊相対論の効果)

2. GR-MHD Flows

Newtonian MHD flows の復習

- オームの法則

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} + \frac{1}{\sigma} \mathbf{J}$$

ここで \mathbf{J} は電流、 σ は電気伝導度 (electric conductivity) である。

- 連続の式

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0$$

- 運動方程式

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] &= -\nabla P + \frac{1}{c} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) - \rho \nabla \Phi + \mathbf{F}_c \\ &= -\nabla (P + P_M) + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \rho \nabla \Phi + \mathbf{F}_c \end{aligned}$$

ここで $\mathbf{v} = u\mathbf{e}_r + v_\phi\mathbf{e}_\phi$, $\mathbf{B} = B_r\mathbf{e}_r + B_\phi\mathbf{e}_\phi$, であり、 $P_M \equiv B^2/(8\pi)$ は磁気圧 である。最後の項 \mathbf{F}_c は、回転による遠心力の項であり、 $\mathbf{F}_c = \rho v_\phi^2 / (r \sin \theta) \mathbf{e}_R$

$$E - \Omega_F L = \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2} v_\phi^2 + \frac{a_{\text{sw}}^2}{\Gamma - 1} + \Phi(r) - r v_\phi \Omega_F, \quad L = r v_\phi - \frac{r B_\phi}{4\pi \eta}, \quad \eta \equiv \frac{\rho u}{B r}$$

GR-磁気流体の基礎方程式

- * The **ideal MHD** condition
- * The particle conservation law
- * Maxwell equations
- * **Polytropic relation** (*Tooper 1965*)
- * The equation of motion

$$u^\beta F_{\alpha\beta} = 0$$

$$(nu^\alpha)_{;\alpha} = 0$$

$$F_{;\nu}^{\mu\nu} = -4\pi j^\mu, \quad F_{[\mu\nu;\sigma]} = 0$$

$$P = K \rho_0^\Gamma$$

$$T_{;\beta}^{\alpha\beta} = 0$$

where

$$T^{\alpha\beta} = n\mu u^\alpha u^\beta - P g^{\alpha\beta} + \frac{1}{4\pi} \left(F_{\lambda}^{\alpha} F^{\lambda\beta} + \frac{1}{4} g^{\alpha\beta} F^2 \right) \quad : \text{the energy-momentum tensor}$$

$$\rho = \rho_0 + \frac{1}{\Gamma - 1} P \quad : \text{the total energy density}$$

$$\rho_0 = nm_p \quad : \text{the rest mass density}$$

$$\mu = \frac{\rho + P}{n} = m_p + \frac{\Gamma}{\Gamma - 1} \frac{P}{n} \quad : \text{the relativistic entalpy}$$

u^α : the fluid 4-velocity,

Γ : the adiabatic index,

n : the number density,

P : the gas pressure,

$F^2 \equiv F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$,

m_p : the particle's mass

流線 ($\Psi = \text{const}$) に沿った保存量がある

定常、軸対称、理想磁気流体、を仮定 $\implies u^A(\text{定数})_{,A} = 0$

1. Number flux per unit magnetic flux
2. Angular velocity of the field lines
3. Total energy of the magnetized flow
4. Total angular momentum
5. Entropy

$$\eta(\Psi) = \frac{nu^p}{B^p}$$

$$\Omega_F(\Psi) = -\frac{F_{tr}}{F_{\phi r}} = -\frac{F_{t\theta}}{F_{\phi\theta}}$$

$$E(\Psi) = \mu u_t - \frac{\Omega_F}{4\pi\eta} B_\phi$$

$$L(\Psi) = -\mu u_\phi - \frac{1}{4\pi\eta} B_\phi$$

$$S(\Psi)$$

$$u^\beta F_{\alpha\beta} = 0, \text{ Maxwell eqs. } \implies u^A(\ln \Omega_F)_{,A} = 0 \quad [\mathbf{v} \cdot \nabla(\ln \Omega_F) = 0]$$

$$\text{さらに } (nu^\alpha)_{;\alpha} = 0 \text{ を用いて、 } \implies u^A(\ln \eta)_{,A} = 0$$

$$T_{;\beta}^{\alpha\beta} = 0 \text{ の } t \text{ 成分、 } \phi \text{ 成分より、 } \implies u^A(E)_{,A} = u^A(L)_{,A} = 0$$

