・太陽ダイナモ研究のレビュー
・我々の取り組み
・BH降着円盤系との関わり

太陽ダイナモの数値モデリング研究とそのBH降着円盤系への応用・展望

政田洋平
（愛知教育大学）

第9回「ブラックホール磁気圏勉強会」研究会
@マウントレースイホテル 北海道（2016年3月2日-5日）

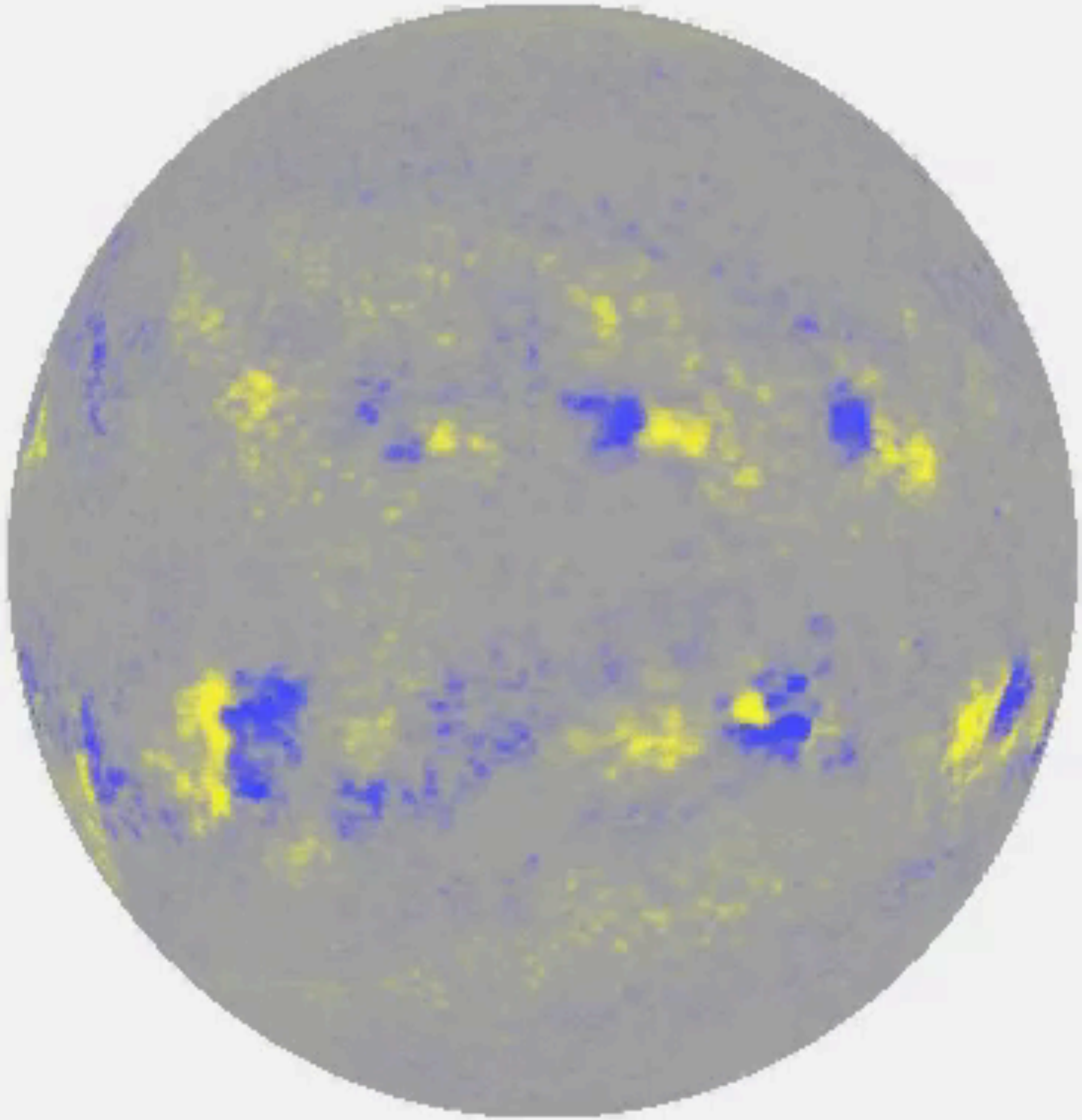
Introduction

太陽磁場の特徴と太陽ダイナモ問題

研究目的：太陽磁場の理解

黄色：正極性、青色：負極性

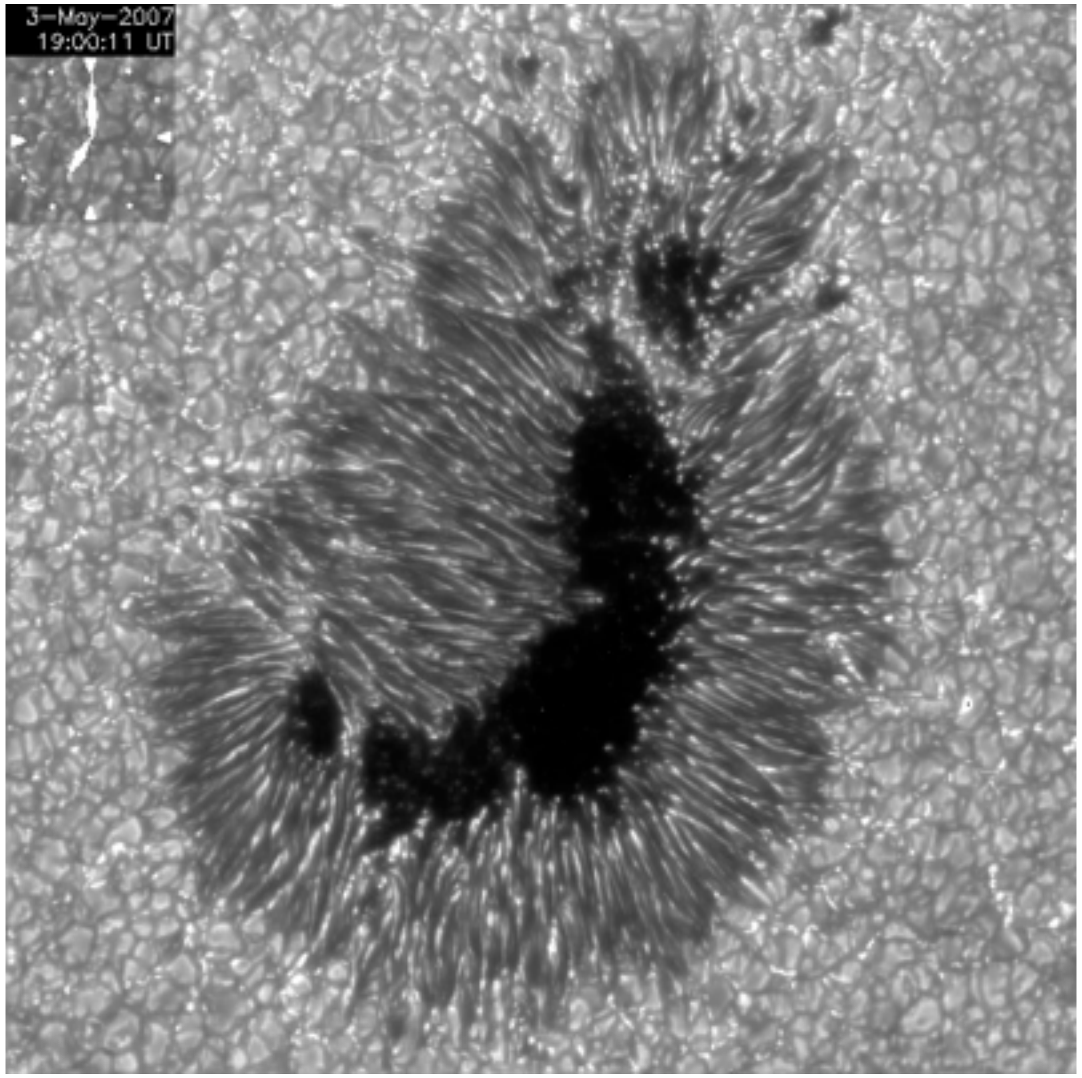
→ 天体MHD研究の試金石



©D. Hathaway

太陽磁場の特徴：大局性・収束性・周期性

Hinode SOT © じょうてん



＊太陽磁場の3つの特徴：

①大局性

：黒点のスケール ≫ 対流スケール

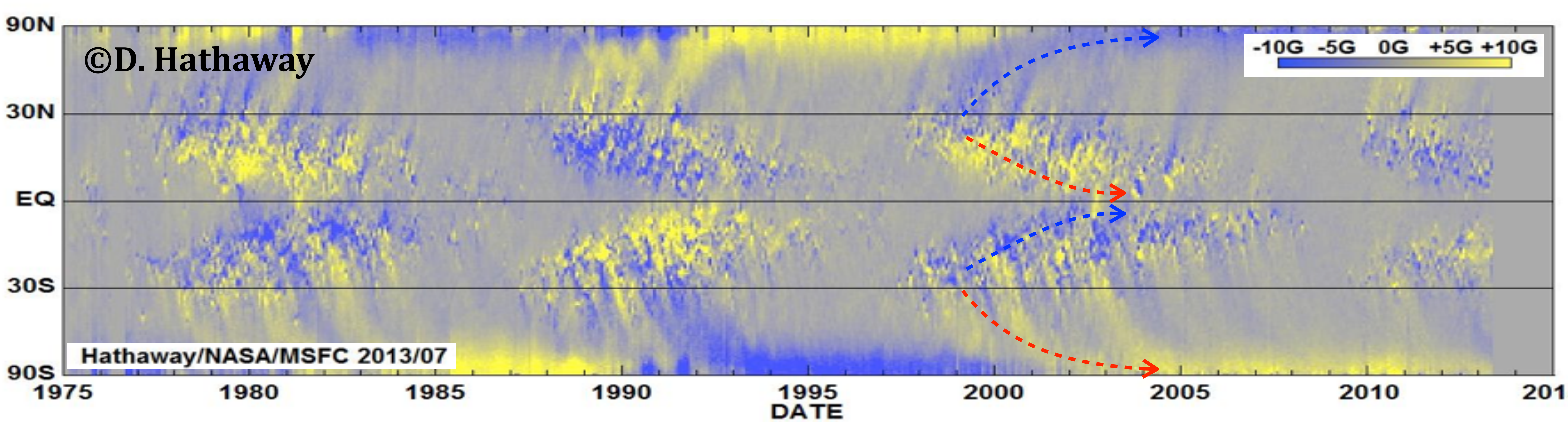
②収束性（集中性）

：局在化　~~一様分布~~

③周期性

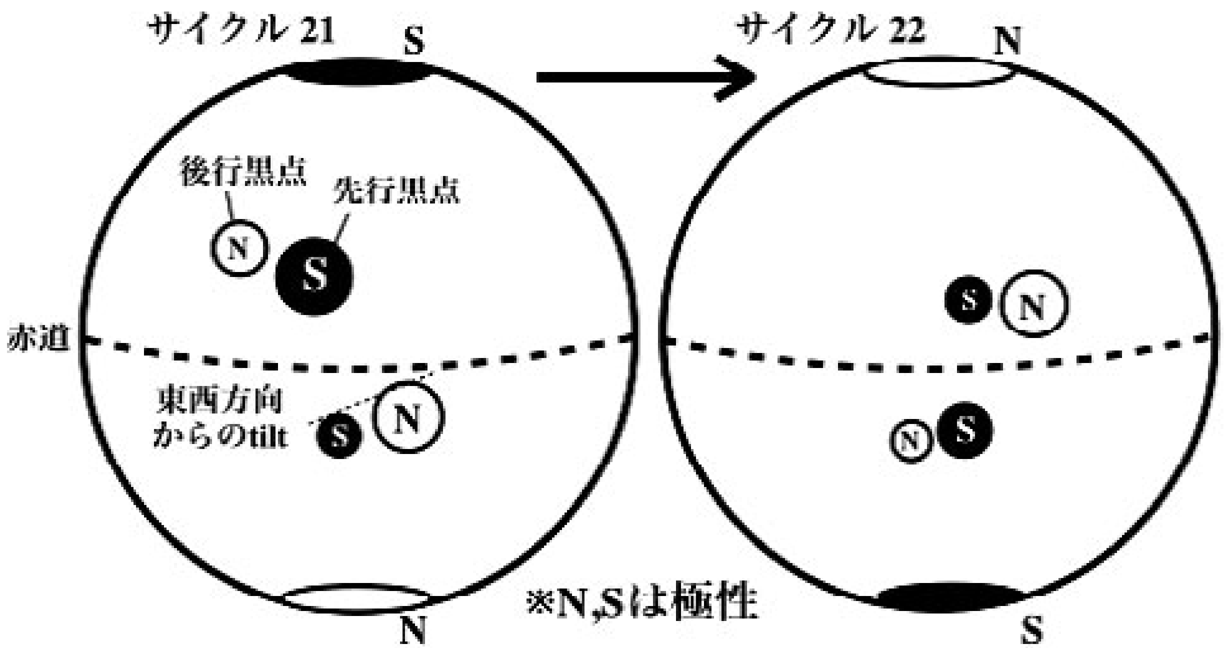
：11年周期　~~ランダム~~

※時空間コヒーレンスを持つ
磁場の作り方を解き明かす



太陽磁場の特徴 - 5つの経験則と例外：マウンダー極小期 -

(a) Hale-Nicolson's law & Joy's law [経験則(1)と(2)]

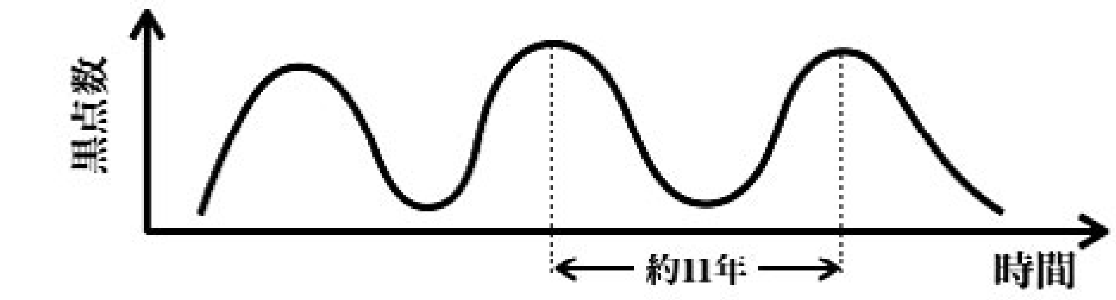


(1) 黒点は正極と負極の双極（対）構造で出現する.

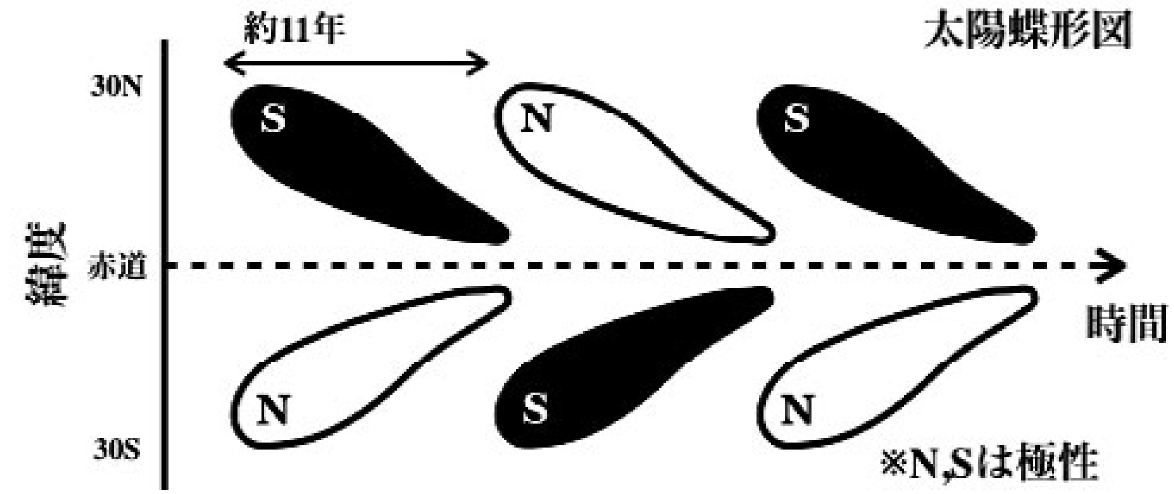
(2) 黒点対を結ぶ軸は東西方向から約５度傾いている.

(3) 黒点数は約11年周期で増減を繰り返す.

(b) Schwabe's law [経験則(3)]

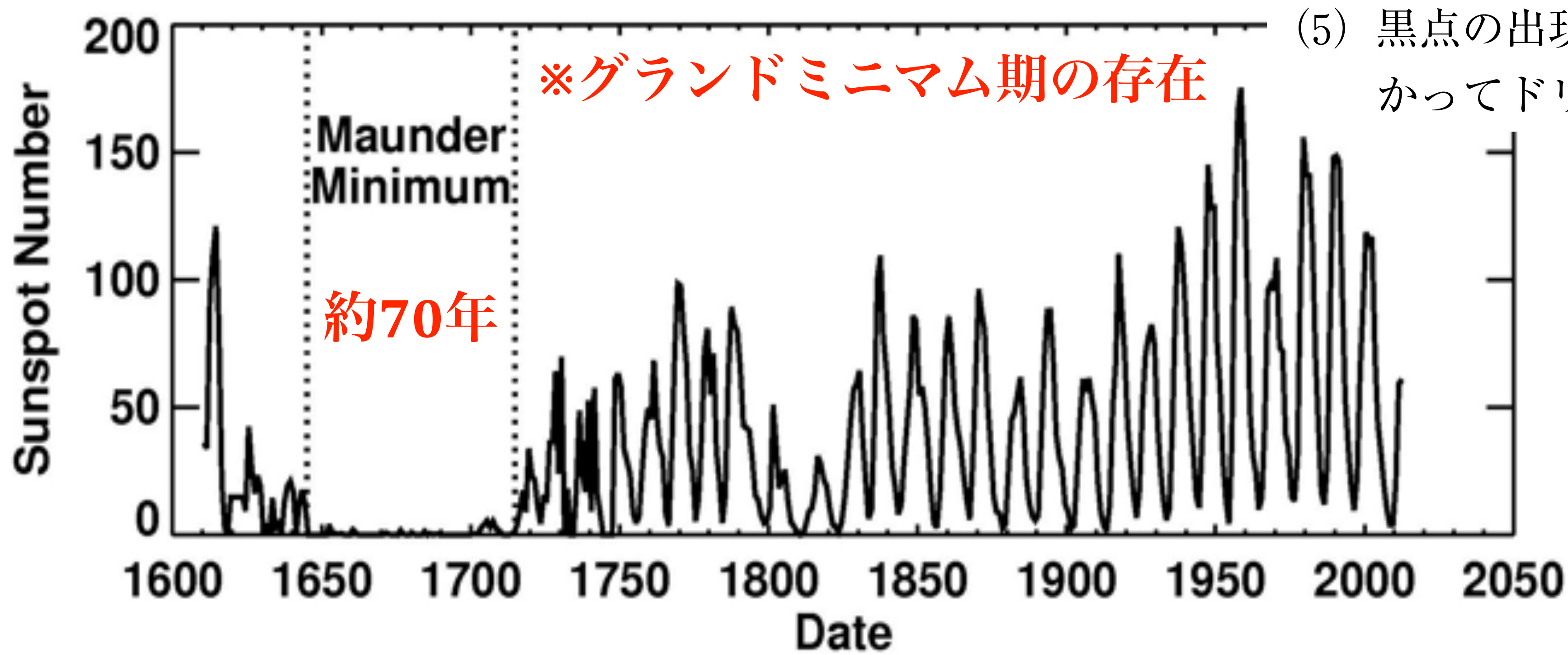


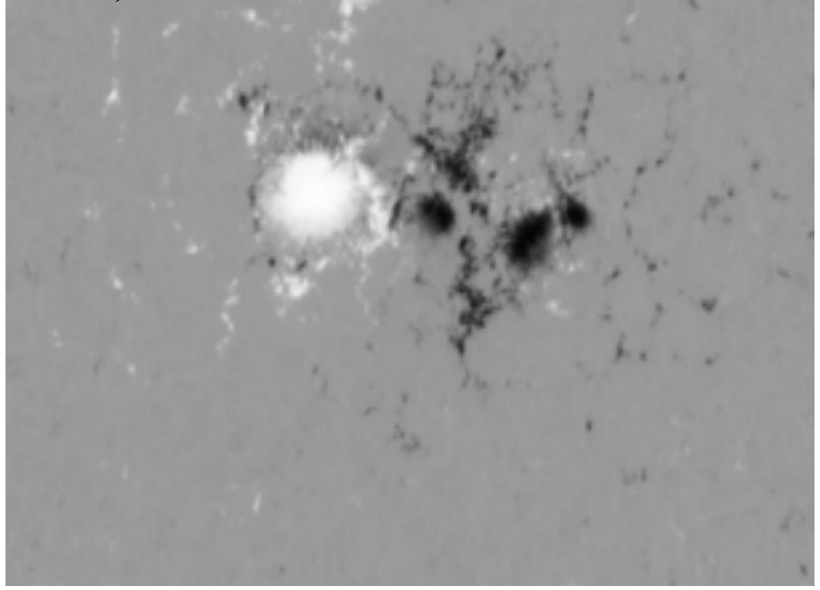
(c) Carrington-Spörer's law [経験則(4)と(5)]



(4) 黒点対の極性は南北反対称で周期ごとに反転する（極性反転を考慮すると太陽サイクルは約22年）.

(5) 黒点の出現緯度は時間とともに中緯度から赤道へ向かってドリフトする.



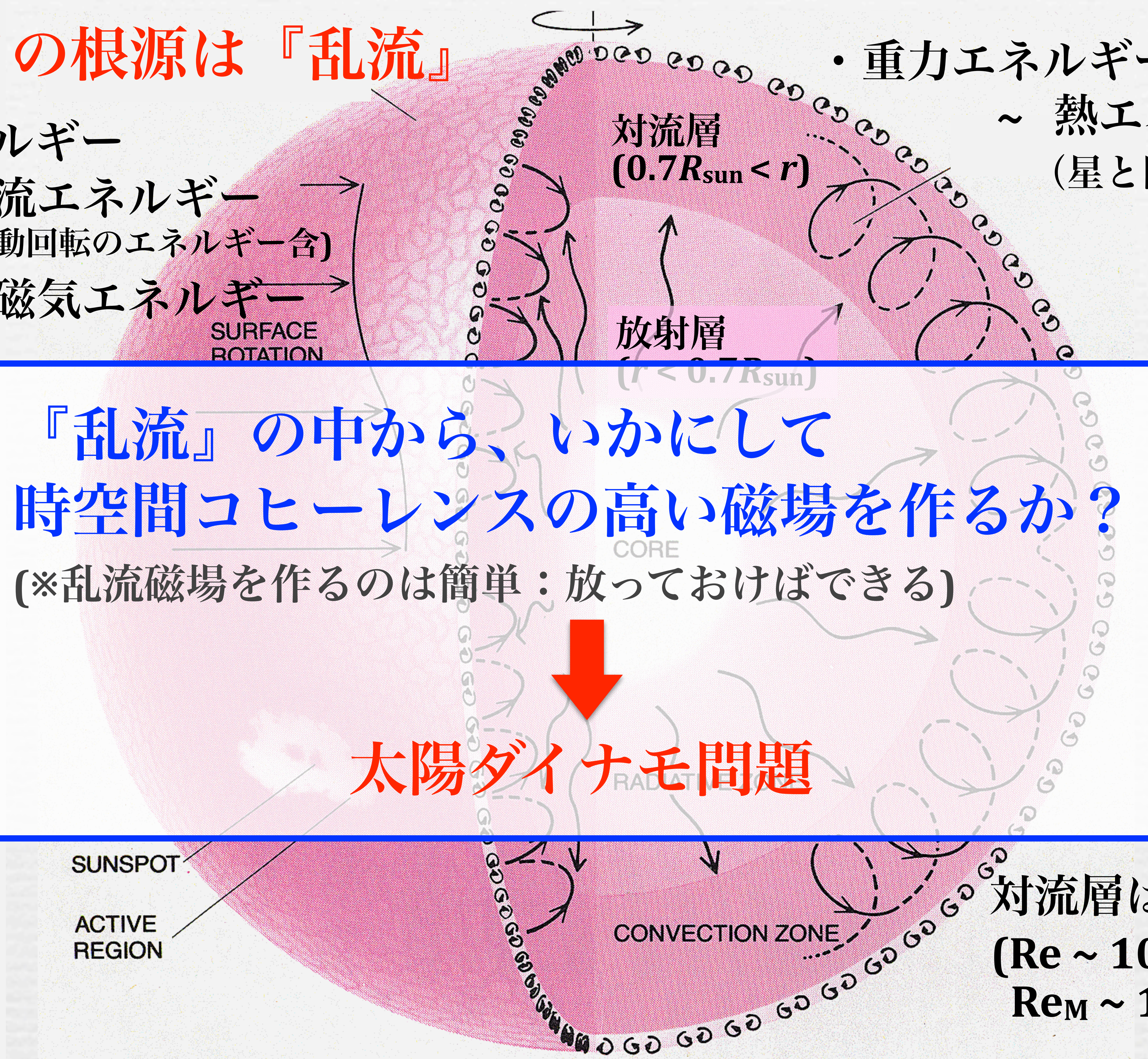


太陽磁場の起源の研究の何が難しいのか？

難しさの根源は『乱流』

・熱エネルギー
→ 対流エネルギー
(差動回転のエネルギー含)
→ 磁気エネルギー

・重力エネルギー
～ 熱エネルギー
（星と円盤の違い）



対流層は乱流状態
$(Re \sim 10^{12},$
$Re_M \sim 10^{13})$

『乱流』の中から、いかにして
時空間コヒーレンスの高い磁場を作るか？
(※乱流磁場を作るのは簡単：放っておけばできる)

⬇

太陽ダイナモ問題

太陽ダイナモの標準シナリオ

~ その変遷と問題点 ~

``MHDダイナモ”の定義 ～「磁気エネを増幅すること」ではない！～

MHDダイナモとは？

陰山聡「MHDダイナモとは何か」
(核融合学会誌)より抜粋

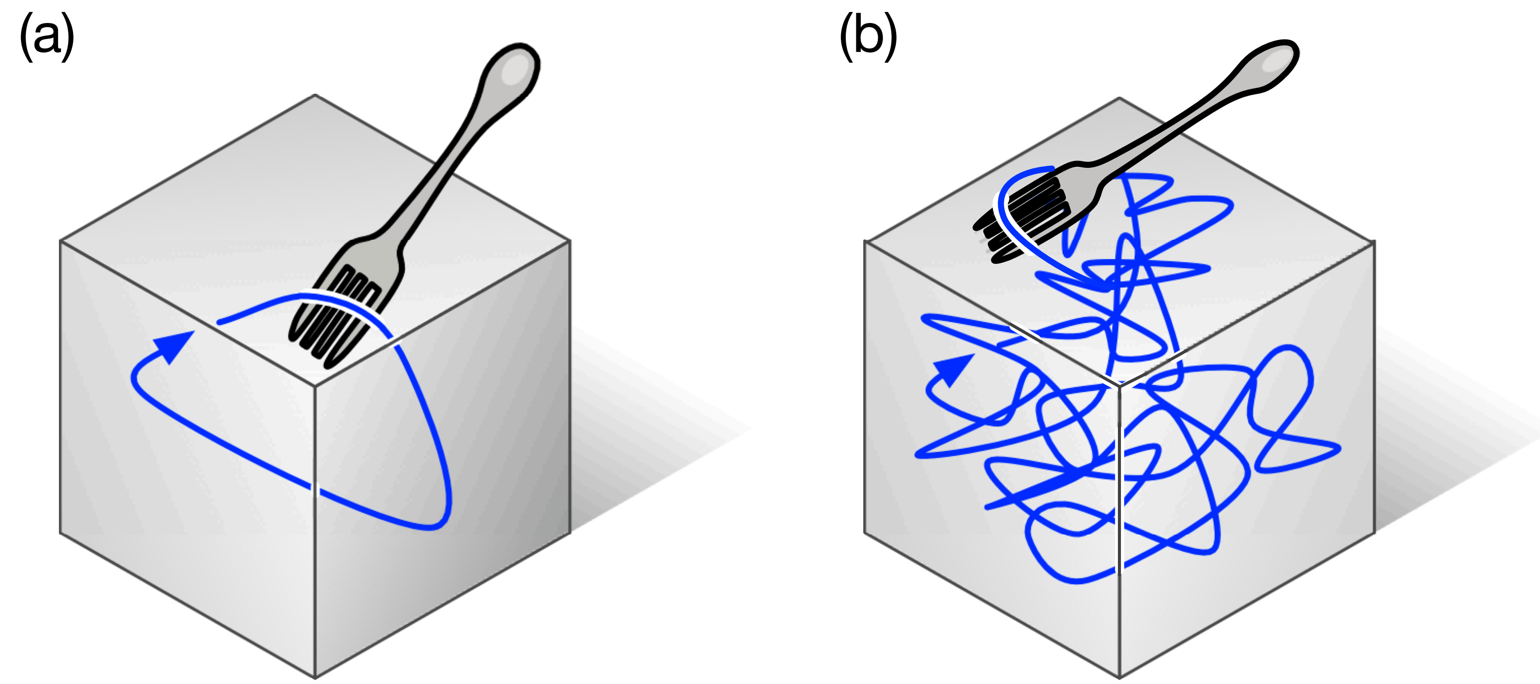


図 1: 高い磁気レイノルズ数を持つ MHD 流体をかき混ぜれば磁場は一時的に増大する。これは MHD ダイナモであろうか？

- この場合, かき混ぜるフォークがなくなれば磁場は散逸するだけ
- 実はフォークが無くならなくても, 混ぜ方次第では時間が経って磁場形状が複雑になれば, 生成に散逸が打ち勝つようになる
- 拡散の効果で磁場が消失するなら, その系はダイナモとは呼べない

磁場を生成し、かつ磁気拡散時間よりも長く維持する機構
＝ MHDダイナモ

Cowlingの反ダイナモ定理 (Cowling 1933)

＊誘導方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B})$$

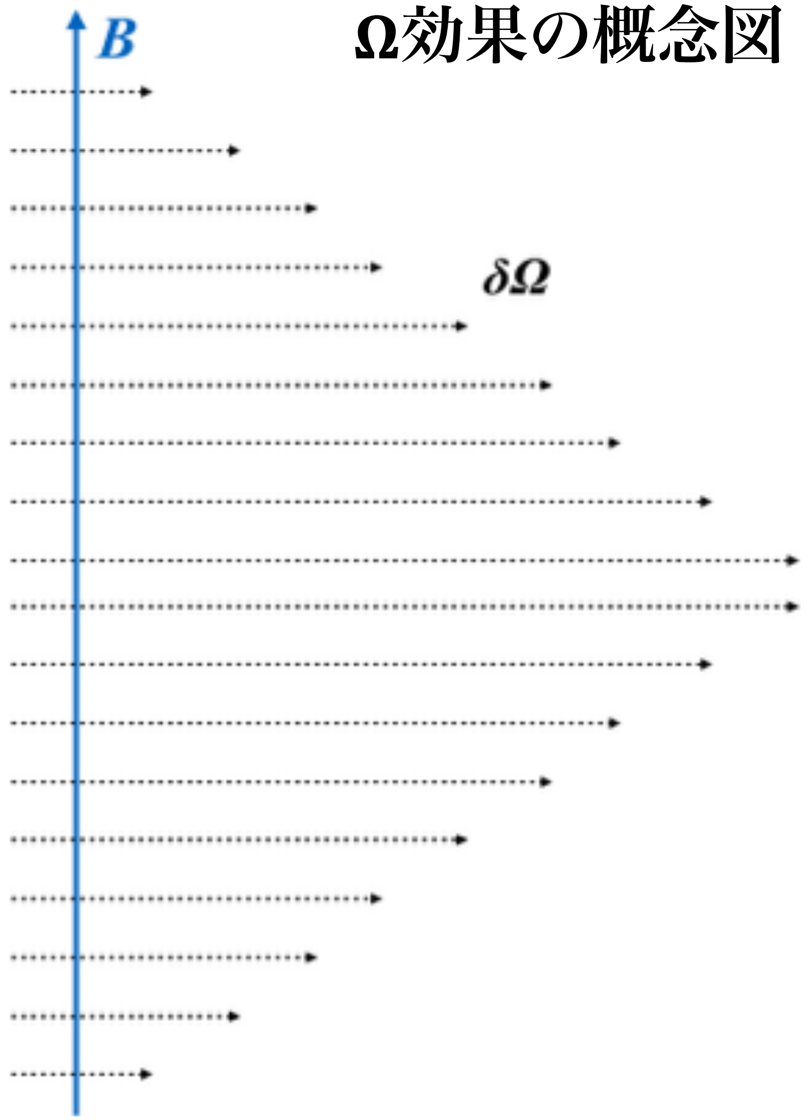
軸対称性を仮定して誘導方程式をトロイダル成分
とポロイダル成分に分解

$$\mathbf{B} = B_\phi \mathbf{e}_\phi + \nabla \times (A \mathbf{e}_\phi) \quad \text{ここで} \quad \mathbf{B_p} = \nabla \times (A \mathbf{e}_\phi)$$

流れの子午面成分をu_p (u_r, u_θ), 方位角成分を$u_\varphi = r\Omega$とすると
(ただし, 非圧縮, 磁気拡散率$\eta = 0$を仮定)

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \eta \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) A - \frac{\mathbf{u_p}}{r \sin \theta} \cdot \nabla (r \sin \theta A)$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = \eta \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) B_\phi - r \sin \theta \mathbf{u_p} \cdot \nabla \left(\frac{B_\phi}{r \sin \theta} \right) + \underbrace{r \sin \theta \mathbf{B_p} \cdot \nabla \Omega}_{\Omega\text{効果}}$$



Ω効果の概念図

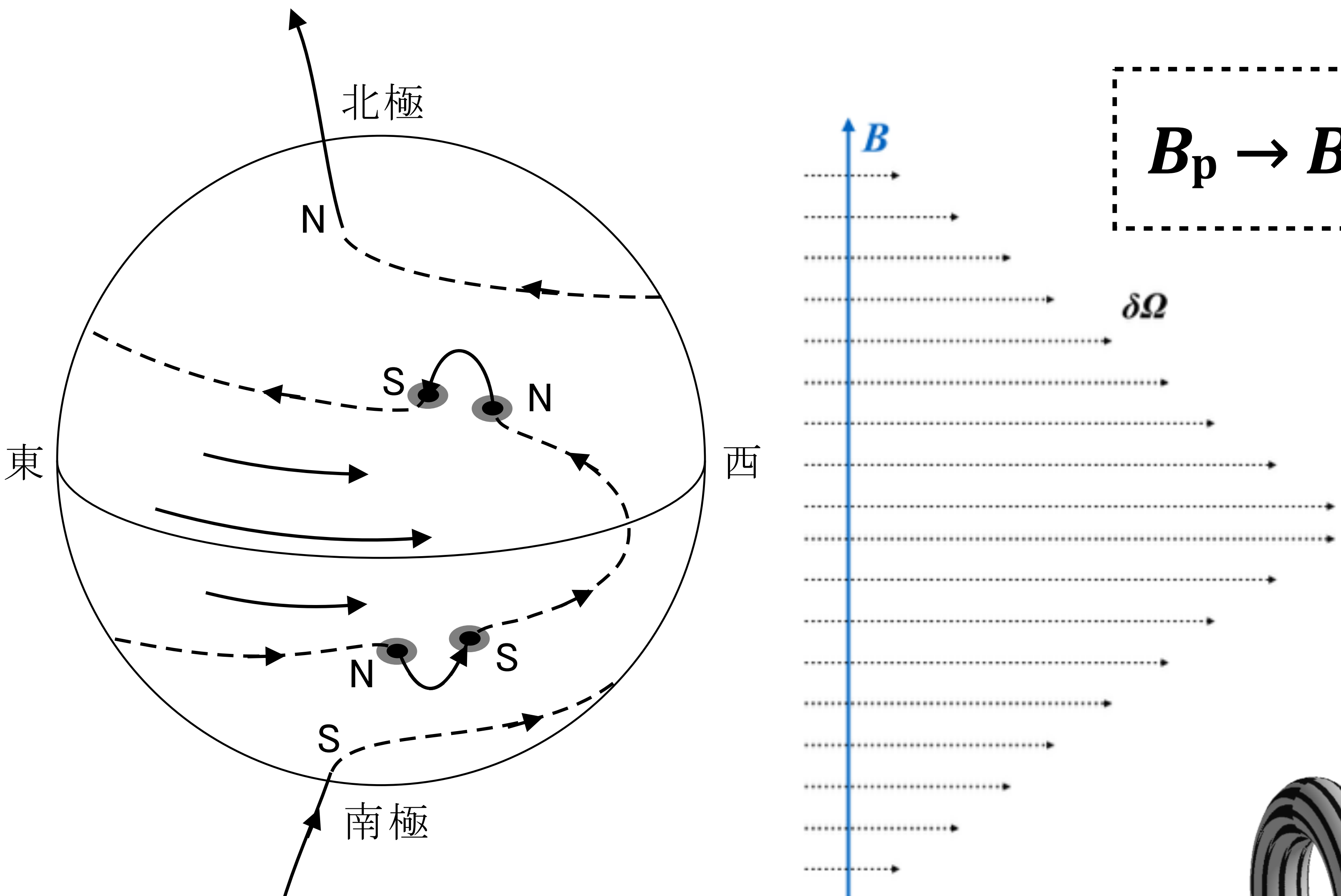
B_pからB_φを生み出す効果は存在（Ω効果）．一方、B_φからB_pを生み出す効果は存在
しないため, B_pは拡散するばかりでダイナモは成立しない（ダイナモループが閉じない）

→ 軸対称性を破る効果が無ければダイナモは不可能（Cowling's anti-Dynamo theorem）

パーカーのαΩダイナモ (c.f., Parker 1955)

✳軸対称性を破る効果 - α効果 -(≠ Shakura-Sunyaevのα粘性)

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \eta\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\right)A - \frac{\mathbf{u_p}}{r\sin\theta}\cdot\nabla(r\sin\theta A) + \underbrace{\alpha B_\phi}_{\alpha\text{効果}}$$

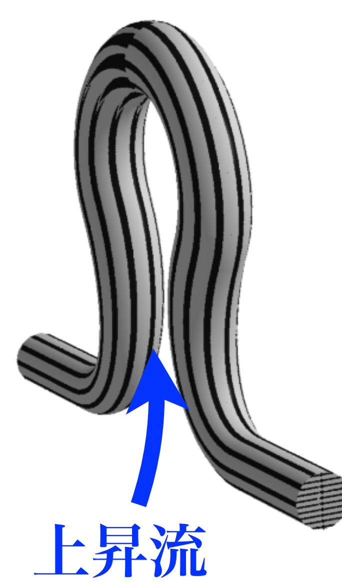


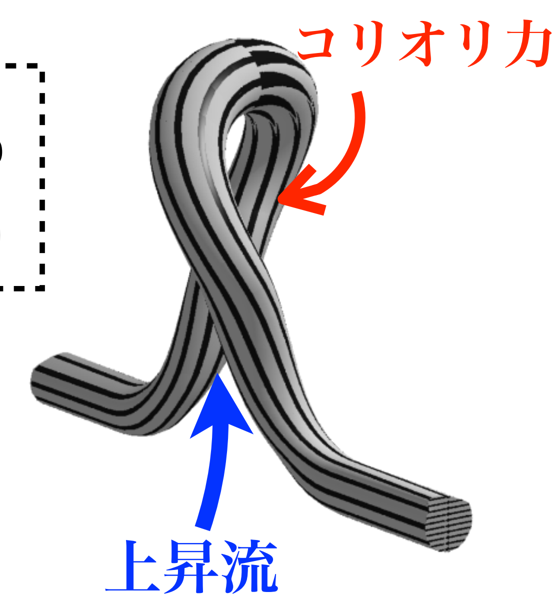
$B_\mathrm{p} \rightarrow B_\varphi$ (Ω効果)

ダイナモ
ループ完結

$B_\varphi \rightarrow B_\mathrm{p}$
(α効果)

E. Parker





- Parkerが提唱した時は現象論的
- 後に理論的(数学的)な定式化
  → 平均場ダイナモ理論
  (c.f., Steenbeck, Krause & Radler 1969; Moffat 1978)

α効果の意味づけ - 平均場ダイナモの定式化 -

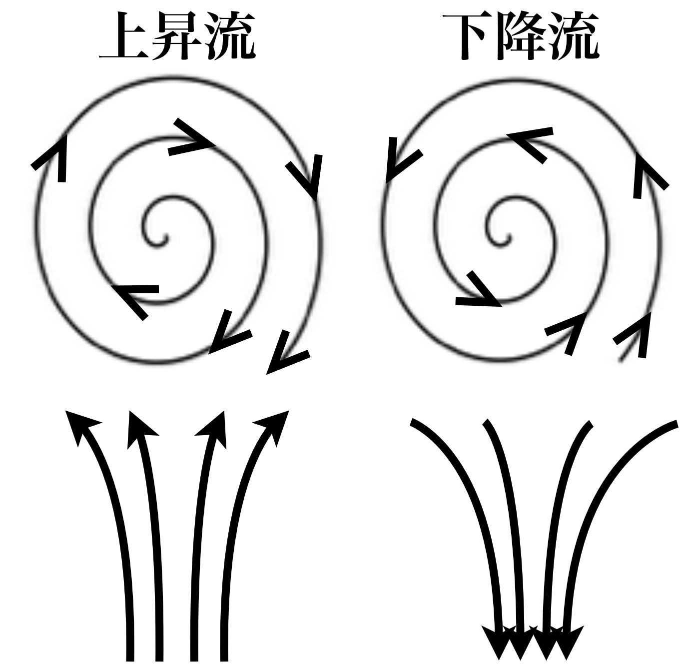
＊速度場と磁場の平均場展開：$\boldsymbol{u} = \langle \boldsymbol{u} \rangle + \boldsymbol{u}', \boldsymbol{B} = \langle \boldsymbol{B} \rangle + \boldsymbol{B}'$ ： $\langle \cdot \rangle$はアンサンブル平均

$$\frac{\partial \langle \boldsymbol{B} \rangle}{\partial t} = \nabla \times [\langle \boldsymbol{u} \rangle \times \langle \boldsymbol{B} \rangle + \mathcal{E}_t - \eta_0 \nabla \times \langle \boldsymbol{B} \rangle]$$

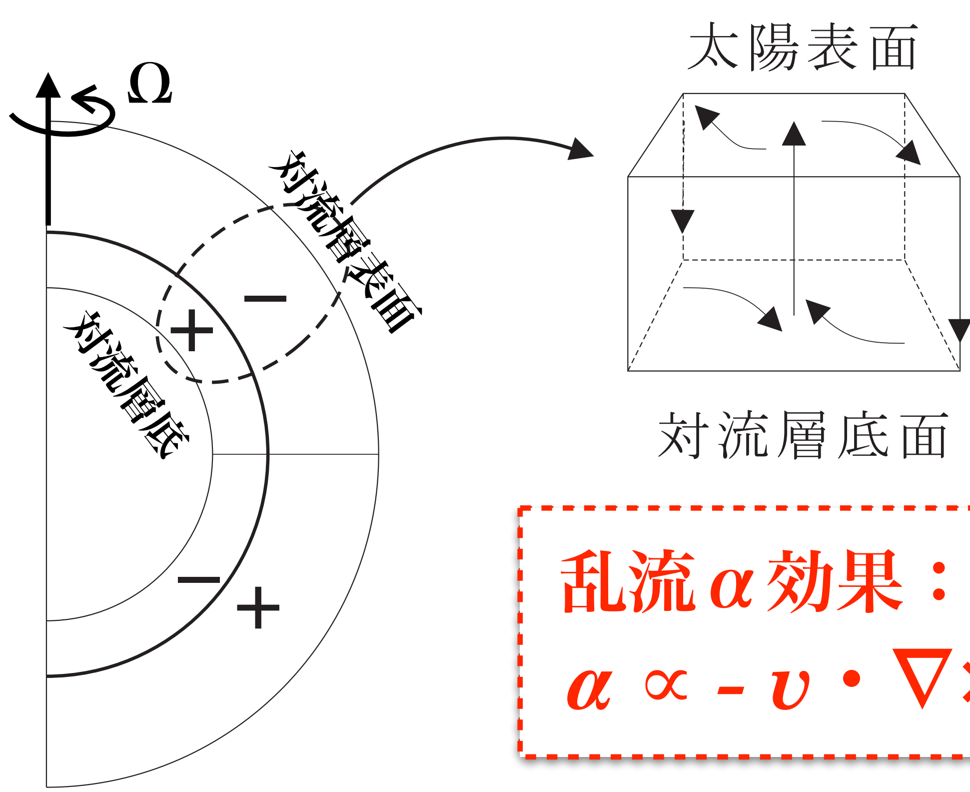
with $\mathcal{E}_t = \underbrace{\alpha \langle \boldsymbol{B} \rangle}_{\text{乱流}\alpha\text{効果（磁場の誘導効果）}} + \underbrace{\boldsymbol{\gamma} \times \langle \boldsymbol{B} \rangle}_{\text{乱流パンピング（乱流による移流）}} - \underbrace{\eta_t \nabla \times \langle \boldsymbol{B} \rangle}_{\text{乱流磁気拡散}}$ **：乱流起電力**