相対論ベルヌーイ方程式 (ポロイダル方程式)

流体の4元速度に関する条件 $u_\alpha u^\alpha = 1$ より、

$$g^{tt} u_t u_t + 2g^{t\phi} u_t u_\phi + g^{\phi\phi} u_\phi u_\phi + g^{rr} u_r u_r + g^{\theta\theta} u_\theta u_\theta = 1$$

これに、 $\mu u_t = E + \frac{\Omega_F}{4\pi\eta} B_\phi$ 、 $\mu u_\phi = -L - \frac{1}{4\pi\eta} B_\phi$
を代入。また、ポロイダル面内での運動速度について
 $u_p^2 \equiv -(g^{rr} u_r u_r + g^{\theta\theta} u_\theta u_\theta)$ を定義。

流線に沿った方向のプラズマの運動を記述する式が得られる：

$$(E - \Omega_F L)^2 = \mu\alpha + M^2 \left[\alpha \left(\frac{B_p}{4\pi\eta} \right)^2 + \left(\frac{B_\phi}{4\pi\eta\rho_w} \right)^2 \right]$$

ここで $M^2 \equiv (u_p/u_{AW})^2 \alpha$ は、Alfven Mach number

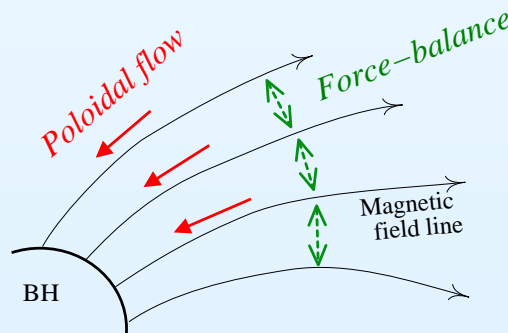
Trans-field equation : Grad–Shafranov (GS) eq.

$T_{;\beta}^{\alpha\beta} = 0$ の r 成分、 θ 成分が残っている。

磁力線に垂直方向の成分 \Rightarrow 磁力線間の力のバランスの式

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha - M^2}{4\pi} (\partial^r \partial_r \Psi + \partial^\theta \partial_\theta \Psi) + \frac{\hat{B}_p^2 \rho_w^2}{4\pi \sqrt{-g}} \left[\frac{\sqrt{-g}}{\rho_w^2} (\alpha - M^2) \right]' \\ = & -\frac{4\pi \mu^2 \rho_w^2}{M^2} \eta \eta' \frac{2\pi}{M^2} [g_{\phi\phi} (E^2 \eta^2)' - 2g_{t\phi} (EL\eta^2)' + g_{tt} (L^2 \eta^2)'] \\ & + \frac{4\pi \eta^2 \rho_w^2}{M^4} (\mu^2 G_\phi - e\mu u_\phi) \Omega'_F + \frac{4\pi}{M^2} [G_\phi (E\eta)' + G_t (L\eta)'] (E\eta) \hat{f}, \end{aligned}$$

$(') \equiv -(1/\hat{B}_p^2)[(\partial^r \Psi)\partial_r + (\partial^\theta \Psi)\partial_\theta]$ [Nitta et al.(1991)]



The ideal MHD plasmas stream along magnetic field lines.

The configuration of field lines is determined by the force-balance between the field.

磁気圏の解き方

- * 相対論ベルヌーイ方程式 (ポロイダル方程式)
- * Trans-field equation : Grad-Shafranov (GS) eq.

これらの式を、適当な境界条件の下で解く。

『境界条件』 ← 磁場を伴う降着円盤のモデル

磁気音速点での『臨界条件』 Alfvén Point, Fast/Slow Points

磁気圏モデル (磁場形状、流速 (密度)、エネルギー、角運動量、降着率、回転速度、などの分布) が得られる。

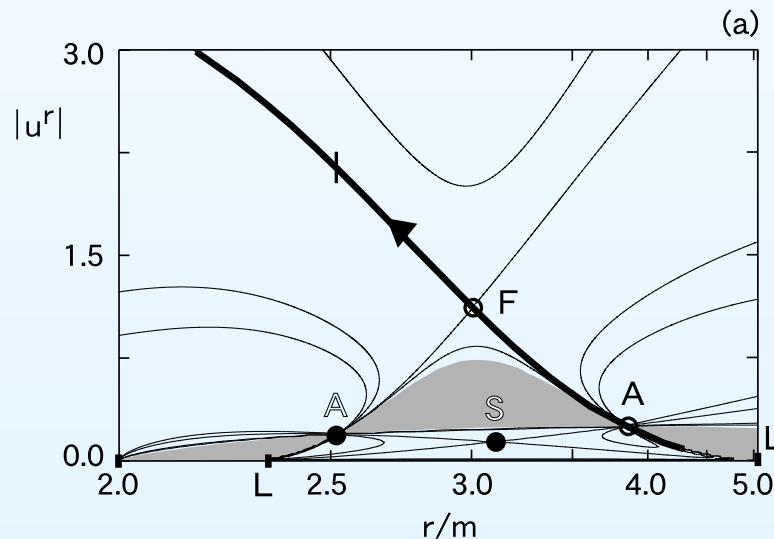
Black Hole 降着流の解 (1)

低速回転 Black Hole への磁気降着流解

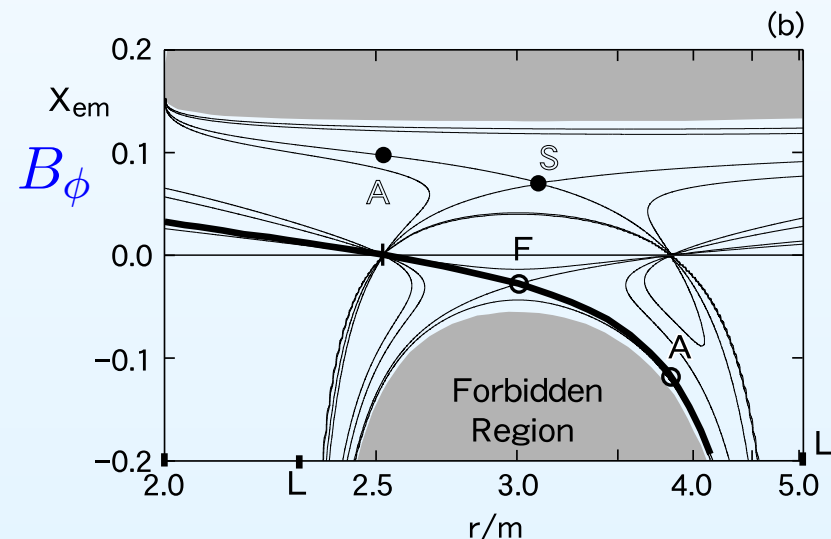
split-monopole 磁場

BH \leftarrow Fast Point (F) \leftarrow Alfvén Point (A) \leftarrow Slow Point (S)

★ Hydro-like flow : 流体が強い場合に残る解



流速 (4-velocity)



トロイダル磁場 (B_ϕ)

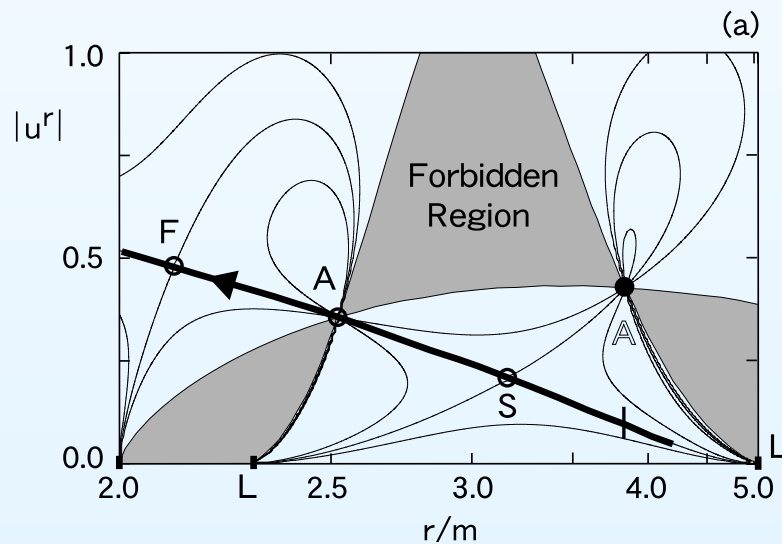
Black Hole 降着流の解 (2)