γ効果は無視, αとη_tは空間一様

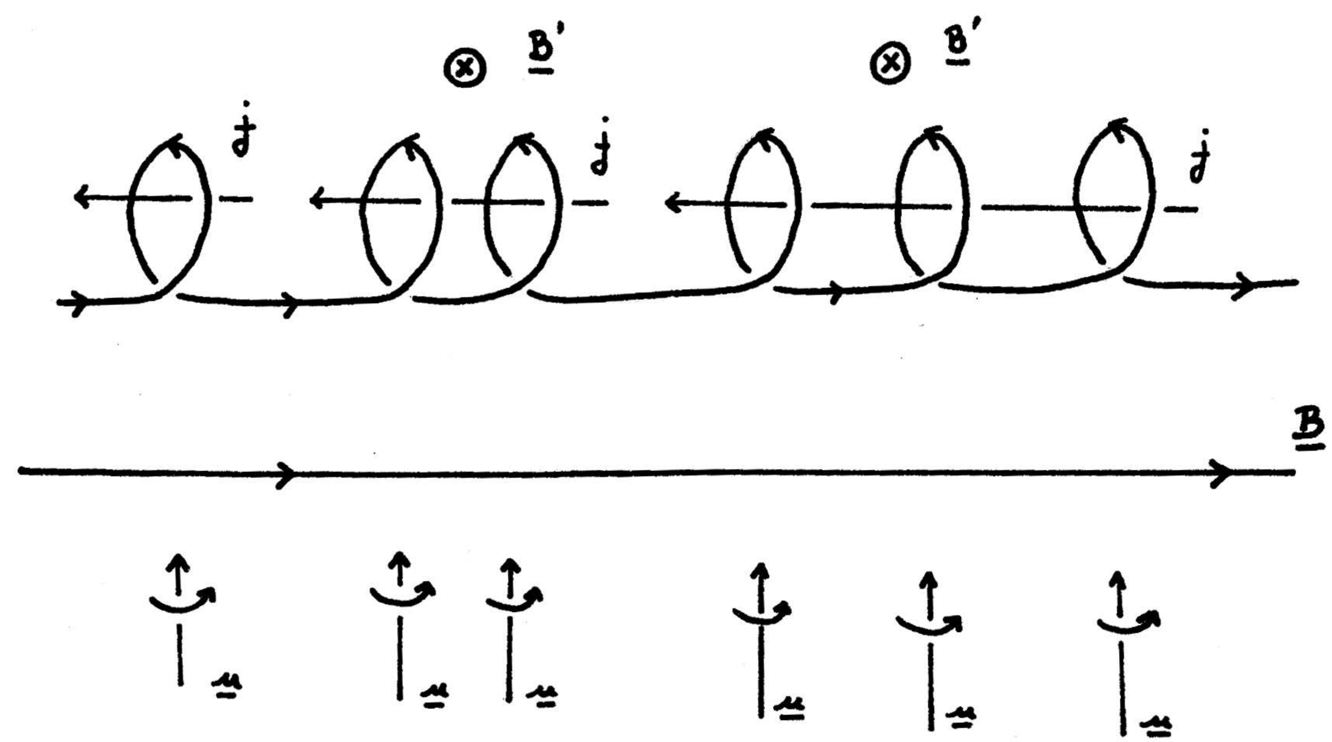
$$\frac{\partial \langle \boldsymbol{B} \rangle}{\partial t} = \nabla \times [\langle \boldsymbol{u} \rangle \times \langle \boldsymbol{B} \rangle] + \alpha \nabla \times \langle \boldsymbol{B} \rangle + (\eta_t + \eta_0) \nabla^2 \langle \boldsymbol{B} \rangle$$



$\boldsymbol{v} \cdot \nabla \times \boldsymbol{v} < 0$
(@北半球)



乱流α効果：
$\alpha \propto -\boldsymbol{v} \cdot \nabla \times \boldsymbol{v}$



パーカーのαΩモデルの成功と衰退 - 日震学計測との不整合 -

・局所デカルト座標系を考える
(曲率効果を無視)

・ポロイダル運動($u_{\rm p}$)を無視

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - \eta\nabla^2\right] B_y = \frac{dV_y}{dz}\frac{\partial A_y}{\partial x}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - \eta\nabla^2\right] A_y = \alpha B_y$$

平面波解を仮定すると

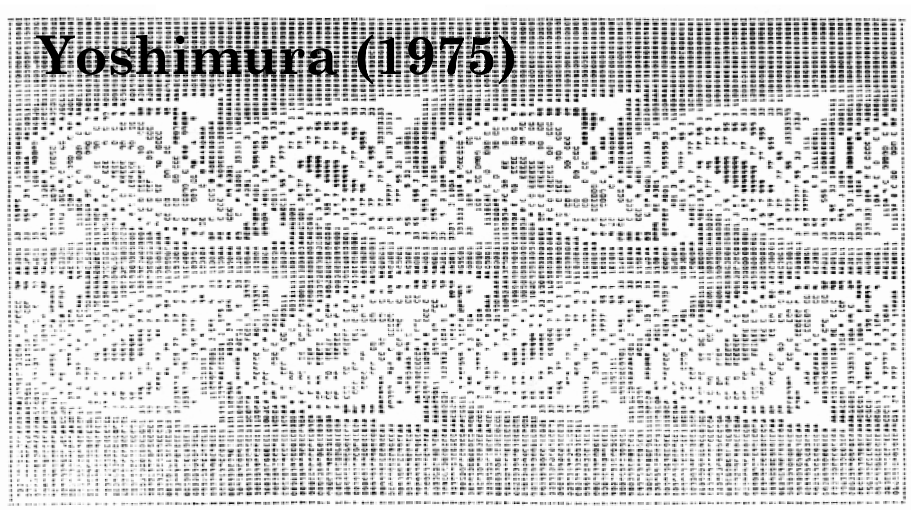
$$B_y \propto \exp[\omega t + i(k_x x + k_z z)]$$

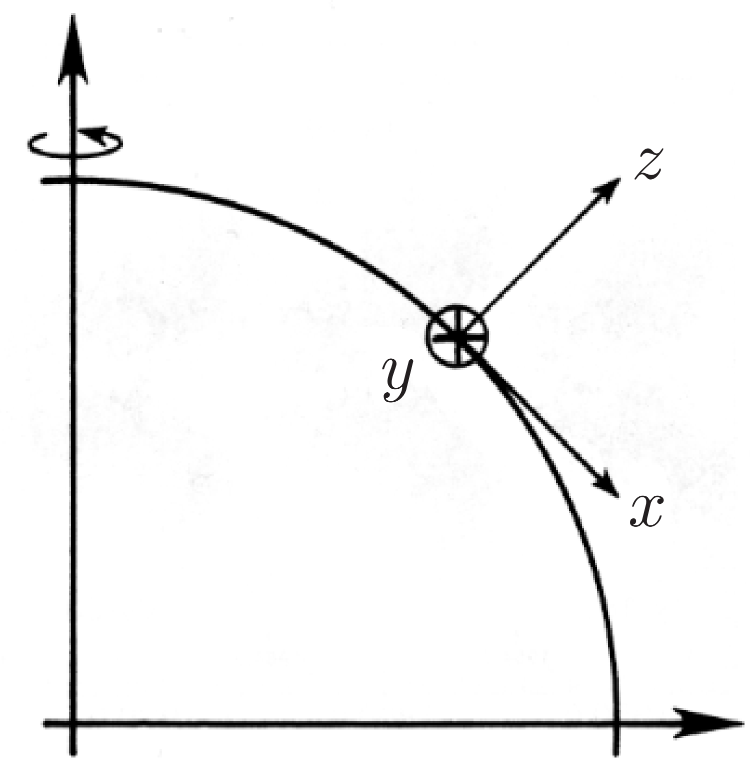
分散関係

$$\omega = \eta k^2\left[-1 \pm (1+i)N_{\rm D}^{\frac{1}{2}}\right]$$

where $$N_{\rm D} \equiv \frac{\alpha k_x}{2\eta k^4}\frac{dV_y}{dz}$$

(αΩのダイナモ数)





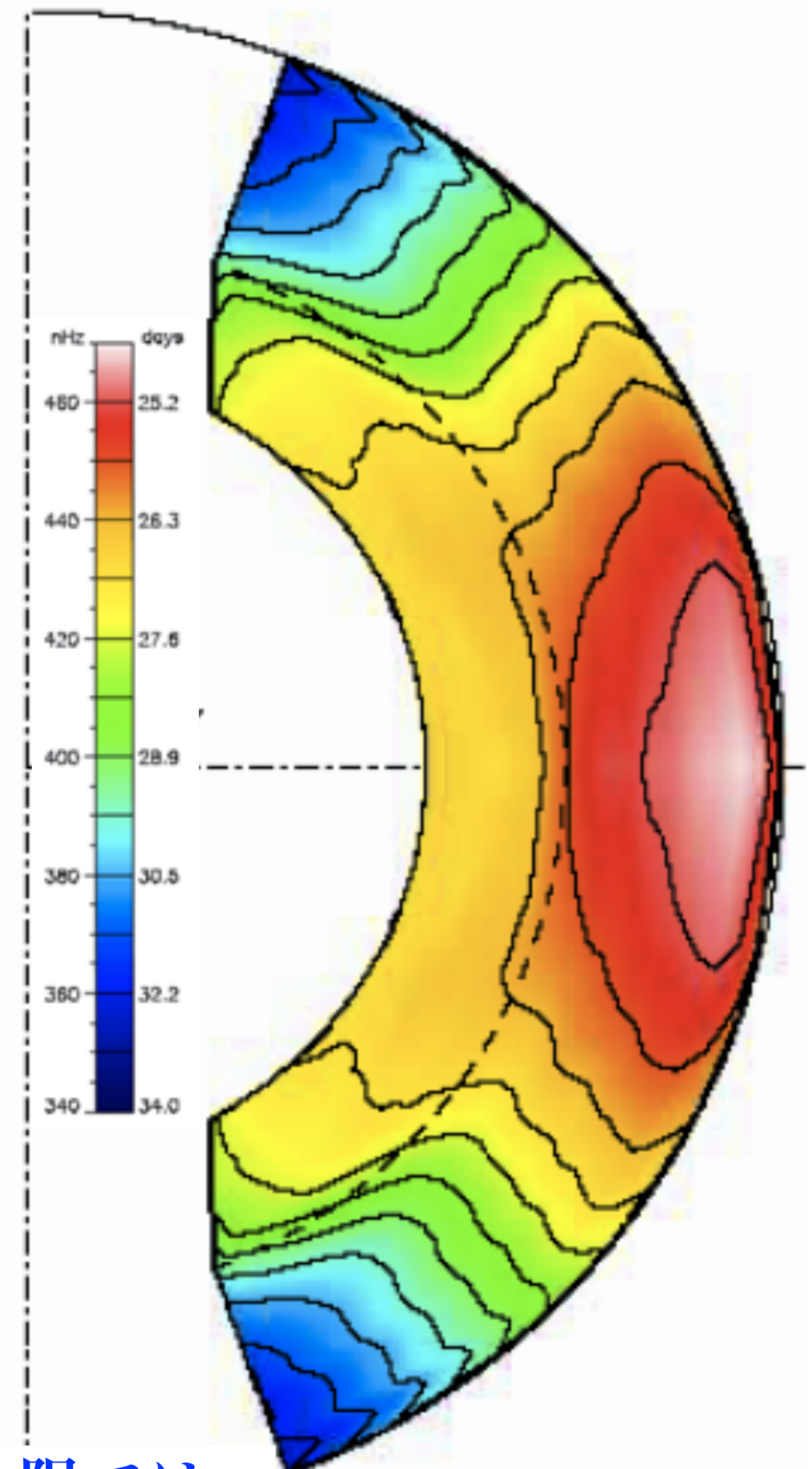
・増幅解の条件：$|N_{\rm D}| > 1$

・$x > 0$ に伝搬するための条件：
(赤道向き) $N_{\rm D} < 0$

・対流層上部は$\alpha > 0$@北なので
$dV_y/dz = d\Omega/dr > 0$ の時に
赤道向きに伝搬するダイナモ
波解が得られる (左図)

αΩダイナモの
要請とは合わない

＊日震学計測
(c.f., Thompson+ 1996)



実際の太陽では
$d\Omega/dr = 0$ or < 0

現在の標準シナリオ：Babcock-Leighton型磁束輸送モデル

＊前提仮説：対流層では大局的磁場は生成されない（乱流α効果無し）

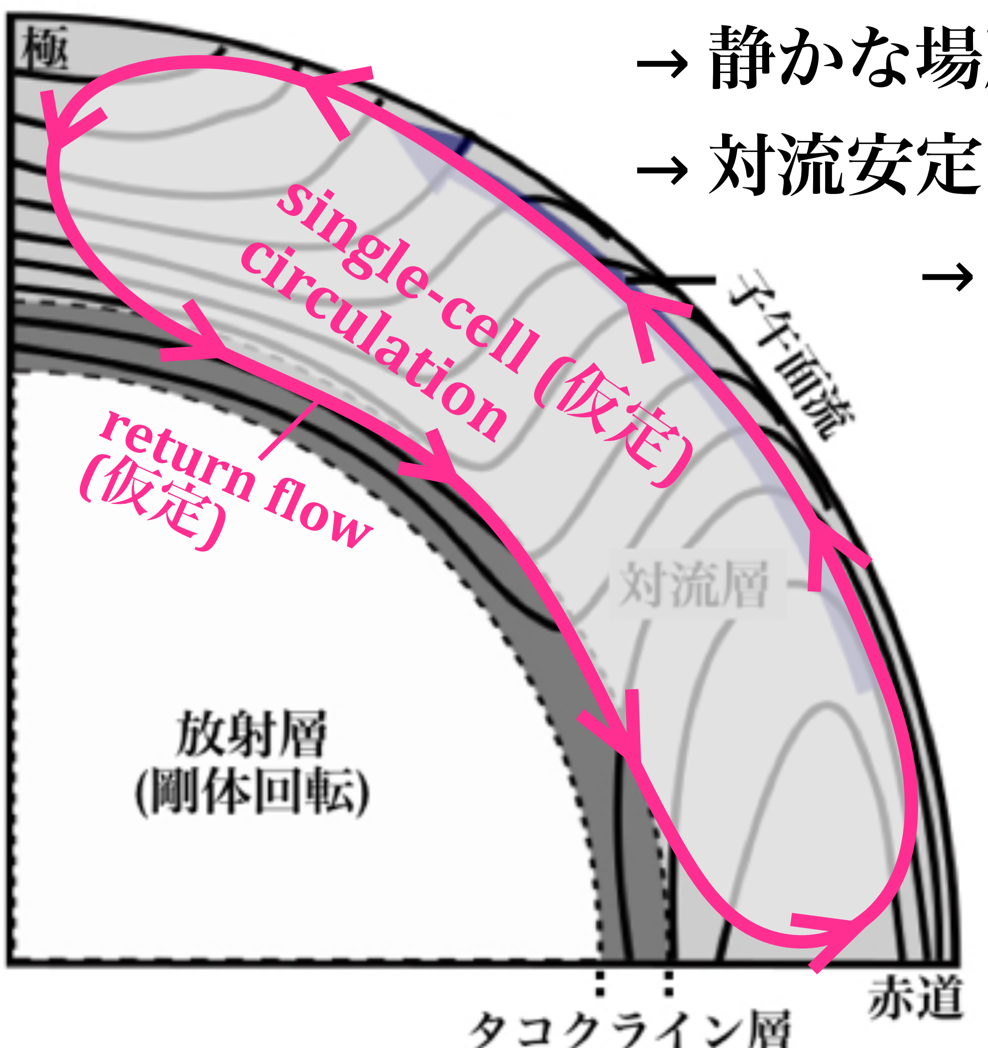
c.f., Dikpati & Charbonneau 1999

対流層・・・激しい乱流状態 → 大局的磁場を壊す効果

→ 静かな場所で強くコヒーレントな磁場を作りたい

→ 対流安定な場所が都合が良い. どこかないか？

→ 放射層最上部に対流安定で差動回転が強い領域



tachocline (タコクライン)
(1990年代後半に発見 by 日震学)

①Ω効果：$B_p \rightarrow B_\varphi$ @タコクライン
→ 強くコヒーレントな磁束管の形成

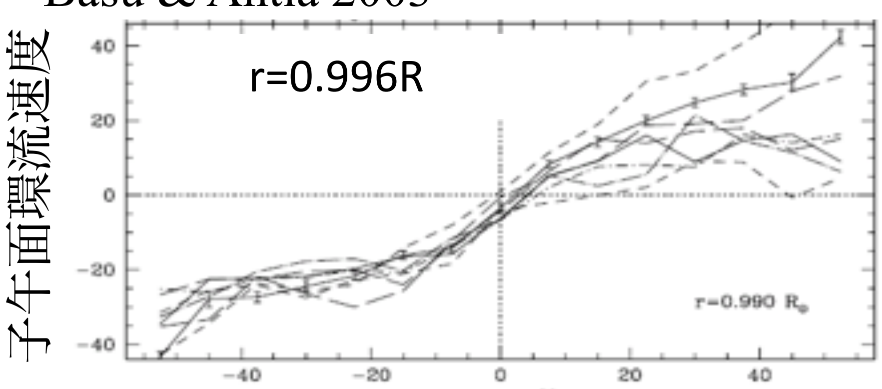
②磁気浮力による磁束浮上 (> 10^5 G)
(強い磁場なので対流に乱されず形状維持)

③α効果：$B_\varphi \rightarrow B_p$ (磁気浮上中)
(ただし乱流的ではなくグローバルなα効果)

④循環流によるタコクラインへの磁束再注入

ダイナモ
ループ完結

Basu & Antia 2003



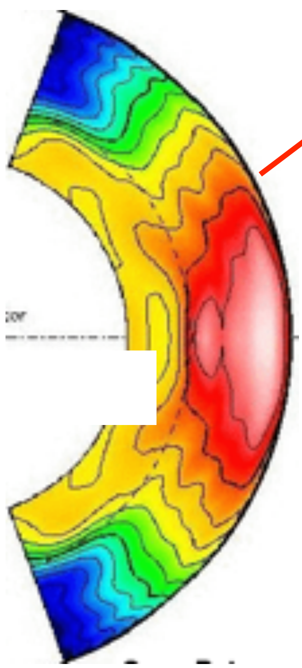
現在の標準シナリオ：Babcock-Leighton型磁束輸送モデル

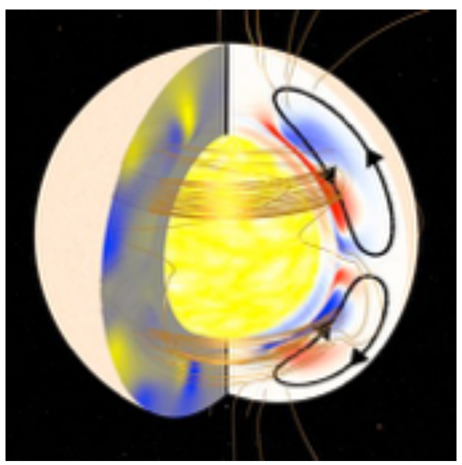
＊①〜④のシナリオを実現できるように, ある程度は現実も踏まえて平均場モデルのパラメータを手で与える

$$\frac{\partial \overline{\boldsymbol{B}}}{\partial t} = \nabla \times (\boxed{\overline{\boldsymbol{V}}} \times \overline{\boldsymbol{B}} + \boxed{\alpha}\overline{\boldsymbol{B}}) + (\eta + \boxed{\eta_t})\nabla^2 \overline{\boldsymbol{B}}$$

平均流れ　　α効果　　乱流磁気拡散

乱流磁気拡散のモデル



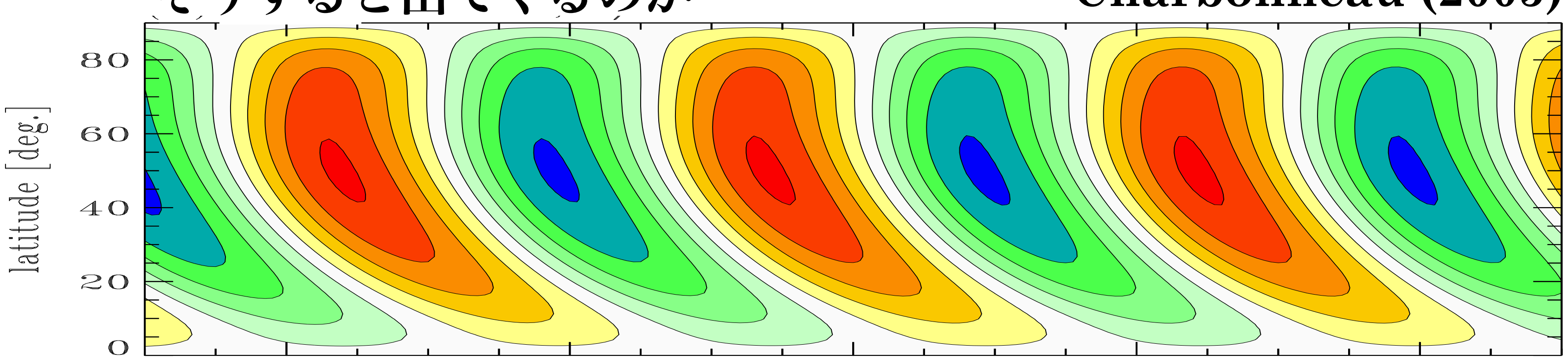


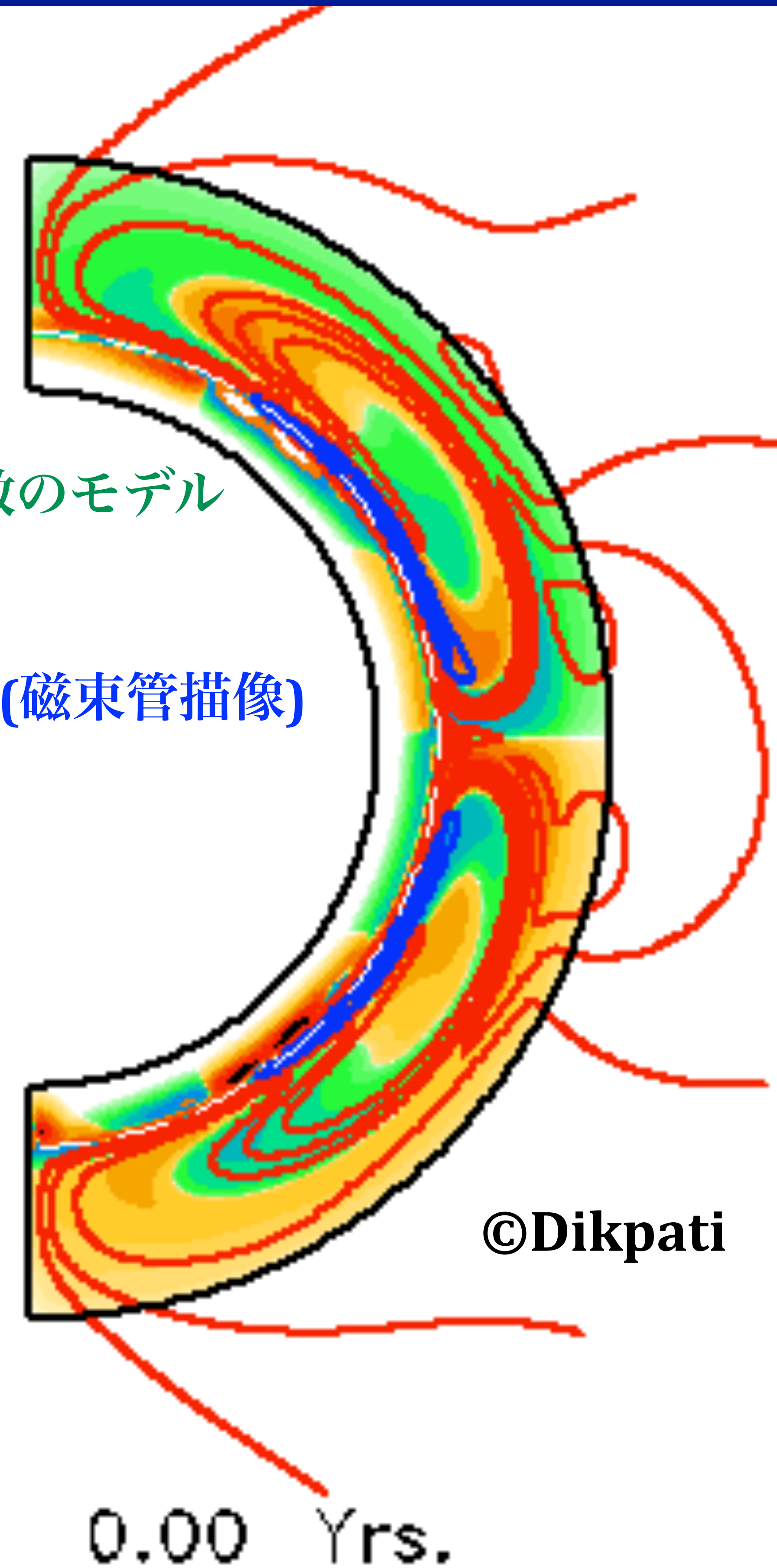
※乱流α効果は入っていない

・グローバルなα効果のモデル (磁束管描像)