低速回転 Black Hole への磁気降着流解

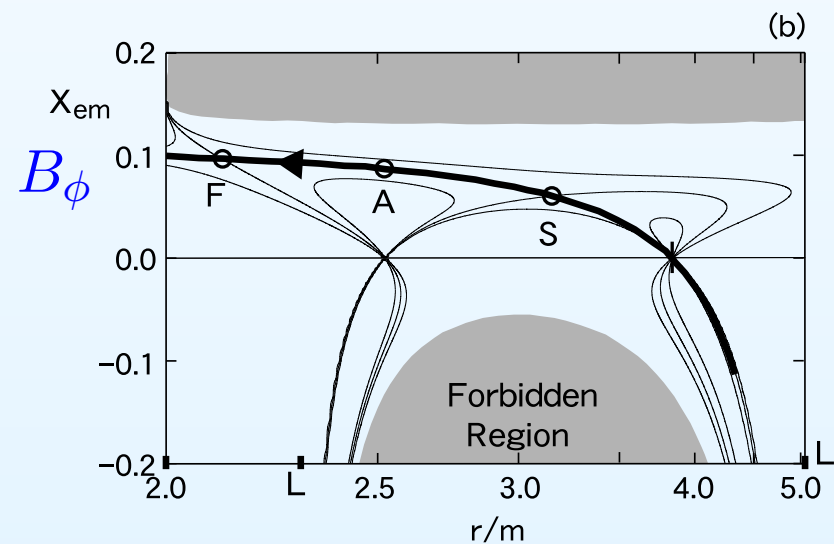
split-monopole 磁場

BH \leftarrow Fast Point (F) \leftarrow Alfvén Point (A) \leftarrow Slow Point (S)

★ Magneto-like flow : 磁場が強い場合に残る解



流速 (4-velocity)



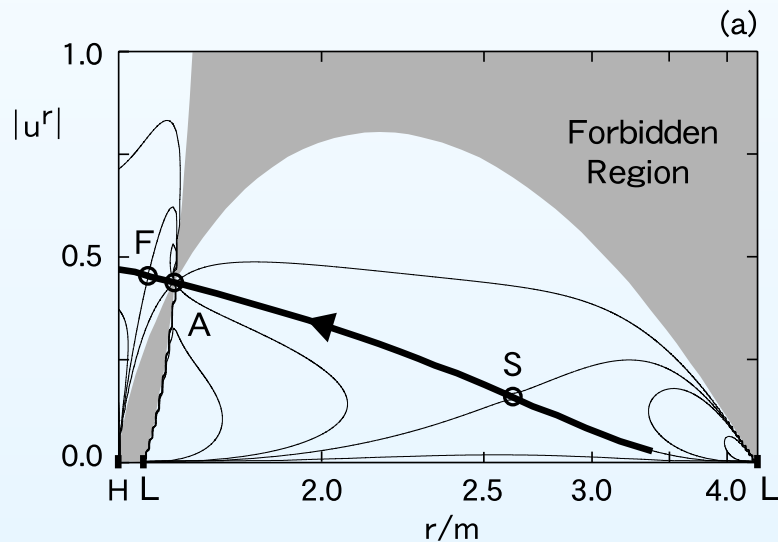
トロイダル磁場 (B_ϕ)

Black Hole 降着流解 (3) (負エネルギー降着流)