※線形方程式なので, 非線形効果のモデルも加えて, 飽和させる必要もある（平均場↑乱流効果↓）

そうすると出てくるのが・・・　　Charbonneau (2005)

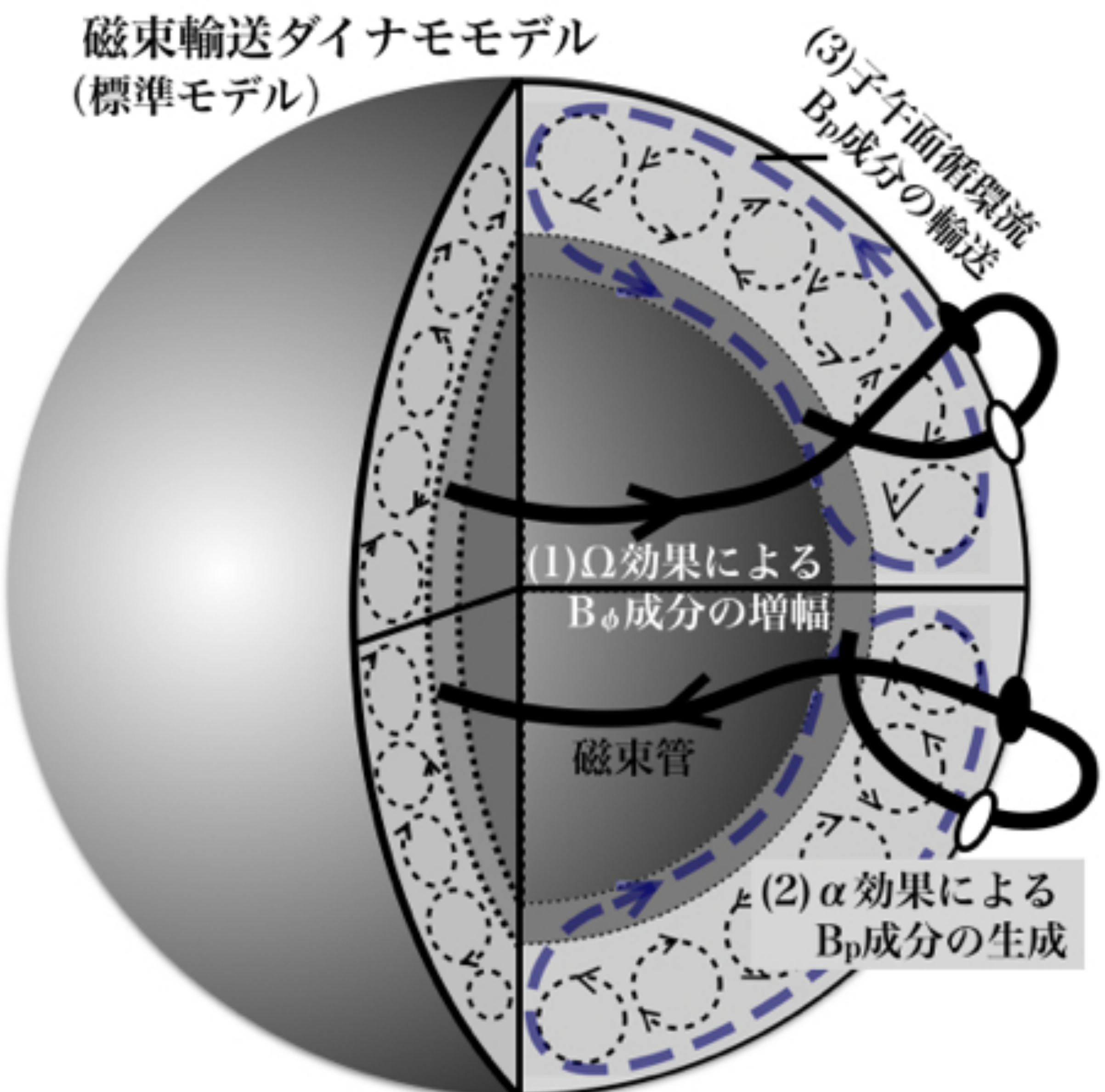




©Dikpati

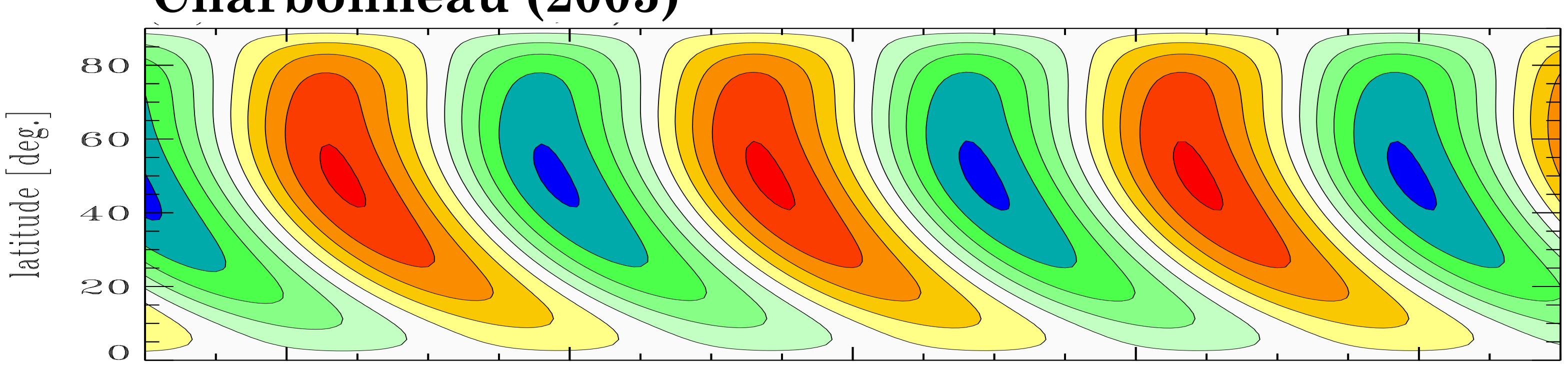
サイクルを決めるのは子午面循環流の循環時間

標準シナリオが抱える複数の問題点



※赤道向きの子午面流成分
(@対流層深部)の存在は仮定

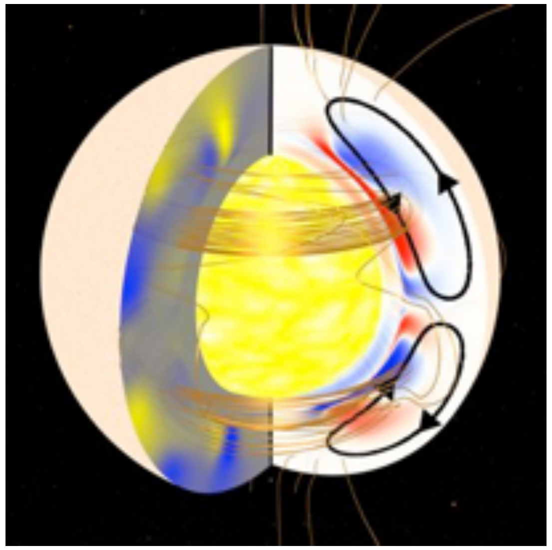
Charbonneau (2005)



①タコクラインで10^5Gの磁場を作れない

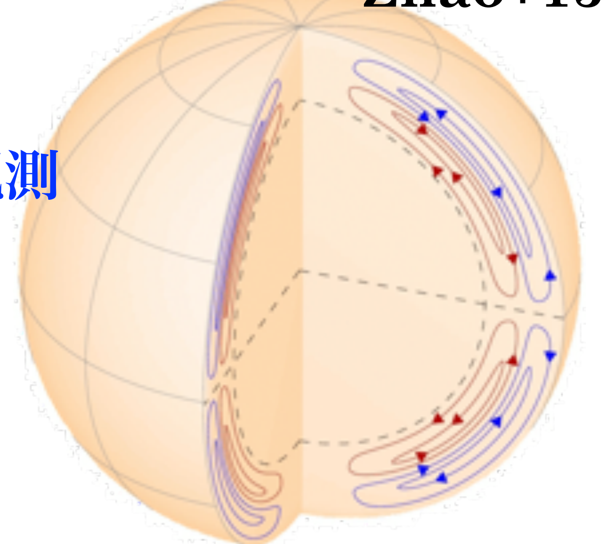
- 10^5Gの磁気エネルギー≫ 運動エネルギー
  - ・弱磁場：放射層からの磁気浮力による脱出不可
  - ・弱磁場：対流に壊される
  - ・弱磁場：コリオリ力で高緯度域に浮上

②シングルセル循環流の観測による否定



最新の観測

Zhao+13



③タコクラインへの再注入機構も謎

標準シナリオの再考
（前提仮説すら怪しい：後述）

※パラメータ次第で合わせられる．
だが予言にはことごとく失敗．

太陽ダイナモ研究の現状

～理解はどこまで進んでいるか？～

平均場モデルから3次元MHDシミュレーションへ

✴平均場ダイナモモデル → MHD熱対流系の3次元シミュレーション

非相対論的MHD方程式
(粘性, 磁気, 熱拡散は考慮)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot f \,, \tag{1}$$

$(f = \rho v)$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\nabla \cdot (v f) - \nabla p + j \times B + \rho g + 2\rho v \times \boldsymbol{\Omega} + \nu \left[\nabla^2 v + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot v) \right] , \tag{2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -v \cdot \nabla p - \gamma p \nabla \cdot v + (\gamma - 1) \left[\nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \eta j^2 + \Phi \right] , \tag{3}$$

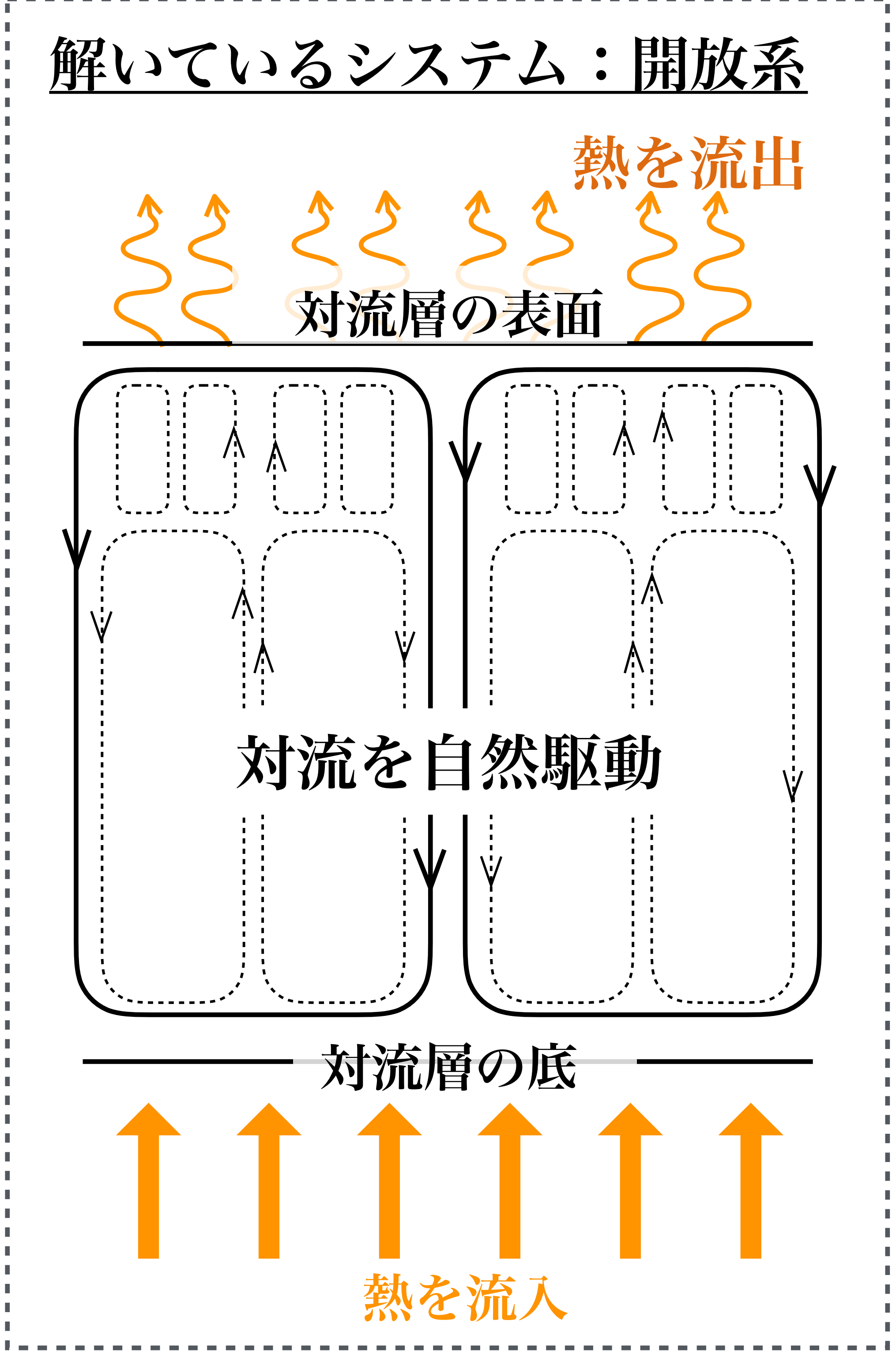
$$\frac{\partial A}{\partial t} = v \times B - \eta j \,, \tag{4}$$

with

$$\Phi = 2\nu \left[e_{ij} e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot v) \right] , e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) ,$$

$$g = -g_0 / r^2 e_r \,,\ B = \nabla \times A \,,\ j = \nabla \times B \,.$$

一見すると単純・簡単. では、何が難しい？

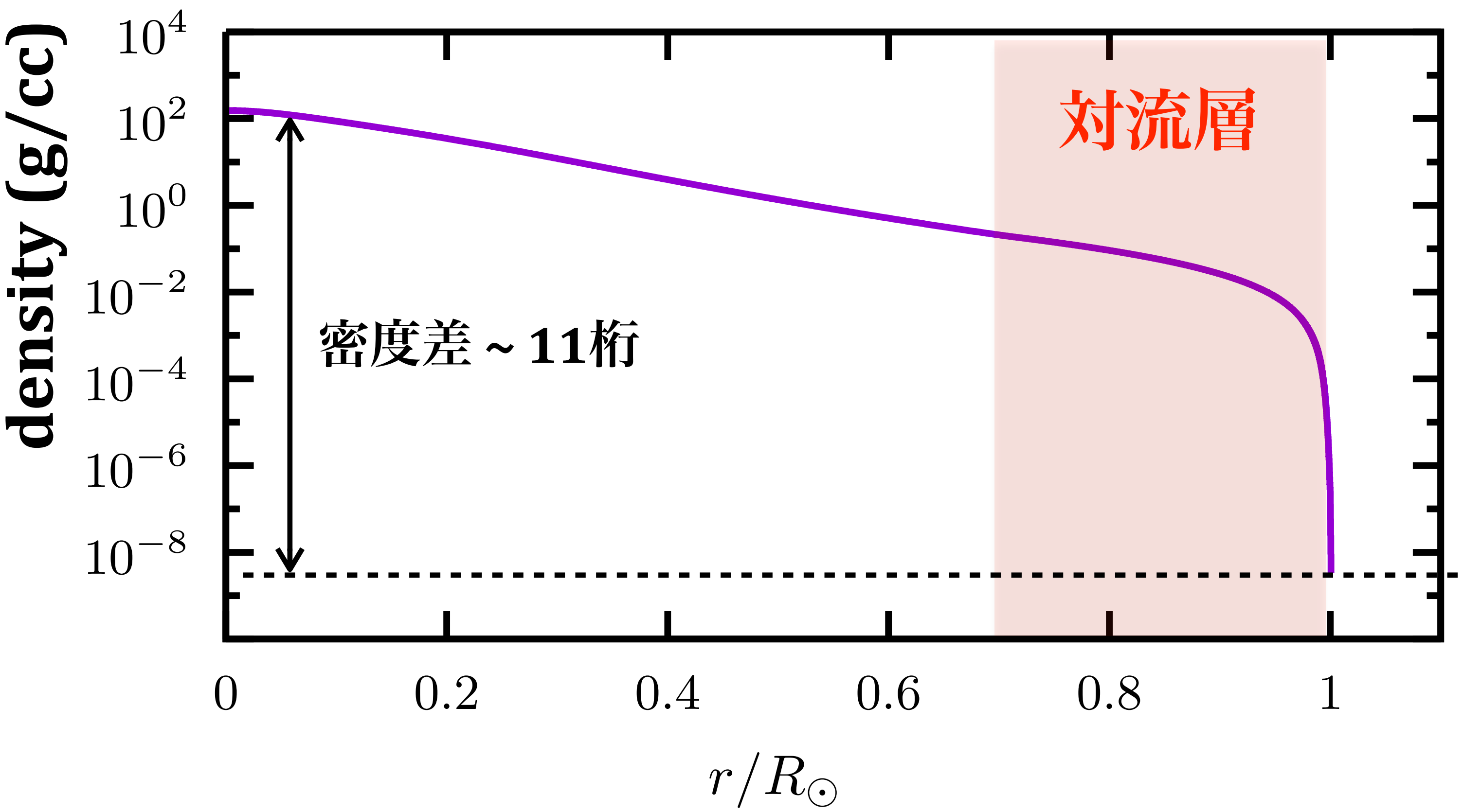


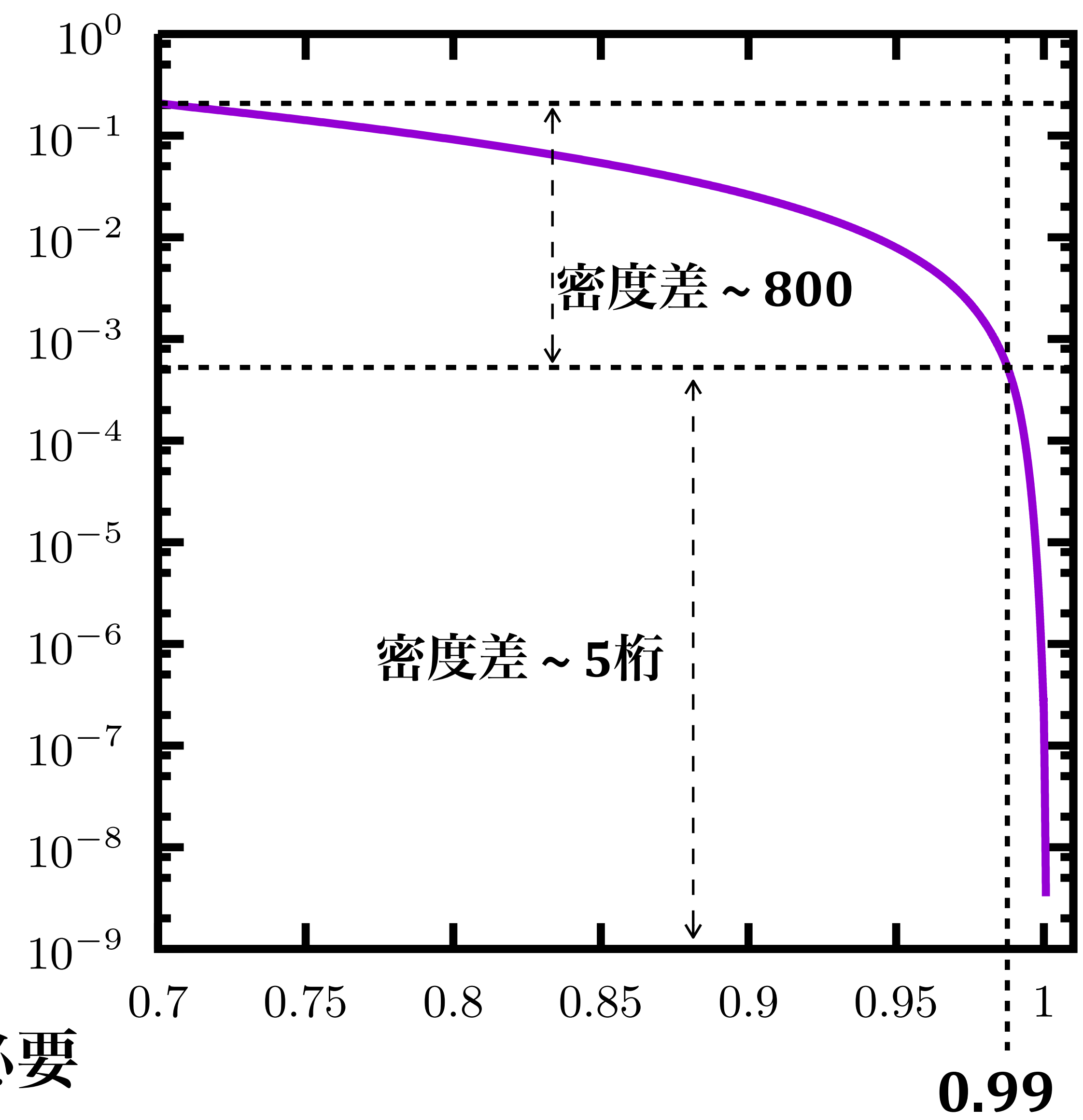
平均場モデルから3次元MHDシミュレーションへ

✳太陽内部MHDを解く難しさ：

①強い密度成層 - 対流層の底から表面まで密度差8桁（密度勾配は表面に集中）

②サブソニック・マルチスケールの流れ（CFL条件の制約）



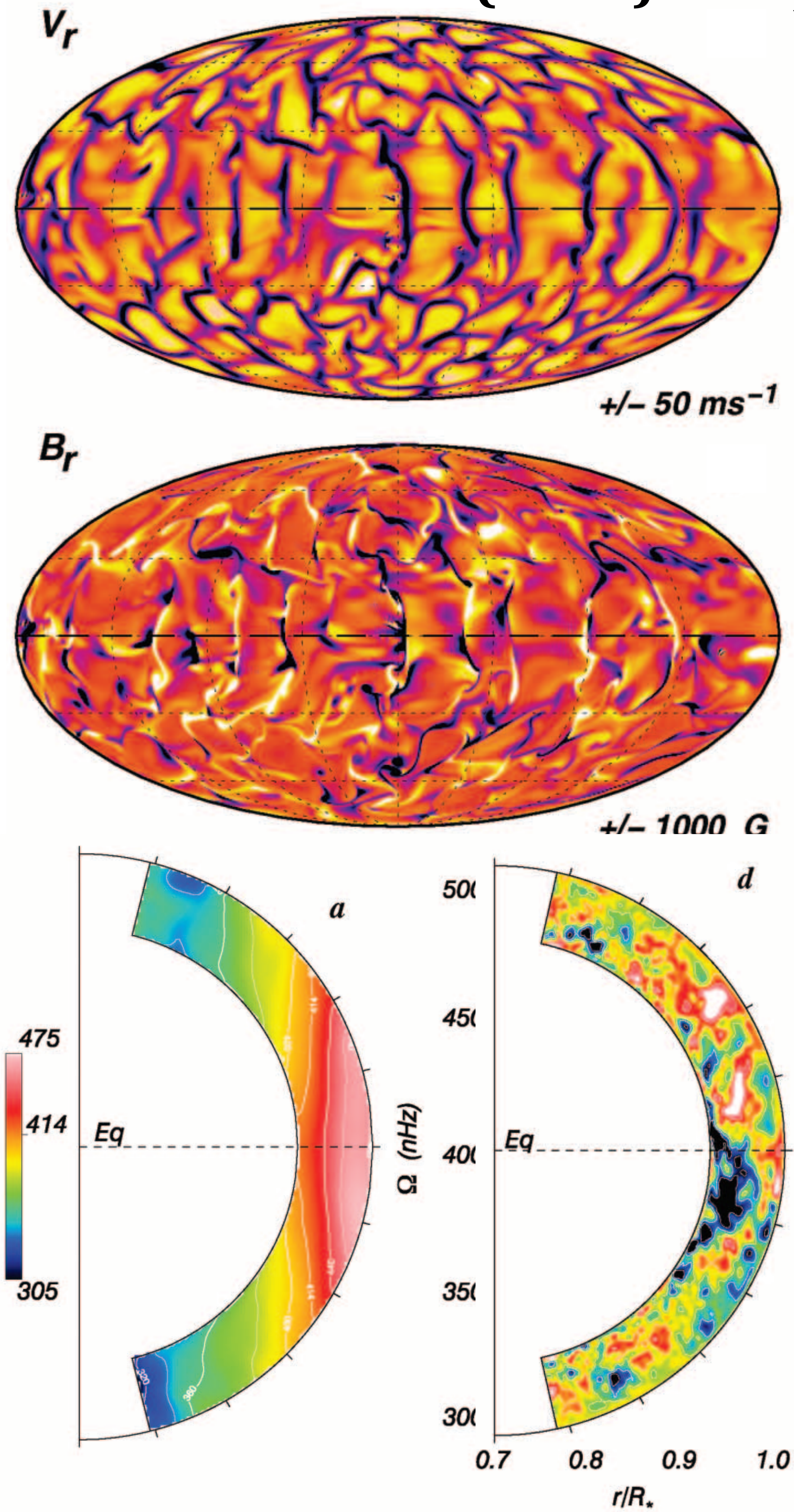


- 対流セルのサイズ $\propto H_\rho$
  → 対流層上部を解像するためには高解像度が必要
- 対流層の底のマッハ数～10^{-4}, 対流層表面のマッハ数～10^{-1}
  → 全てのスケールの流れが十分緩和するためには長時間積分が必要

※Anelastic近似や音速抑制法 (Hotta et al. 2012)

グローバルダイナモ計算 - 2000年代 -

Brun et al. (2004)



太陽を精密模擬したモデル
($r < 0.9R_{sun}$まで)

- 精密な太陽内部構造
- 精密な太陽定数
  (対流層へのエネルギー流入)

①Brun et al. (2004)：左
・対流層のみ
→ 乱流磁場が支配

②Browning et al. (2006)：右
・対流層+tachocline
→ tachoclineに強い
大局磁場（定常）
（対流層は乱流磁場）

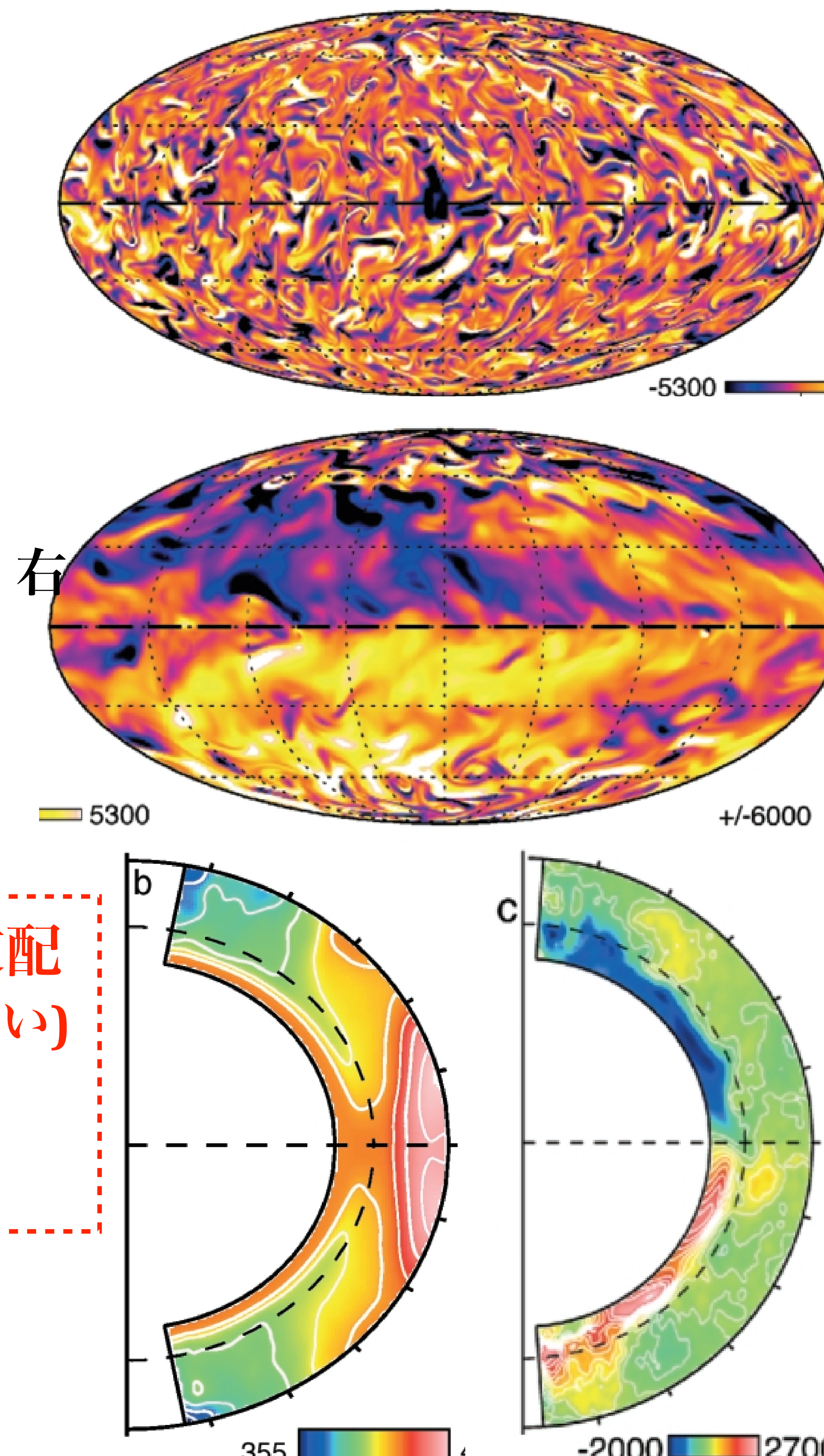
・対流層は乱流磁場が支配
(大局的磁場は生成されない)

・tachoclineに大局磁場
(周期反転は示さない)

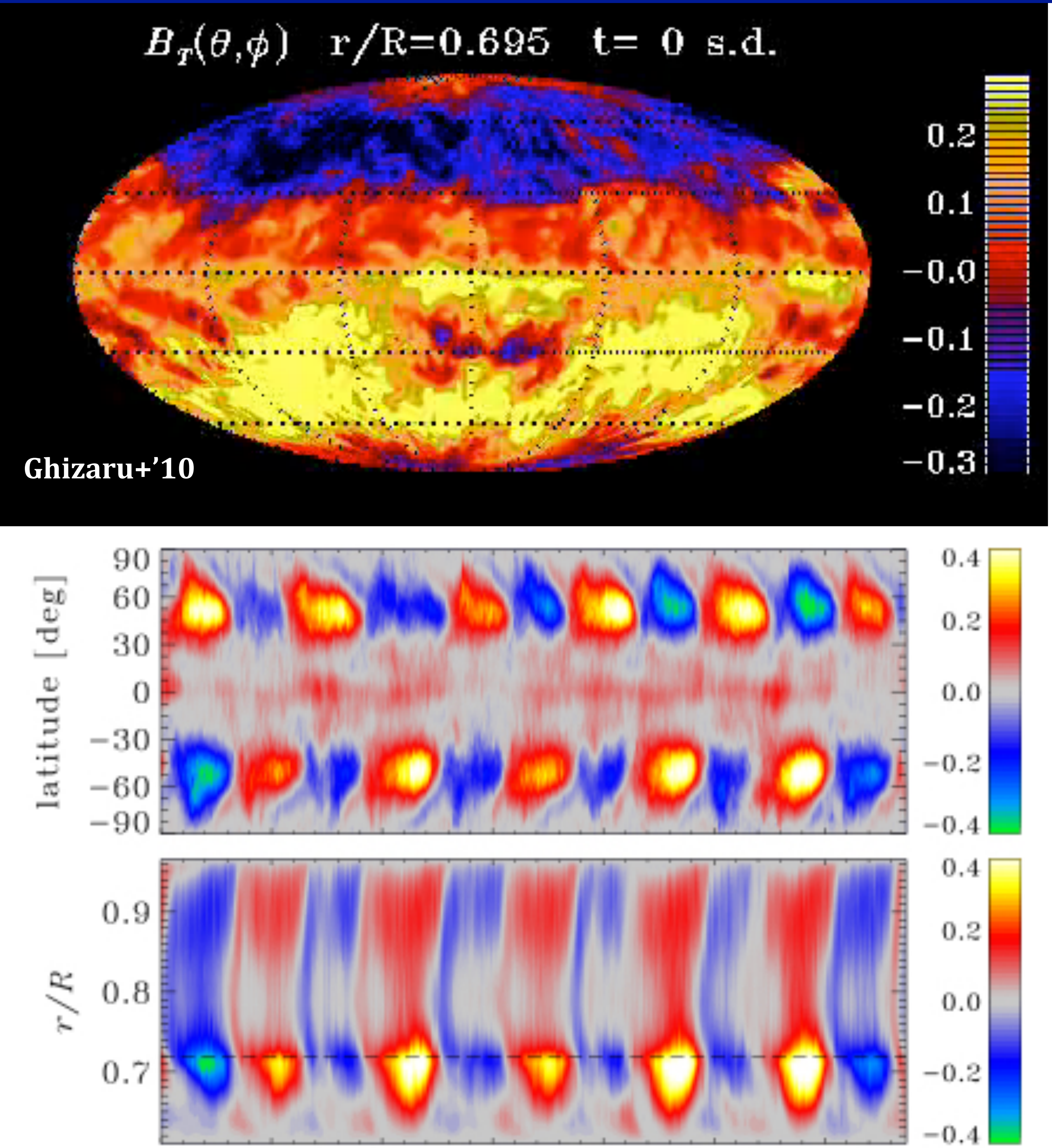
整合的

BL型磁束輸送モデル

Browning et al. (2006)



グローバルダイナモ計算 - 2010年代の転回 -



✳Ghizaru et al. (2010)
(c.f., Racine et al. 2011)

準周期的極性反転をともなう
大局的磁場の生成に初成功

(c.f., Racine+' 11; Lawson+'15)

- tachoclineに加えて
  対流層に大局的磁場
- 約30年周期の極性反転
- 磁場の中緯度域への集中
- 赤道向きのマイグレーション

（※従前のモデルとの違いは後述）

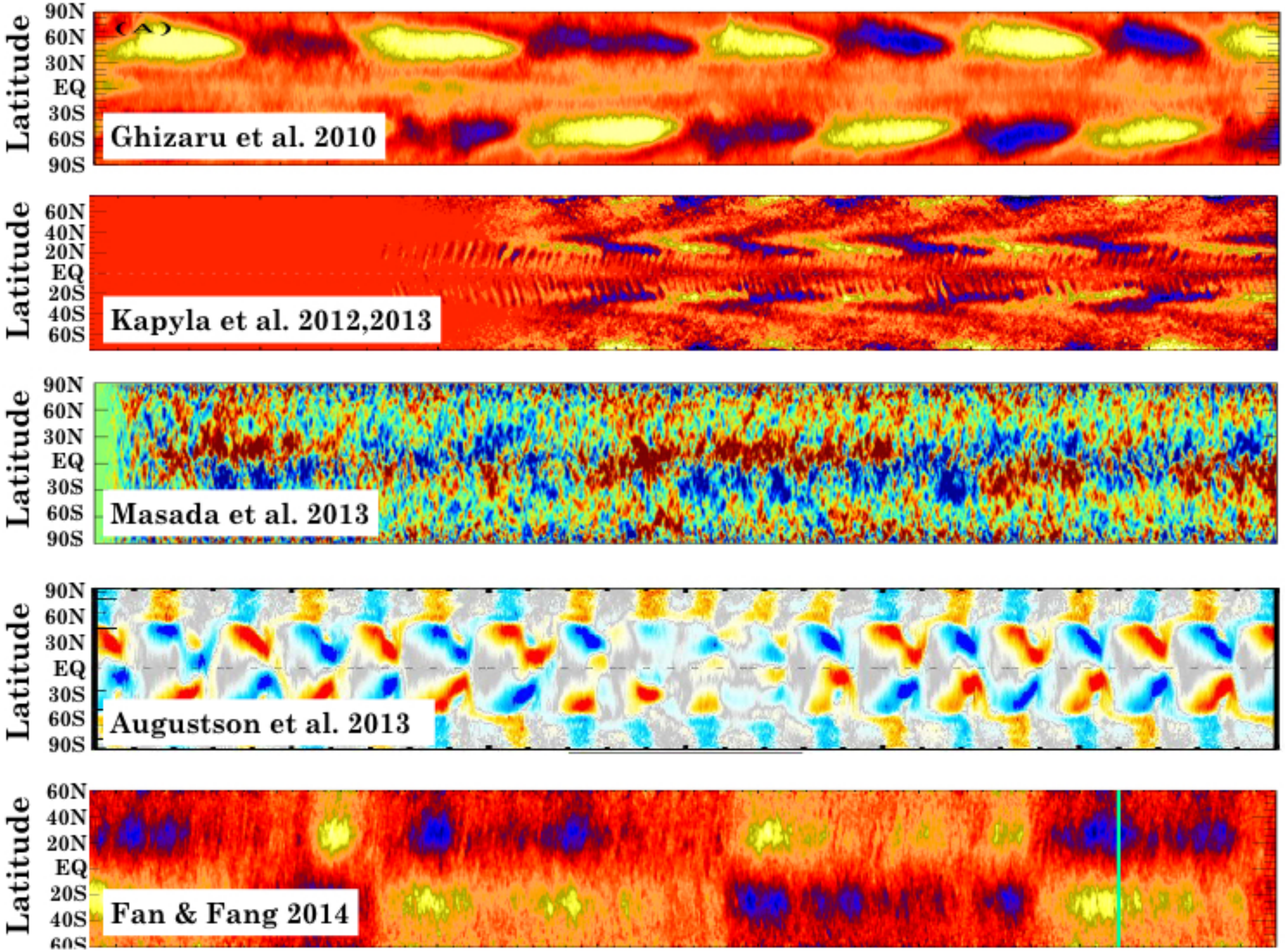
不整合

従来のBL型磁束輸送モデル
(前提仮説：対流は磁場を壊す)

Ghizaru et al. (2010)以降
次々と同様の結果が出だした

準周期的な極性反転をともなう大局的磁場の定性的再現

✴2010年以降の5年で、太陽ダイナモの数値モデリング研究は大きく進展



・LES＋放射層
・30年周期, 赤道反対称
・対流層底部

・DNS＋放射強制項
・赤道マイグレーション
・対流層表面

・DNS＋放射層
・準周期的反転
・安定層内部

・LES＋高速回転
・赤道マイグレーション
・6年周期, 極小期
・対流層中部

・LES
・準周期的反転.
・対流層底部

太陽蝶形図を想起させる大局的磁場時空間進化の定性的再現

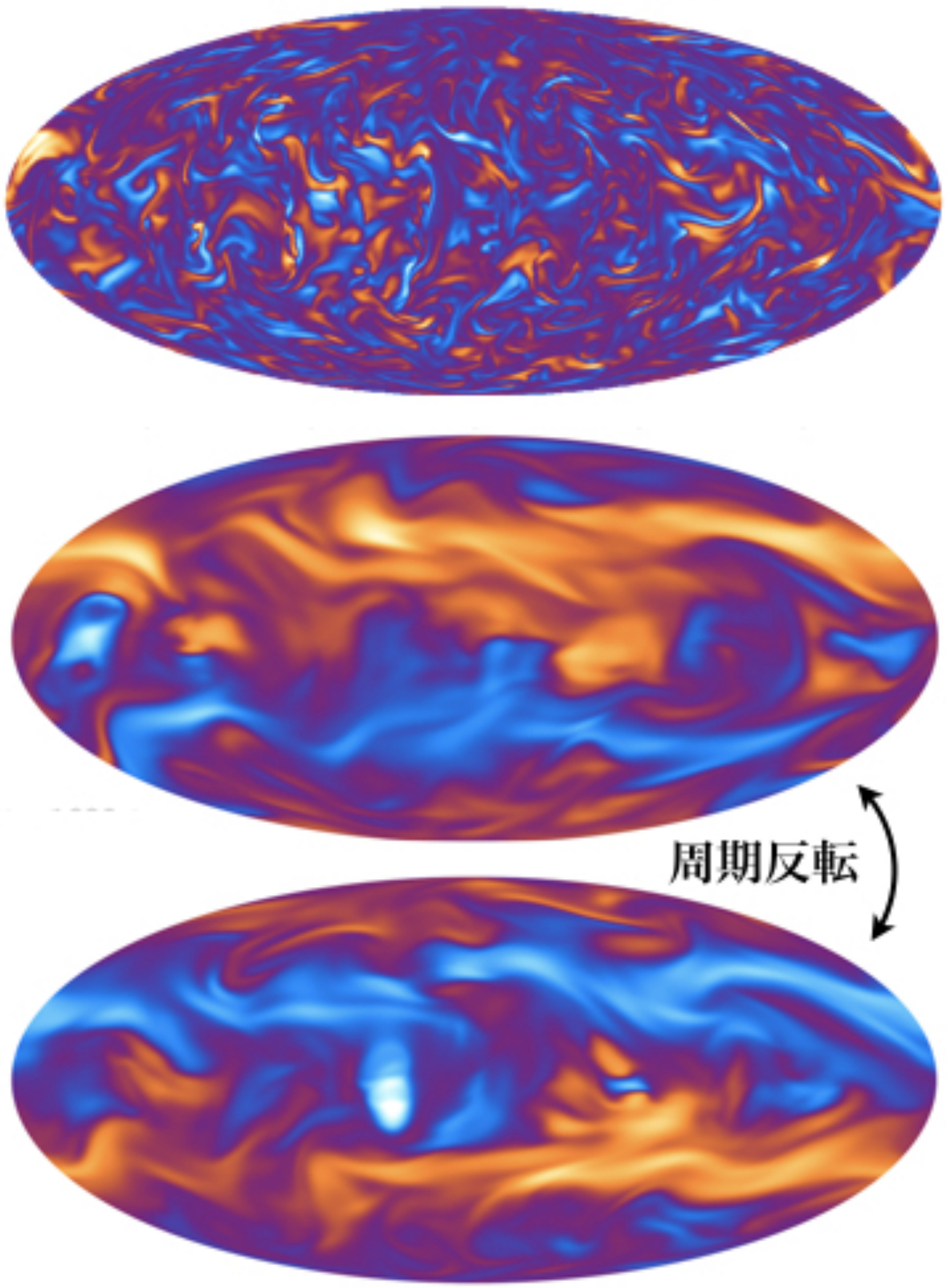
(≠ゼロ年代：Brun et al. 2004, Browning et al. 2006)

太陽型モデルの共通点①コヒーレントなB_ϕ磁場

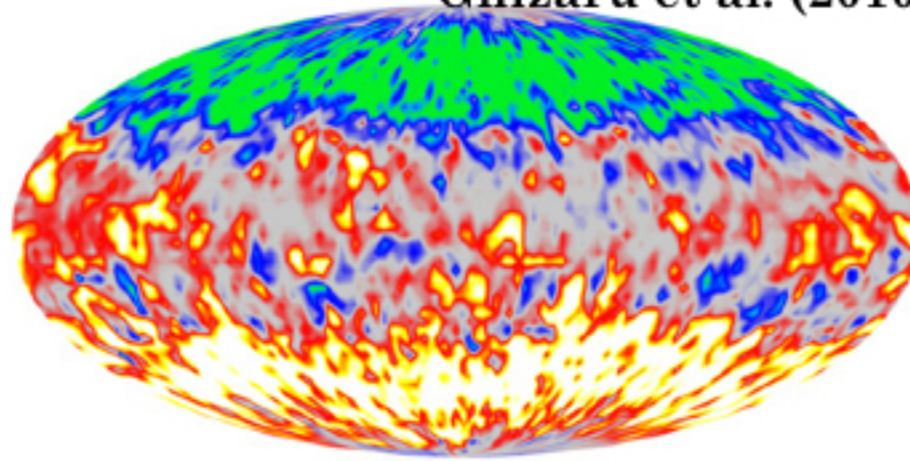
様々なグループが様々なコードで様々な『太陽』を生み出している.どれが本物？

✴共通点①：kG程度のコヒーレントなB_ϕ磁場 [~ O (0.1 × 等分配)]

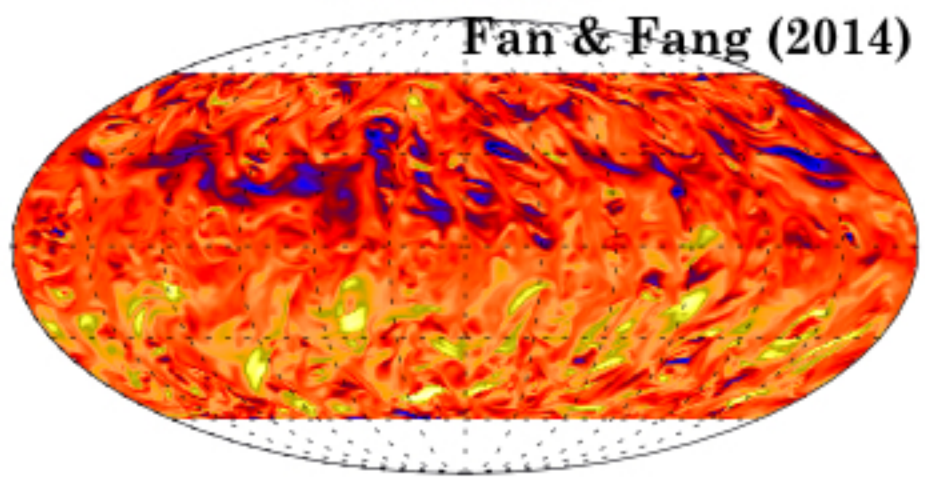
Masada et al. (2013)