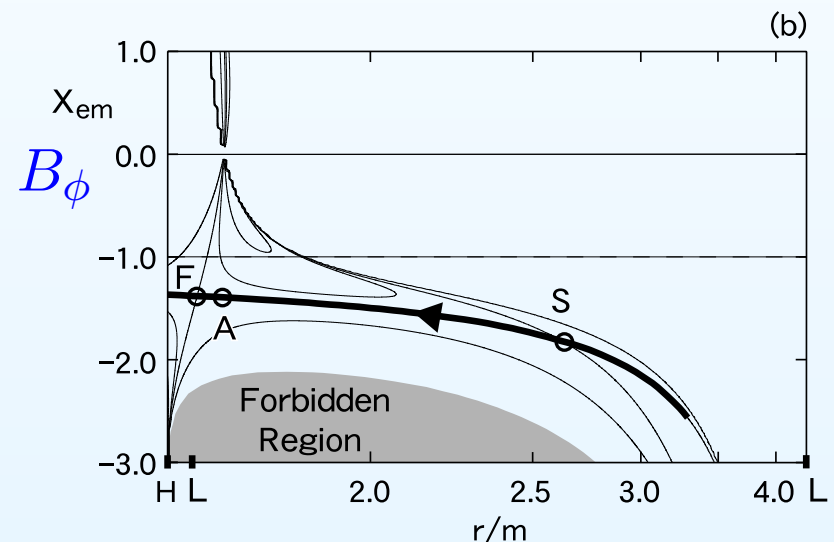
高速回転 Black Hole への磁気降着流解

split-monopole 磁場

BH \leftarrow Fast Point (F) \leftarrow Alfvén Point (A) \leftarrow Slow Point (S)



流速 (4-velocity)



トロイダル磁場 (B_ϕ)

3. Shocked Accretion Model

Shock Conditions

ランキン=ユゴニオ条件

- * The particle number conservation $[nu^\alpha]l_\alpha = 0$
- * The energy momentum conservation $[T^{\alpha\beta}]l_\alpha = 0$
- * The magnetic flux conservation $[*F^{\alpha\beta}]l_\alpha = 0$

★ The Entropy S (or $\dot{\mathcal{M}}$) increase across the shock front.

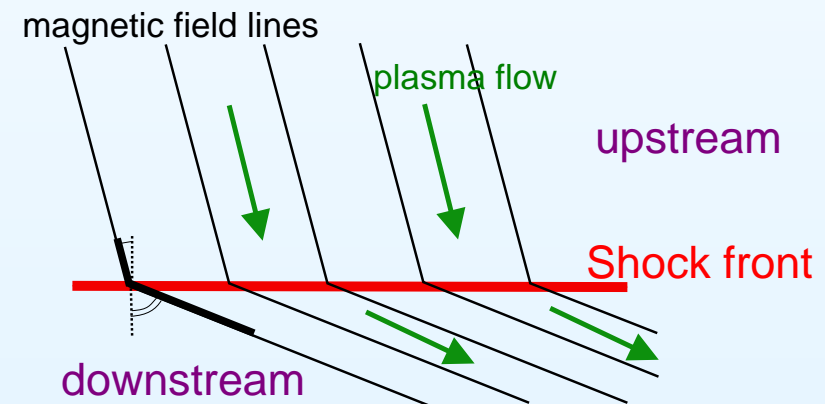
★ The parameters E, L, Ω_F, η are conserved across the shock front.

★ Lab-frame (BL-coordinate) :

$$B_\alpha \equiv *F_{\alpha\beta}k^\alpha, \quad E_\alpha \equiv F_{\alpha\beta}k^\alpha$$