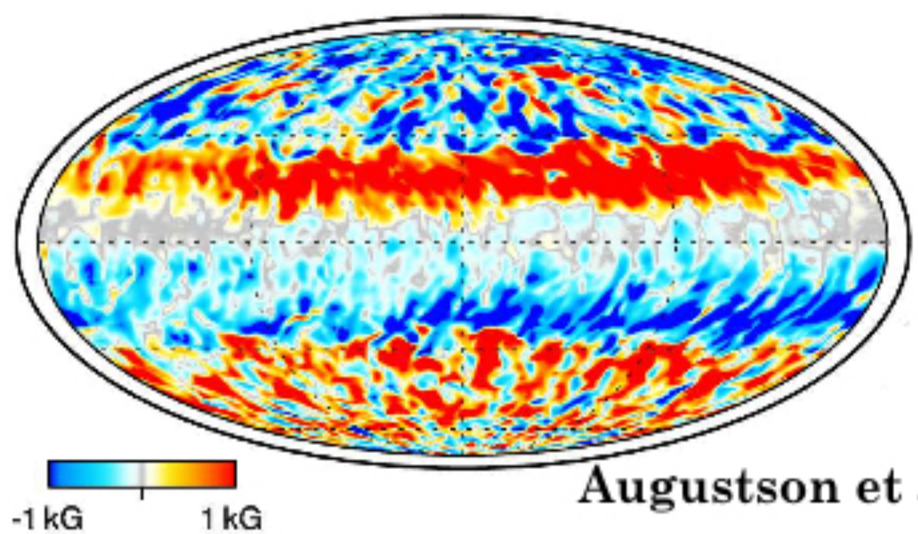


Ghizaru et al. (2010)



Fan & Fang (2014)

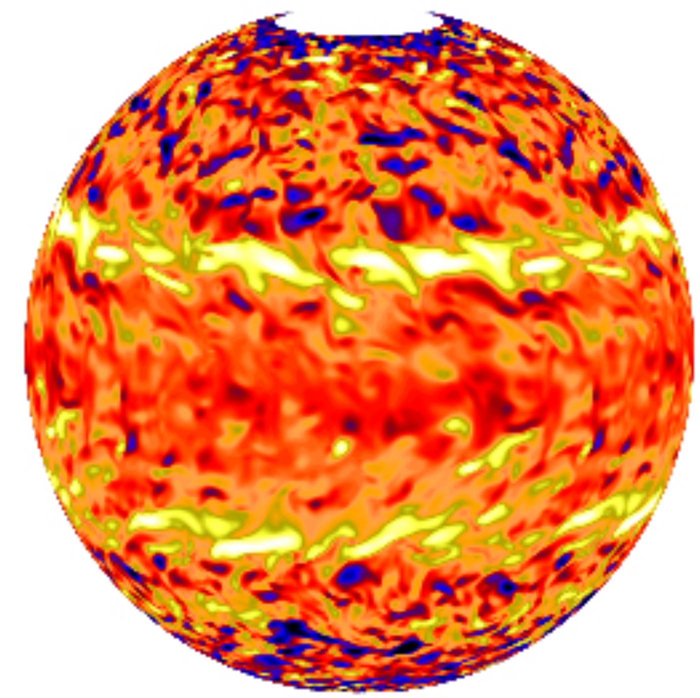




Augustson et al. (2013)

※重要ポイント

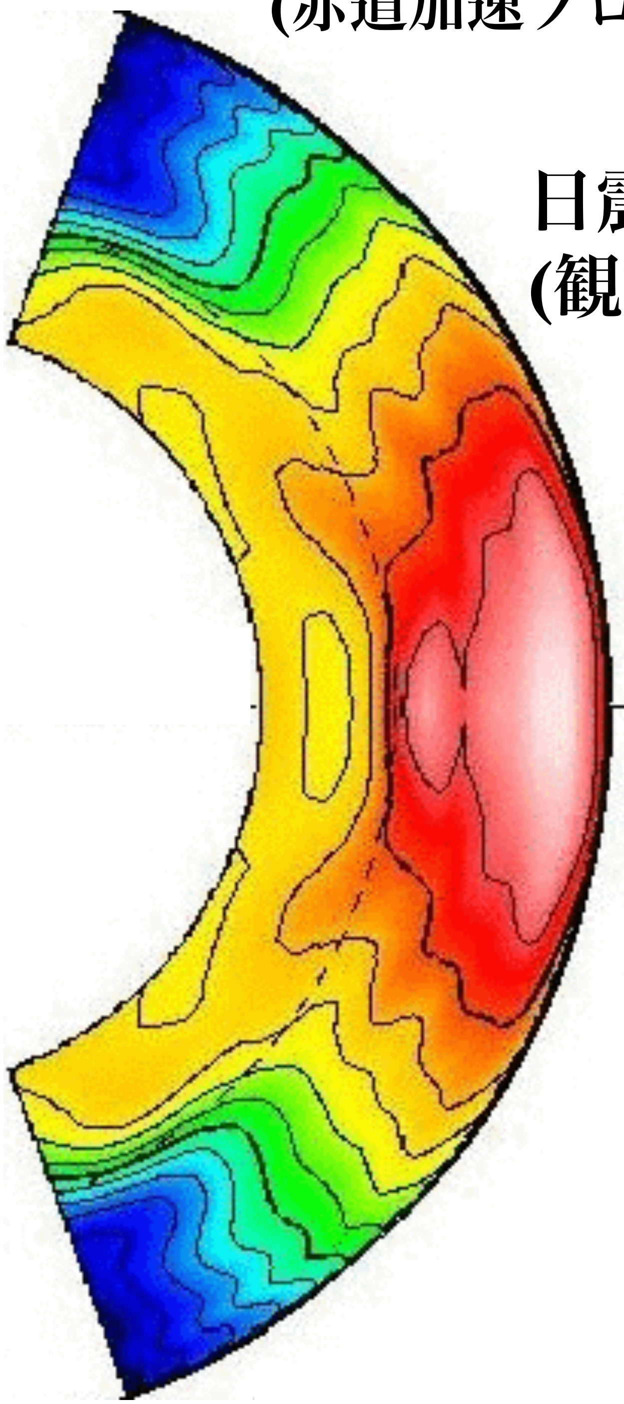
tachoclineの存在に依らず大局的磁場はできる



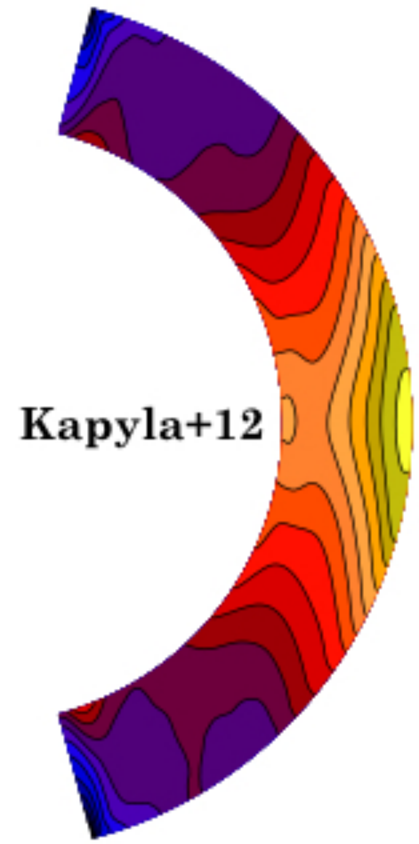
Kapyla et al. (2012,13)

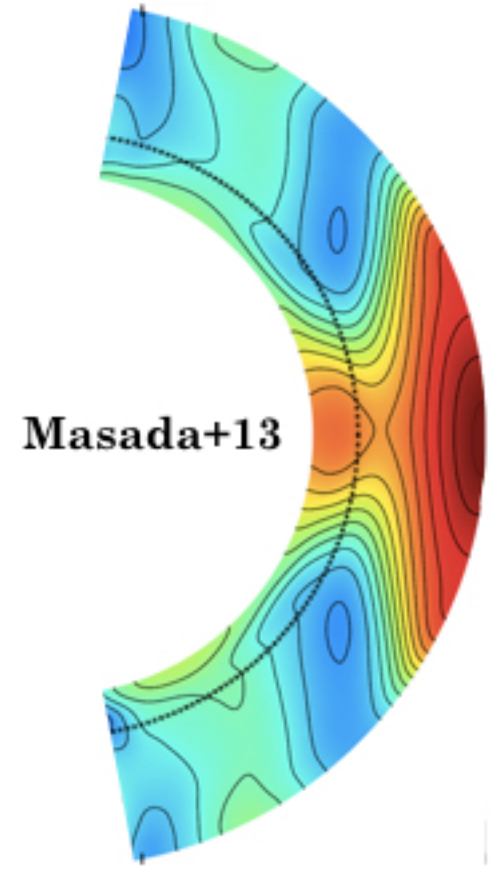
太陽型モデルの共通点②太陽型回転分布：赤道加速

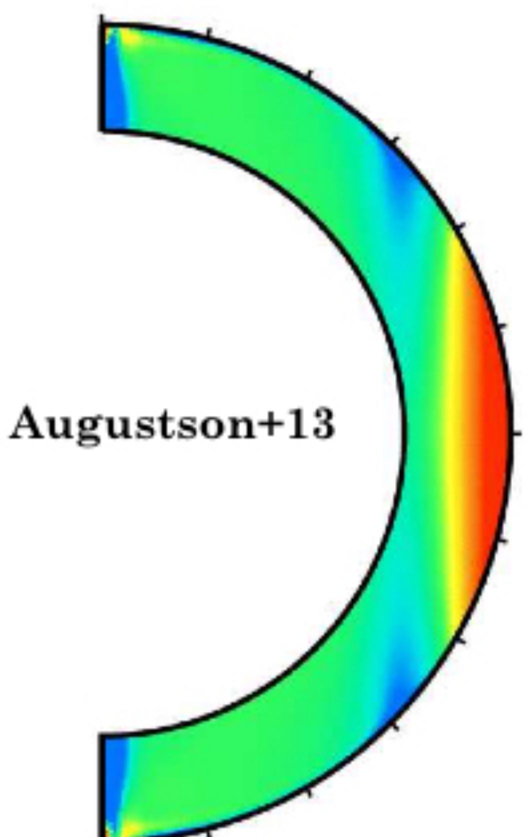
✳共通点②：太陽型回転分布
(赤道加速プロファイル)

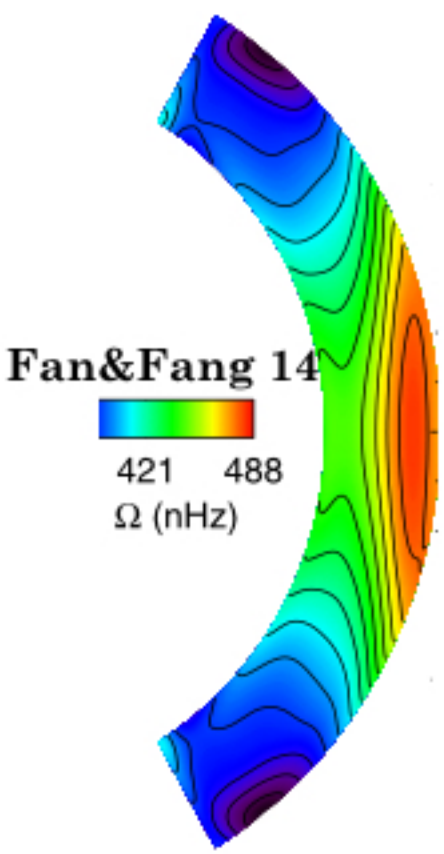


日震学
(観測)









太陽回転との違い
= 等角速度線分布

・現実の太陽
→ 円錐状分布

・シミュレーション
→ 円柱状分布
（Taylor-Proudmann分布）

※今回は回転分布についてはは割愛するが非常に面白い物理がある (Masada 2011)

✳共通点③：
マルチセルの循環流

なぜゼロ年代とは異なる結果が得られ始めたのか？

✳「ゼロ年代の太陽ダイナモ計算」とはいずれも若干計算設定が異なる：

太陽内部の従来の<u>推定値</u>より小さいRossby数を使用 (対流速度を遅くする計算設定)

$$Ro_{sim} < Ro_{sun} \quad (Co_{sim} > Co_{sun})$$

where $Ro = 1/Co \sim V_r/2r\Omega$

→ より回転が支配的な系 (それでも惑星ダイナモと比べるとRoは遥かに大)

■ その背景：

対流速度には不定性が大きい

(シミュレーションで正しく捉えられているか不明)

■ そのような系の実現方法：

・解像度を上げる

・底から流入する熱エネルギーを太陽定数より若干減らす

・回転を現実の太陽よりも若干速くする (3倍とか5倍とか ~ 昔の太陽)

・乱流粘性の効果を加える (LES: Large-eddy simulation)

✳全モデルの総括

tachoclineの存在に依らず
大局的磁場は生成される

✳共通理解

準周期的極性反転をともなう
大局磁場の種は対流層にある

不整合

標準ダイナモモデル

(前提仮説：対流は磁場を壊す)

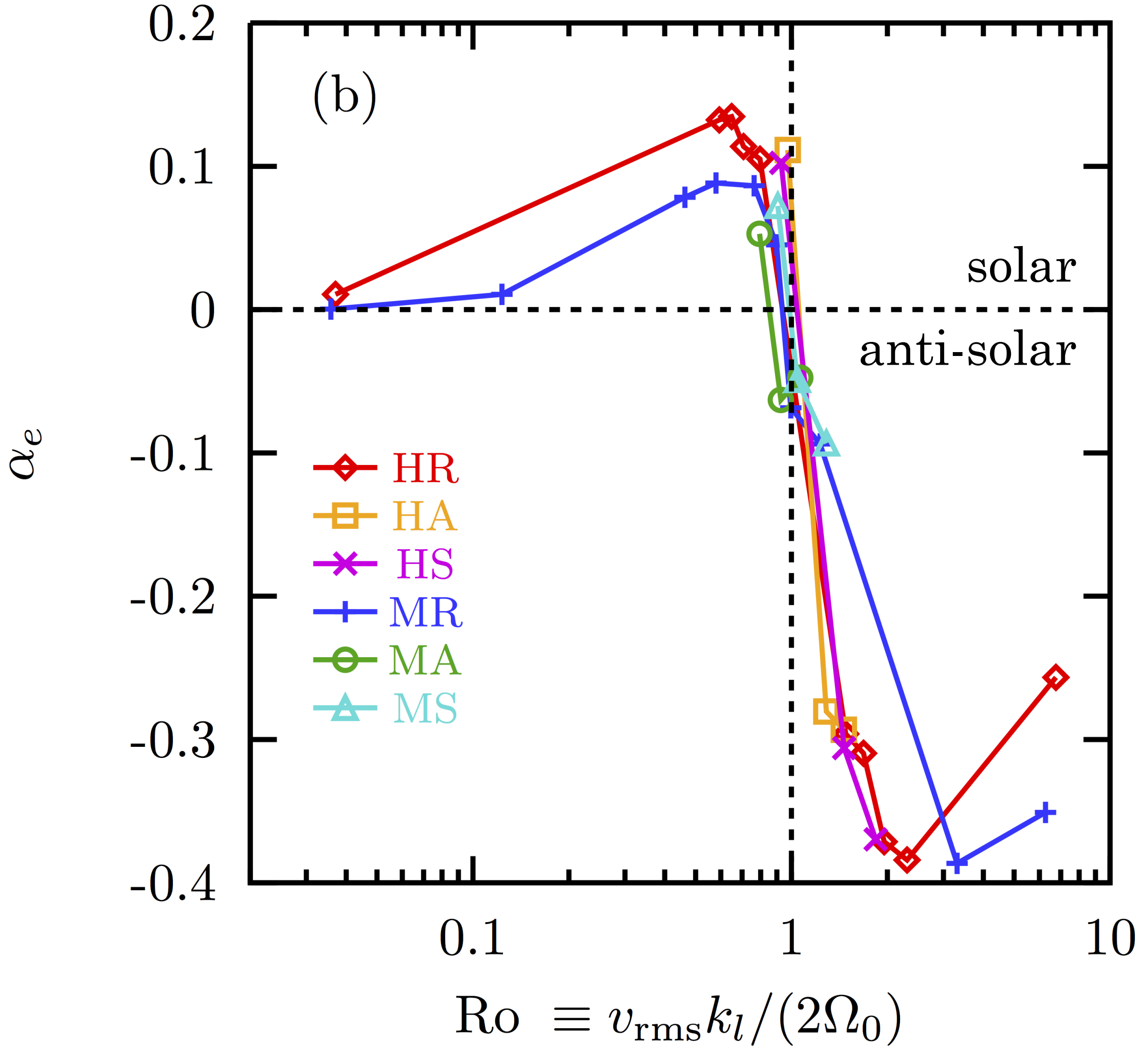
回転球殻ダイナモの性質 ~ ロスビー数依存性~

✴ 回転球殻系における
対流・ダイナモのRo依存性
(Mabuchi, Masada & Kageyama 2015)

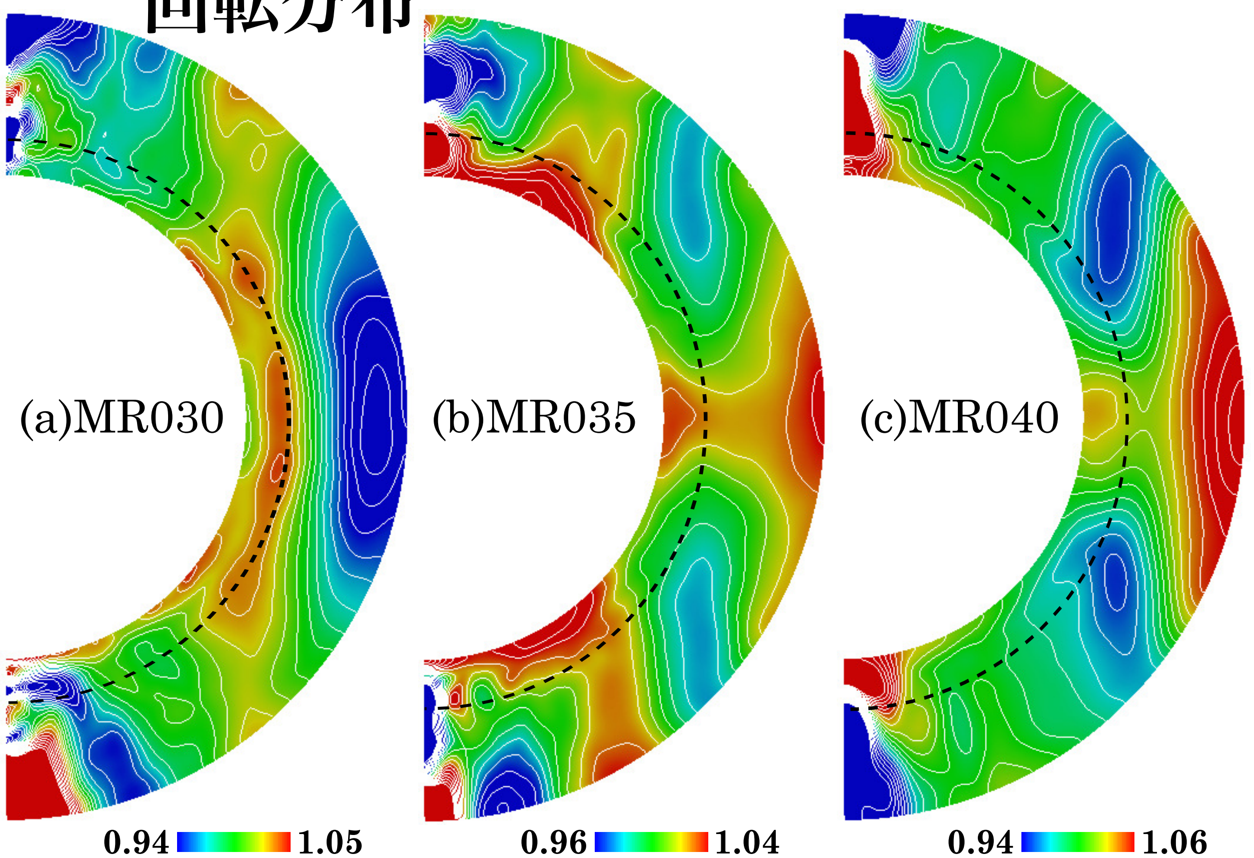
・Roが減少するにつれて

回転分布：反太陽型→太陽型

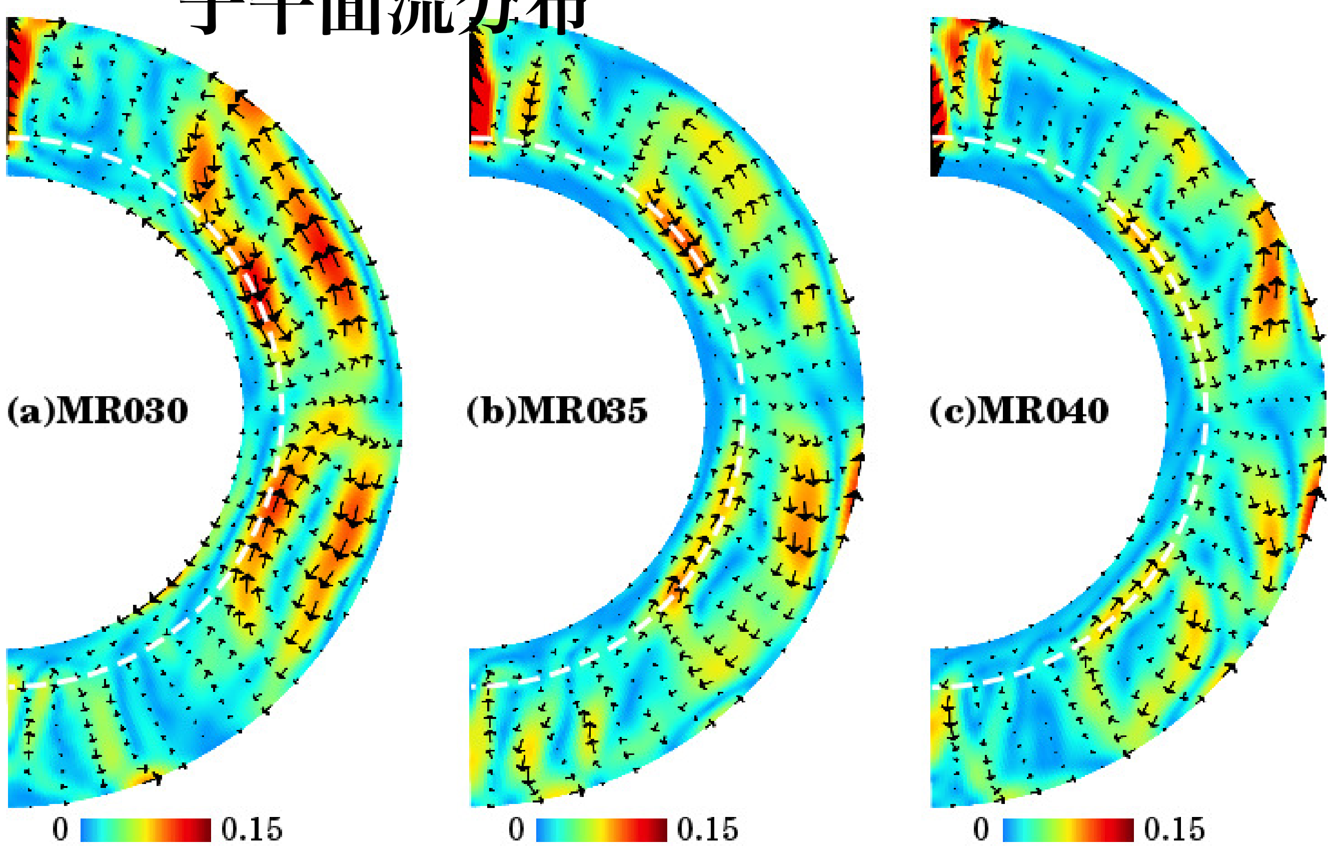
子午面環流：シングルセル
→ マルチセル



回転分布



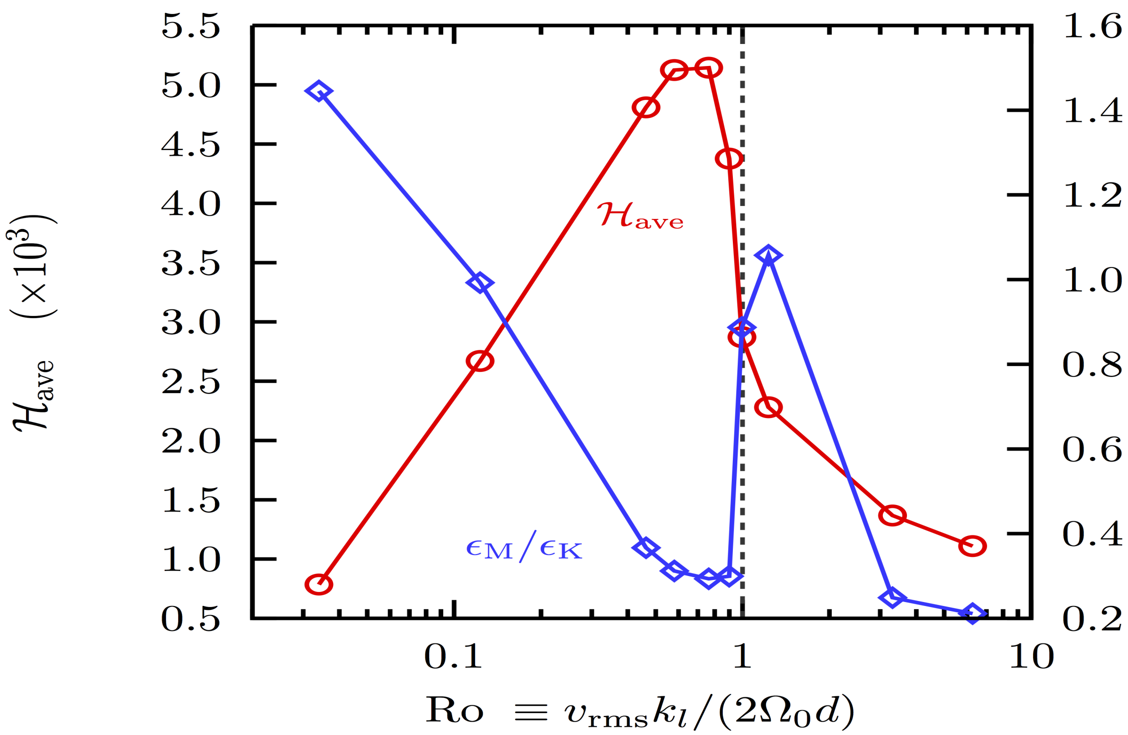
子午面流分布

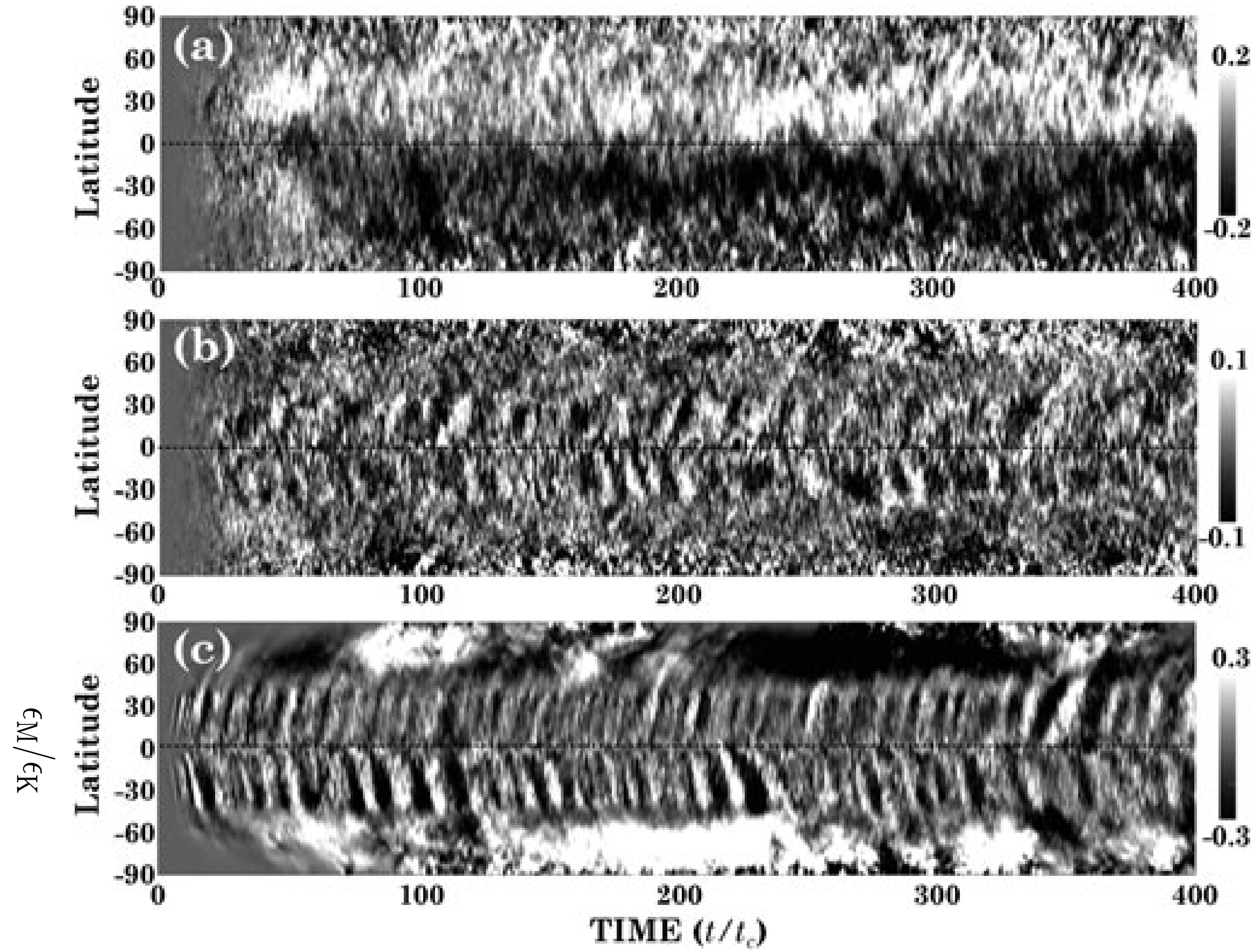


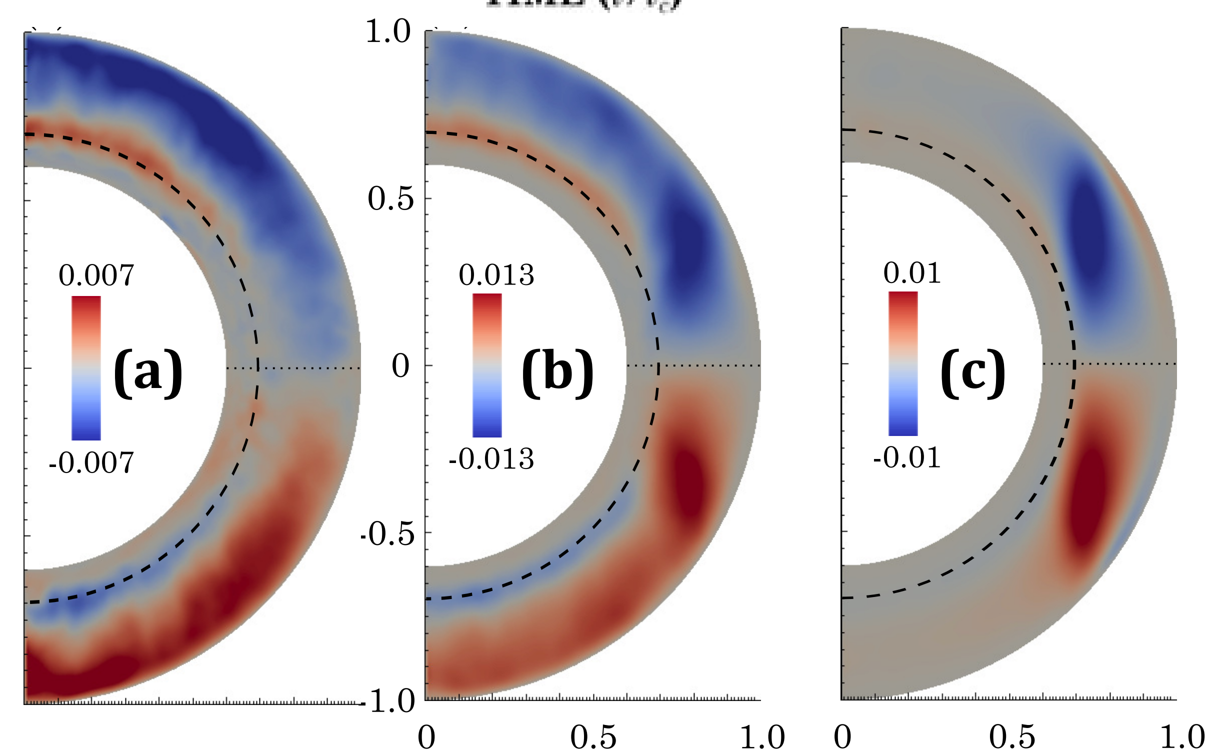
回転球殻ダイナモの性質 ~ ロスビー数依存性~

✳ 回転球殻系における
対流・ダイナモのRo依存性
(Mabuchi, Masada & Kageyama 2015)

・Roが減少するにつれて
ダイナモ： 定常 → 周期反転
磁場強度上昇







・ヘリシティや差動回転の強さ
→ 磁場の周期性の発現や
強度とは強い相関が無い

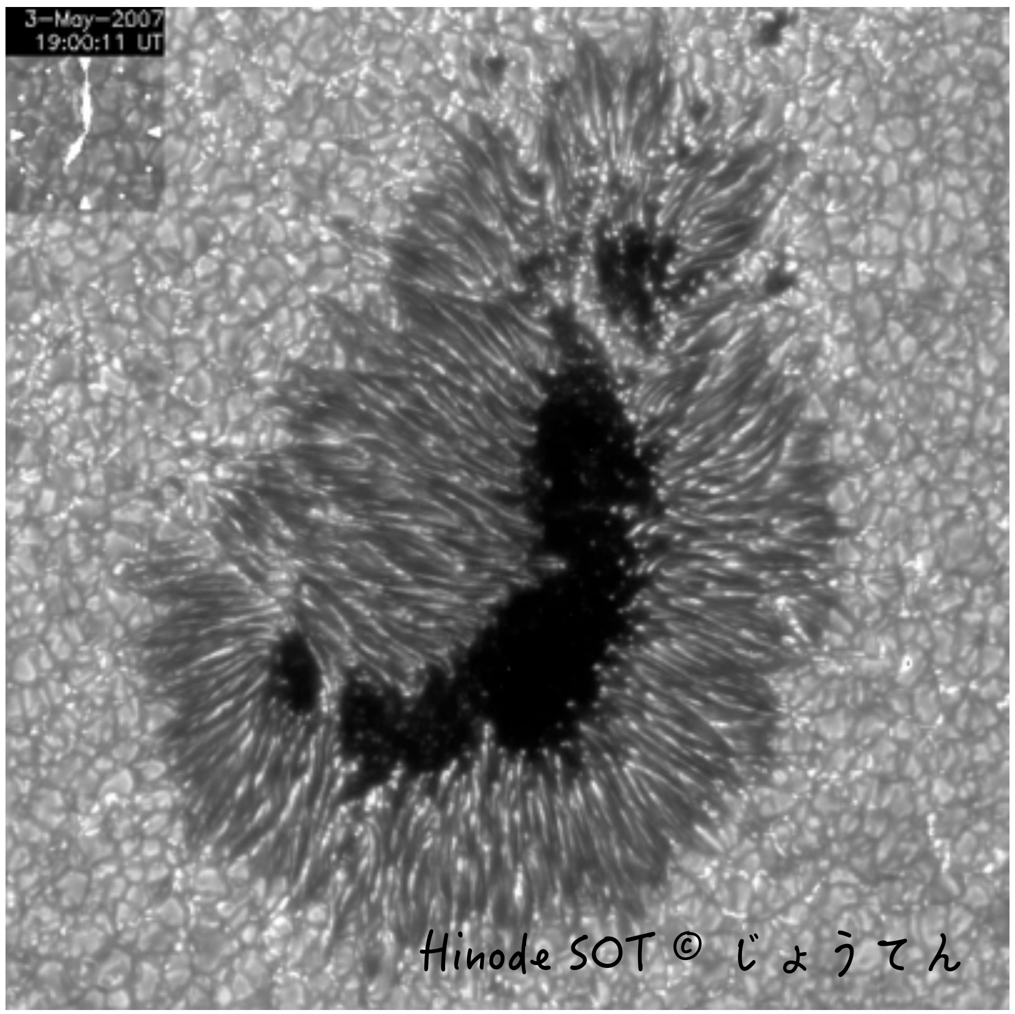
・ヘリシティ(~α効果)の勾配が重要？

・ダイナモ機構は未決着. 対流層が鍵.

現状に関するまとめと未解決問題

◉現状まとめ：

- MHDダイナモ計算で周期的極性反転をともなう太陽型の磁場
- 様々な点で標準シナリオとは異なる → 標準シナリオ再考へ



＊太陽磁場の3つの特徴：

①大局性：黒点のスケール ≫ 対流スケール

②~~収束性~~（集中性）：局在化

③周期性：11年周期 (or 22年周期)

※収束性について

・太陽ダイナモ計算で出現するのは大局的だが``diffuse"な (バラバラ・拡がった) 磁場

・どんな機構が磁場を収束させるのか？どこで磁場は収束するのか？

＊未解決問題：

・乱流に支配された対流層で周期性を持つ大局的磁場を生み出す物理を理解する

・磁束の集中（~黒点）の物理機構は何か？

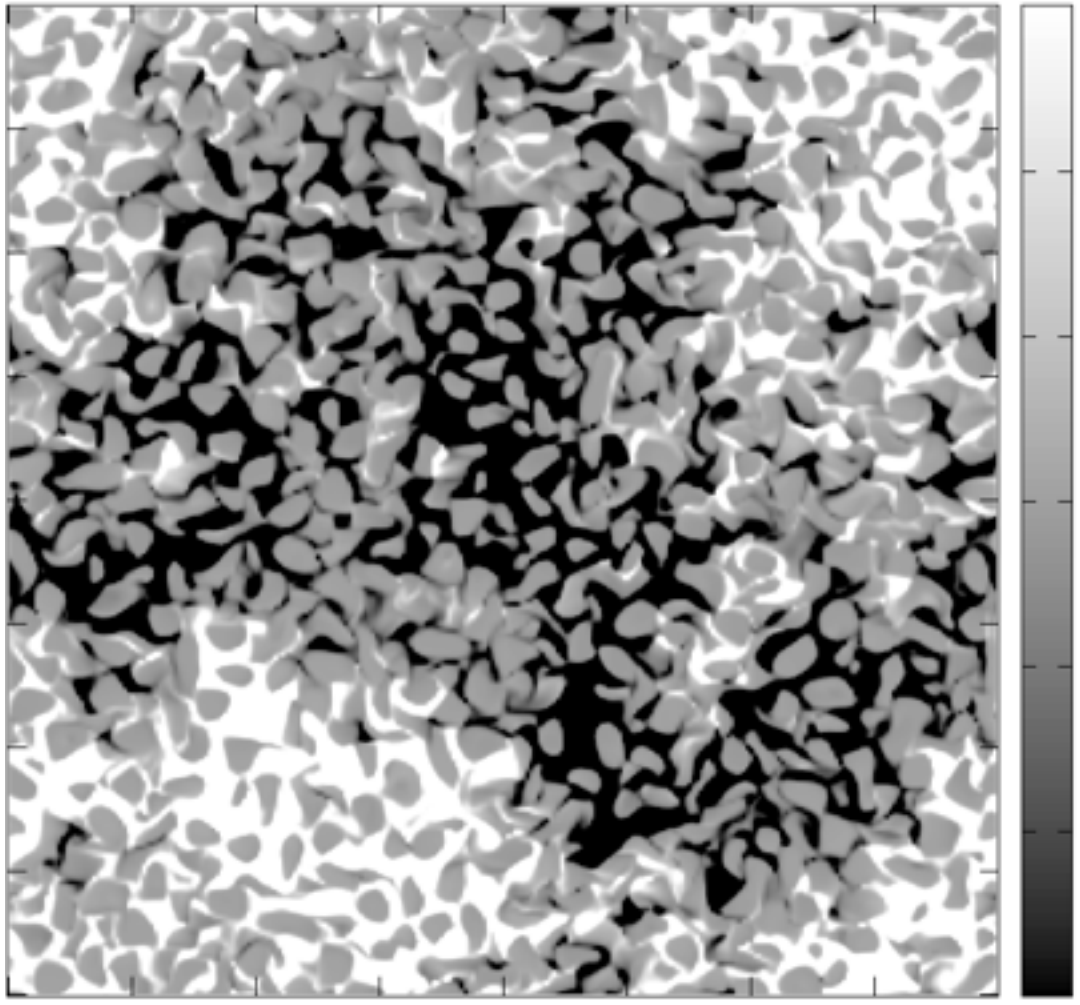
この解決が我々の課題 ⇐

(以降はその解決のための我々の取り組み)

我々の取り組み

～大局的磁場の生成から表面構造の形成まで～

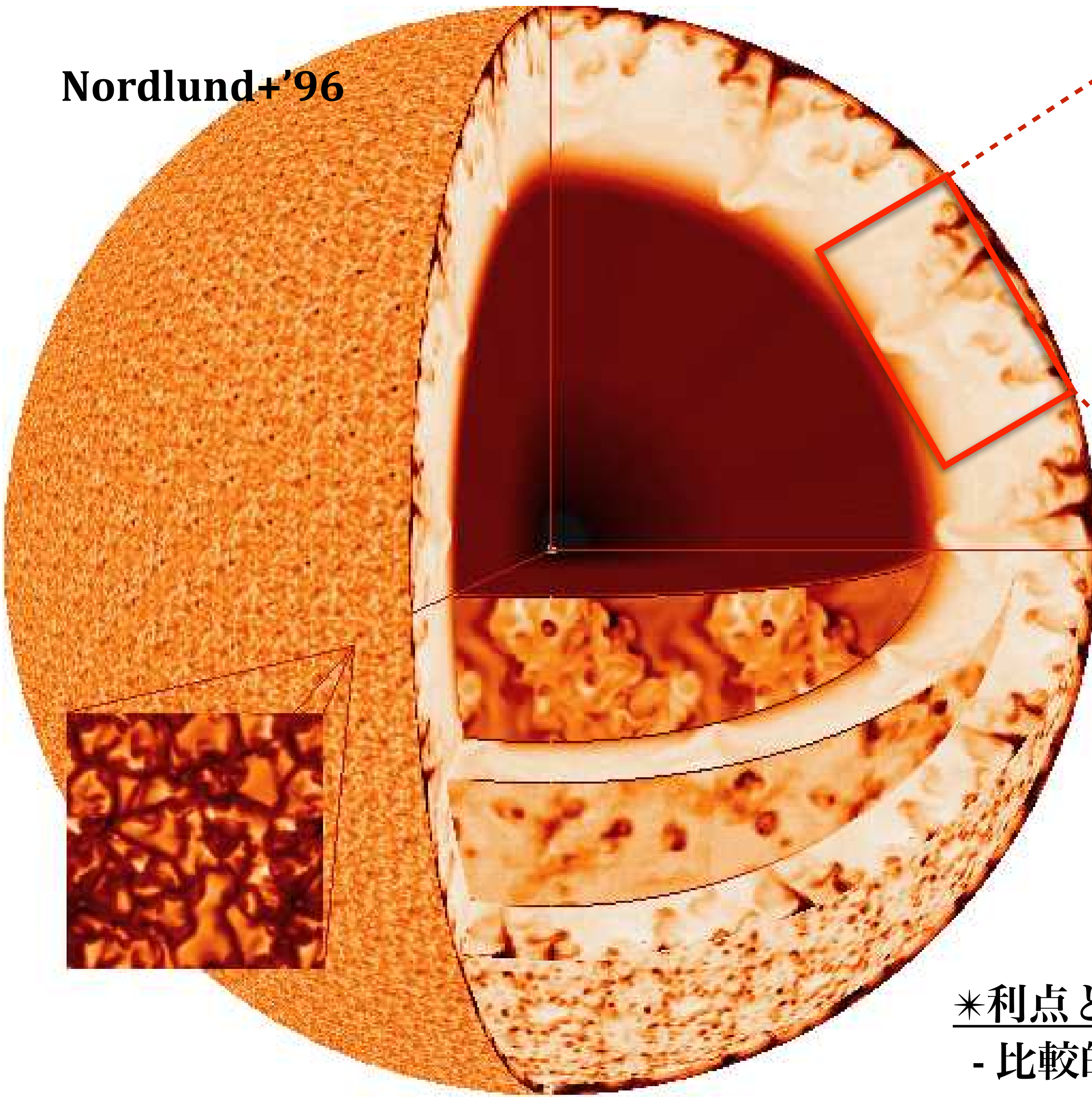
The first successful simulation of surface magnetic structure formation from dynamo-generated magnetic field