at the Shock front

$$[B_\perp] = 0 \quad (B_\perp \equiv B^\alpha l_\alpha)$$

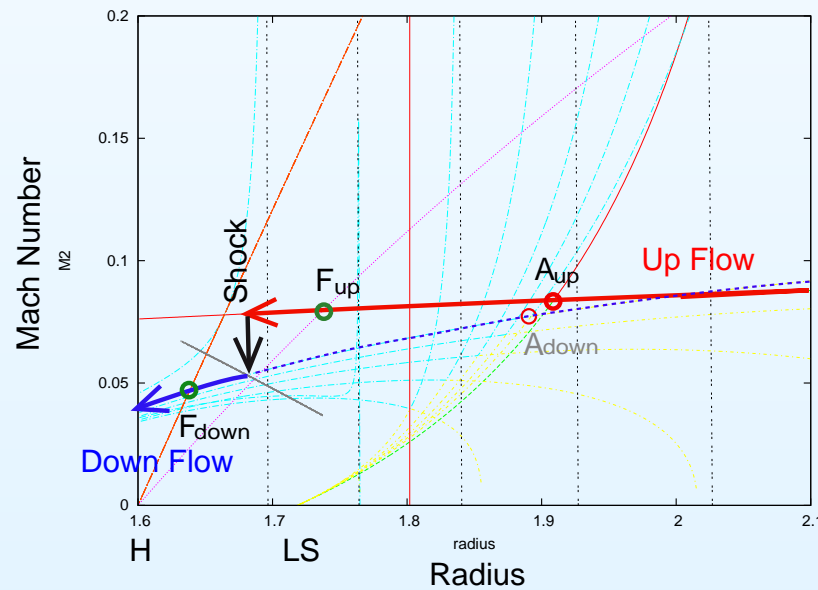


Fast MHD Shock

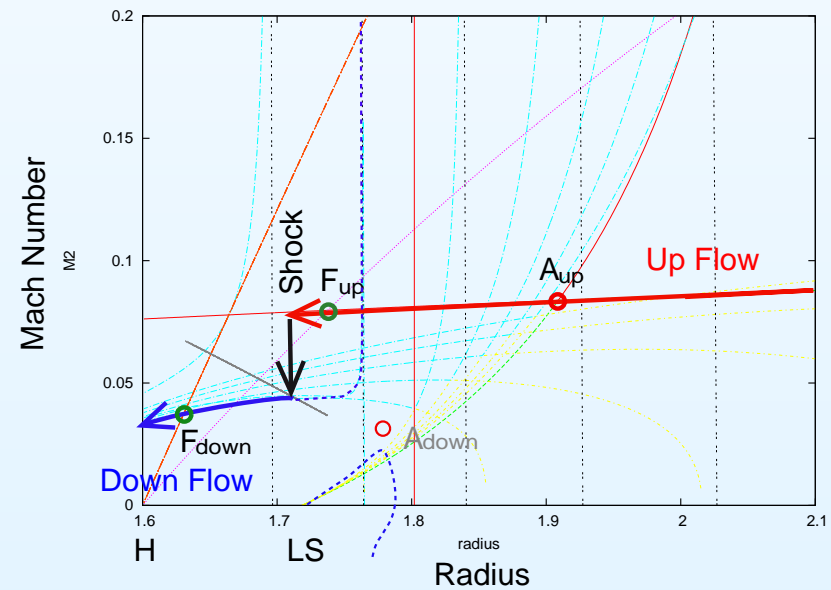
Shocked Accretion Solutions

* 解を繋ぐための条件：

- ショック前後で磁気音速点を2回通過、 $(r_F)_{\text{down}} < r_{\text{sk}} < (r_F)_{\text{up}}$
- Fast MHD SHock であるために下流解に対して、 $r_{\text{sk}} < (r_A)_{\text{down}}$
- 下流解に Alfvén point 存在するために、 $r_L < (r_A)_{\text{down}} \rightarrow E_{\text{down}} > E_{\text{min}}$



Alfvén point に繋がる解



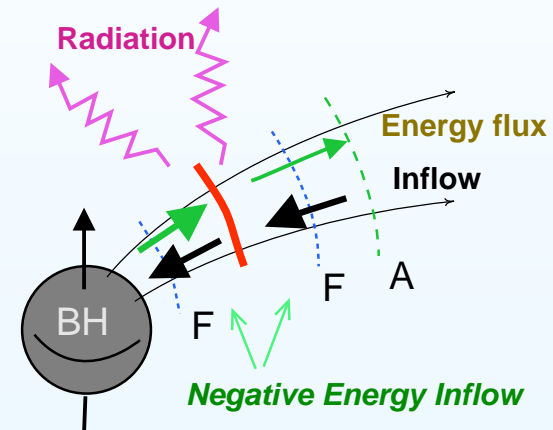
Alfvén point に繋がらない解

Huge Energy Radiation

BZ パワーを輻射に転換できる → 膨大な輻射が期待できる。

$$E_{\text{down}} < E_{\text{up}} < 0$$

ブラックホールからのポインティングフラックスの一部が輻射で解放。



$$E_{\text{down}} < 0 < E_{\text{up}}$$

ブラックホールからのポインティングフラックスと、上流プラズマの運動エネルギーが輻射で解放 (静止質量エネルギーの数倍に相当)。