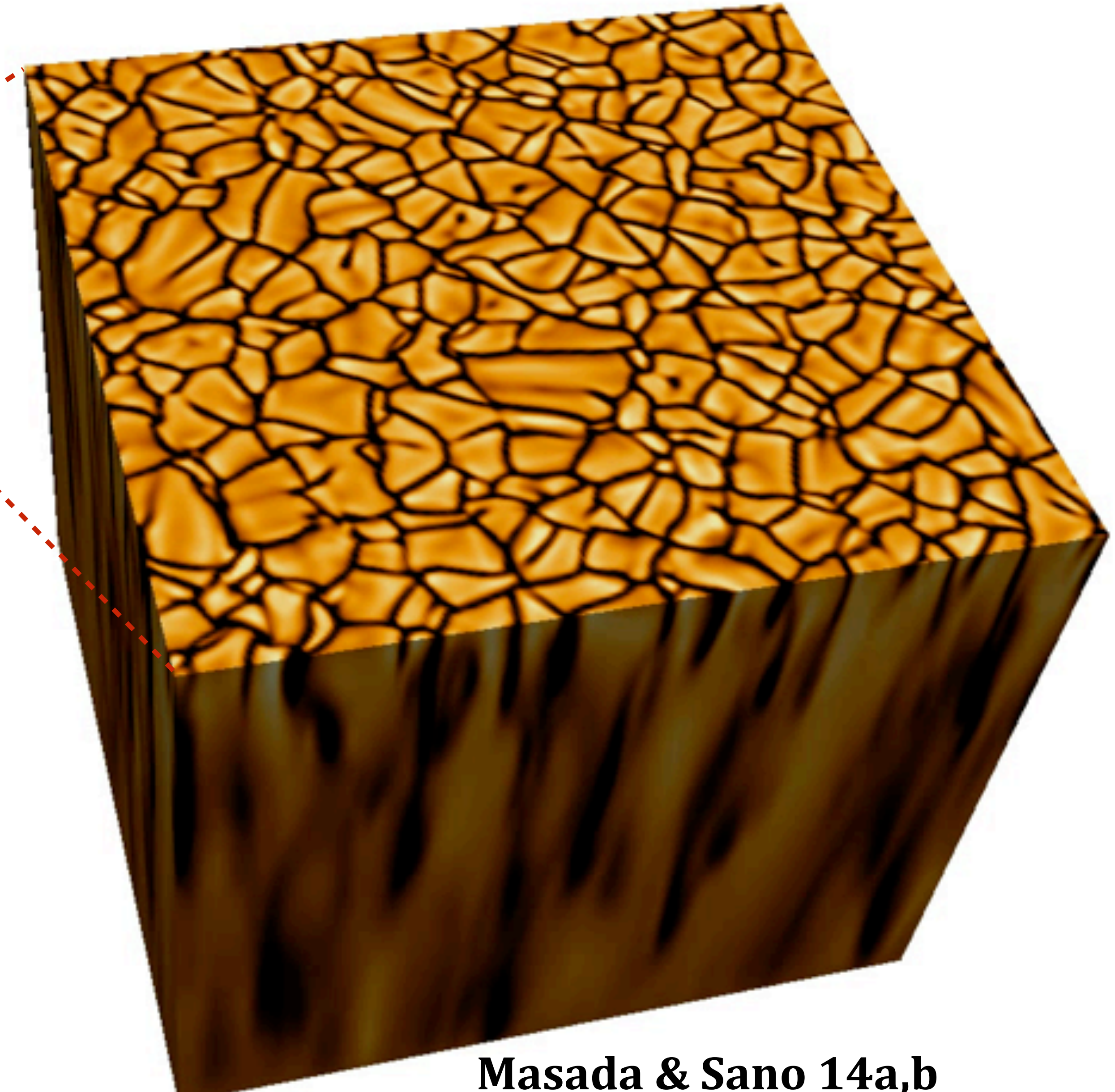


Masada & Sano 2016
(submitted to ApJL)

ボックス計算による対流ダイナモ機構の研究

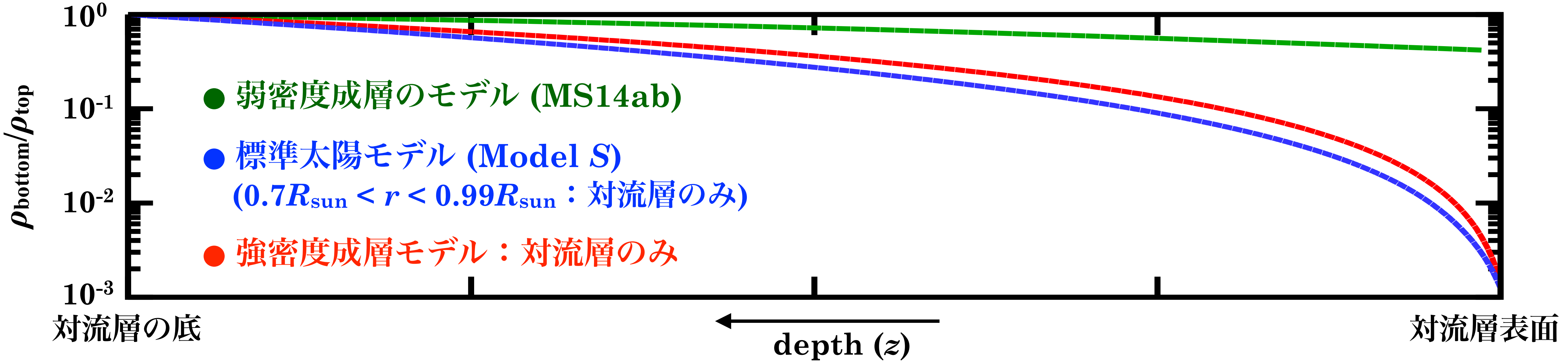
✳対流ダイナモをボックス型モデル（semi-global）で調べる
必要最小限のモデルで太陽磁場の性質をどこまで理解できるか？


Nordlund+'96


Masada & Sano 14a,b
Masada & Sano 16 submitted

✳利点と欠点：
- 比較的良い解像度で長時間計算が可能
- 差動回転や子午面流が無いので対流の物理の理解が容易
- 現実の太陽に直接言及するのは難しい (推測しかできない)

①弱密度成層下での対流ダイナモとその理解

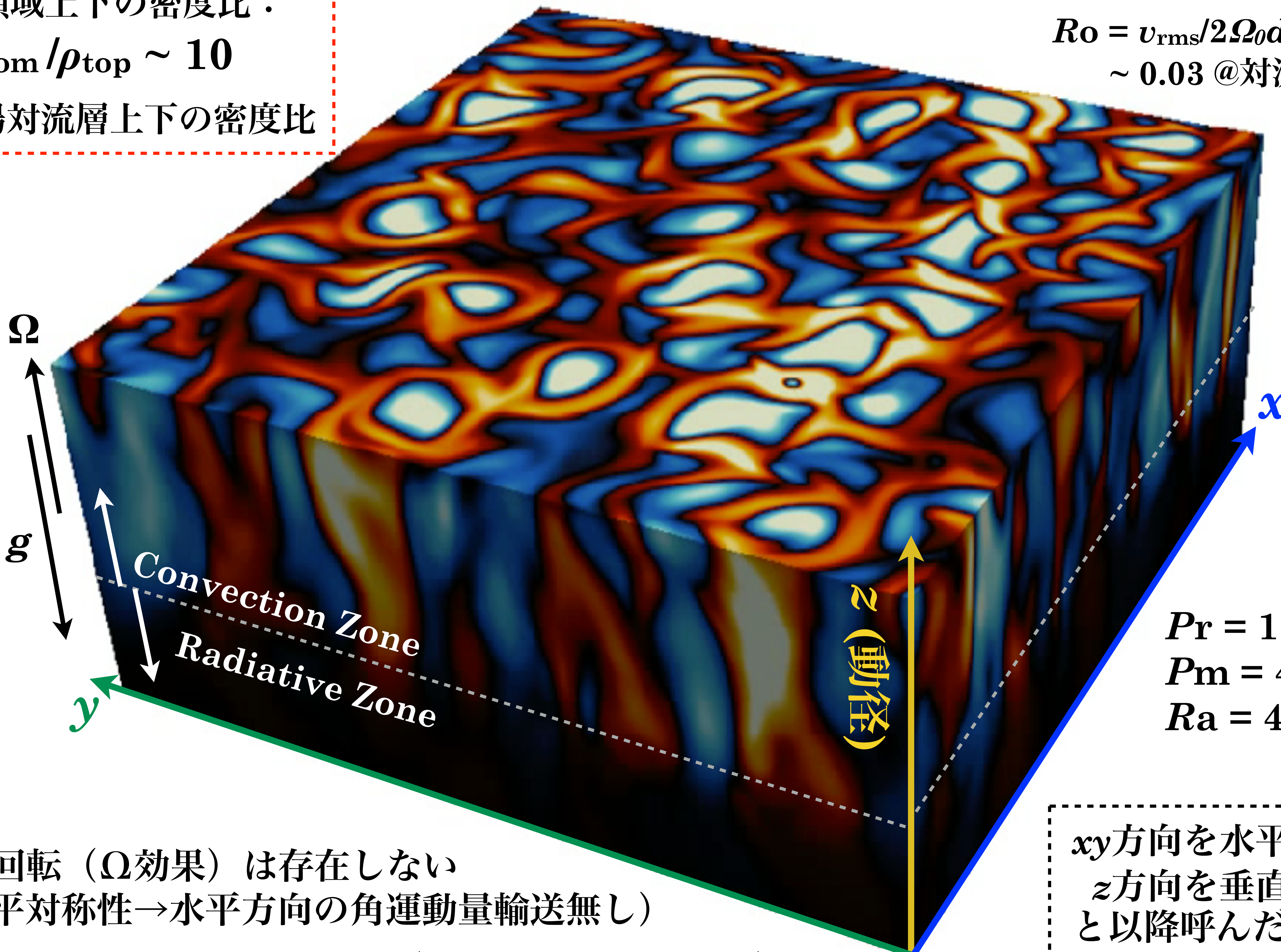


弱い密度成層下での対流ダイナモとその物理機構

(可視化しているのは動径速度)

計算領域上下の密度比：
$\rho_{\mathrm{bottom}} / \rho_{\mathrm{top}} \sim 10$
≪ 太陽対流層上下の密度比

$Ro = v_{\mathrm{rms}}/2\Omega_0 d$
~ 0.03 @対流層



$Pr = 1.2$,
$Pm = 4$,
$Ra = 4\times10^6$

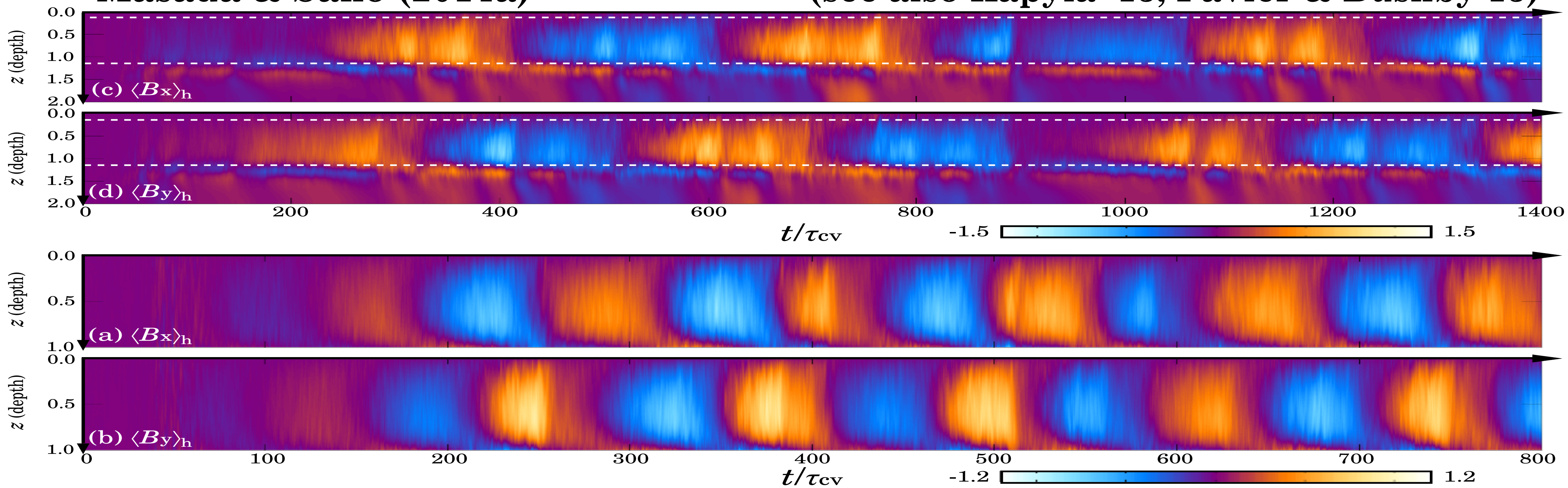
xy方向を水平方向
z方向を垂直方向
と以降呼んだりする

＊差動回転（Ω効果）は存在しない
（∵ 水平対称性→水平方向の角運動量輸送無し）

＊上下非対称性を持つ対流構造（→ ヘリシティを持つ）

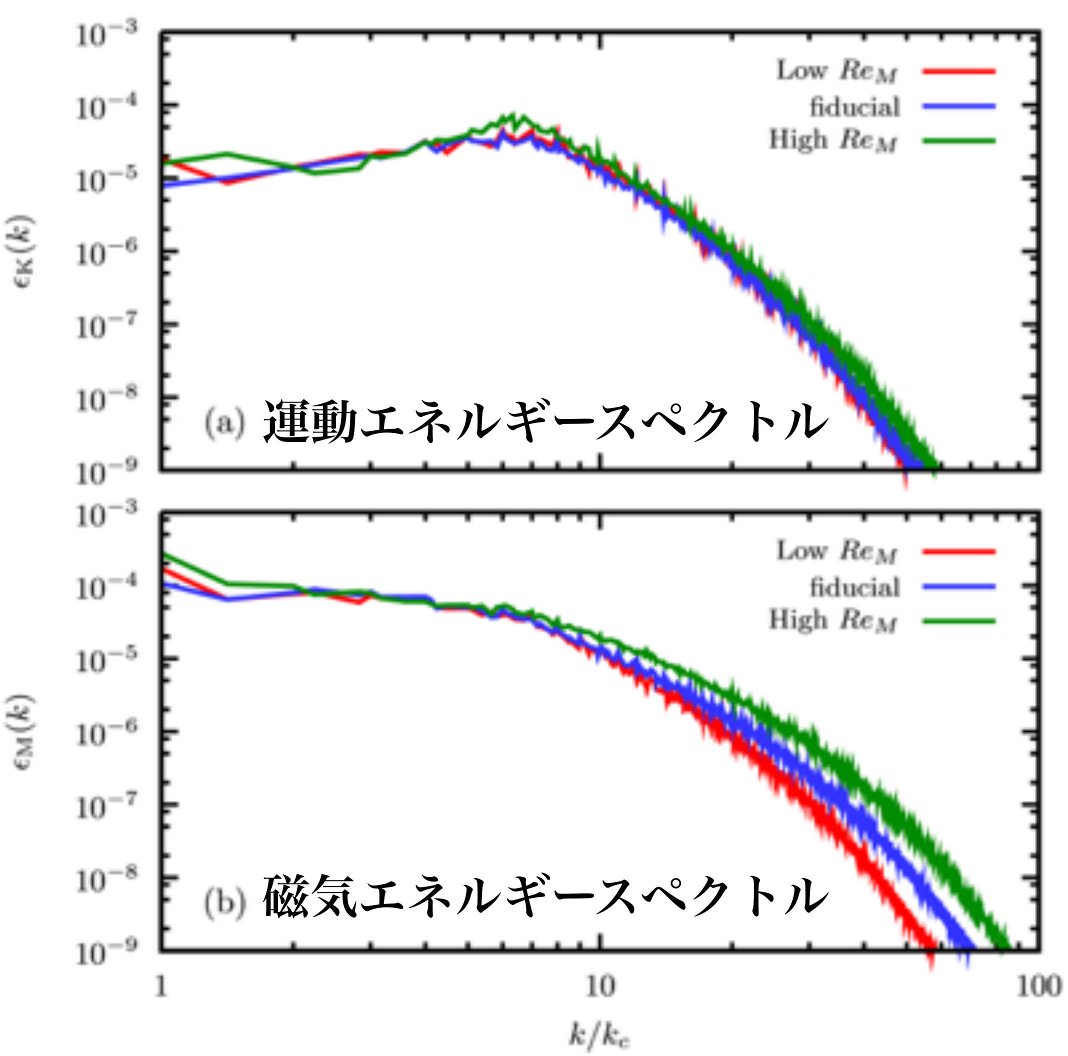
準周期的極性反転をともなう大局的磁場の生成

Masada & Sano (2014a)　　(see also Kapyla+13; Favier & Bushby 13)



with
RZ

without
RZ



(このような結果はゼロ年代には得られていなかった)

- 激しい乱流が支配する対流層で大局的磁場が形成.
- 極性反転と動径方向へのマイグレーション.
- B_x & B_yの間の位相のズレは $\pi/2$.
- 安定層の有無は大局的磁場の生成に影響しない.

→ 激しい対流そのものが大局的ダイナモを担う.

- ダイナモ機構は何か？

さらに単純化 →

直接数値計算（DNS）と
カップルさせた平均場モデル

DNSとカップルさせた平均場ダイナモモデル (Masada & Sano 2014b)

∗平均場ダイナモ方程式

Ω-effect is absent in our DNS

$$\frac{\partial\langle\boldsymbol{B}\rangle}{\partial t}=\nabla\times[\cancel{\langle\boldsymbol{u}\rangle\times}\langle\boldsymbol{B}\rangle+\mathcal{E}_t-\eta_0\nabla\times\langle\boldsymbol{B}\rangle]$$

with

$$\mathcal{E}_t=\underbrace{\alpha\langle\boldsymbol{B}\rangle}_{\text{乱流}\alpha\text{効果}}+\underbrace{\boldsymbol{\gamma}\times\langle\boldsymbol{B}\rangle}_{\text{乱流パンピング}}-\underbrace{\eta_t\nabla\times\langle\boldsymbol{B}\rangle}_{\text{乱流磁気拡散}}$$

⟨・⟩を水平・時間平均にとり, 乱流係数も平均場も系の深さ(z)と時間のみの関数とすると以下の1次元の平均場ダイナモ方程式に帰着する：

$$\frac{\partial\langle\boldsymbol{B}_h\rangle_{\rm h}}{\partial t}=\nabla\times[\boldsymbol{\mathcal{E}}-\eta_0\nabla\times\langle\boldsymbol{B}_h\rangle_{\rm h}]\ ,$$

where

$$\boldsymbol{B}_h=(B_x,B_y)$$

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}=\alpha\langle\boldsymbol{B}_h\rangle_{\rm h}+\gamma\boldsymbol{e}_z\times\langle\boldsymbol{B}_h\rangle_{\rm h}-\eta\nabla\times\langle\boldsymbol{B}_h\rangle_{\rm h}\ ,$$

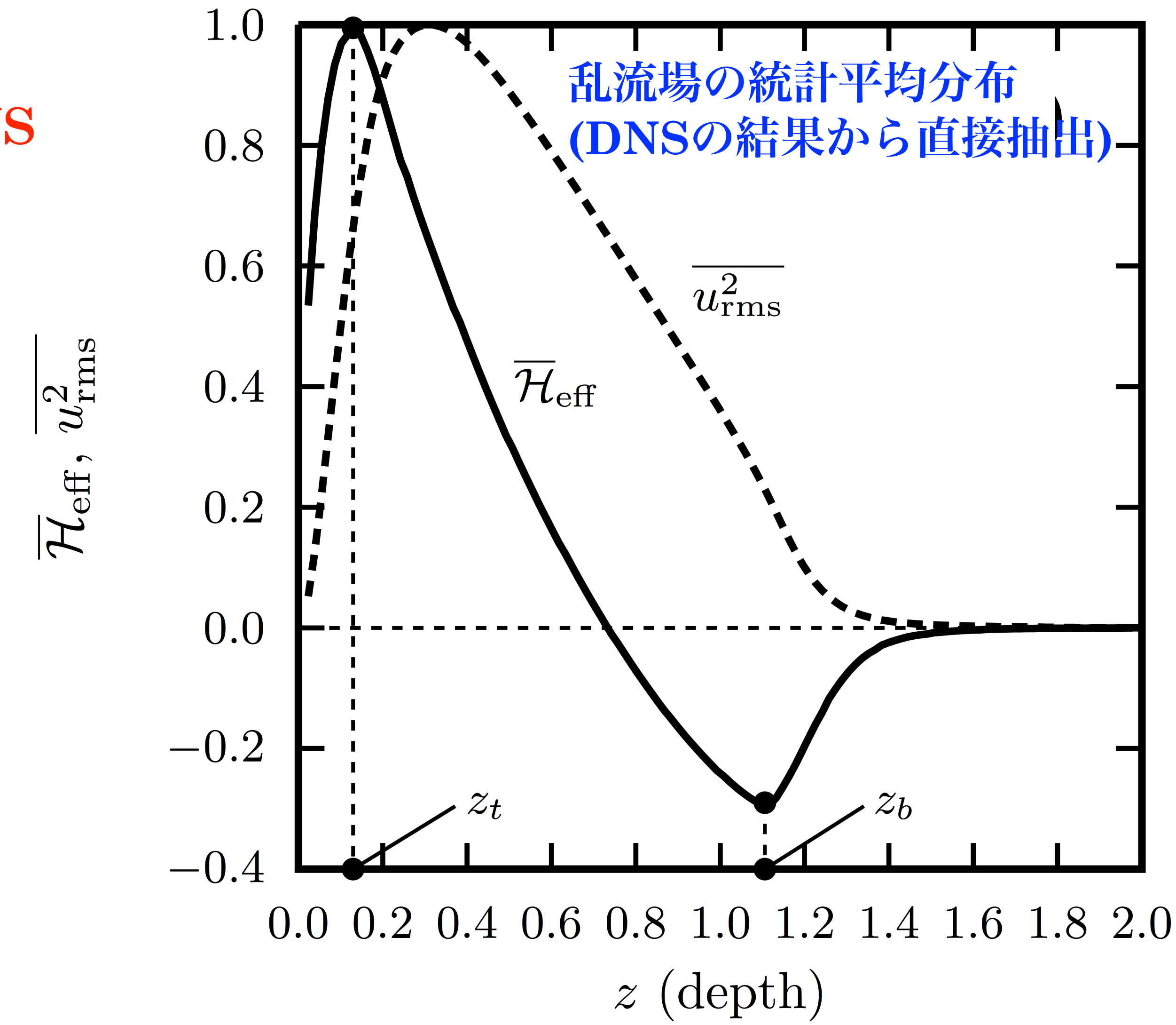
この方程式を以下の非線形効果を考慮して数値的にとく

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t}=-2\eta_k k_c^2\left[\frac{\alpha\langle B_h\rangle_{\rm h}^2-\eta\,(\nabla\times\langle B_h\rangle_{\rm h})\cdot\langle B_h\rangle_{\rm h}}{B_{\rm eq}^2}+\frac{\alpha-\alpha_k}{Re_M}\right]$$

$$\gamma=\frac{\gamma_k}{1+Re_M\langle B_h\rangle_{\rm h}^2/B_{\rm eq}^2}\ ,$$

(c.f., Brandenburg & Subramanian 2005)

$$\eta=\frac{\eta_k}{1+Re_M\langle B_h\rangle_{\rm h}^2/B_{\rm eq}^2}\ ,$$



∗α, γ, η_tの分布をDNSと無矛盾に決める：

$$\alpha(z)=-\tau_c\mathcal{H}_{\rm eff}\ ,\qquad \text{【乱流}\alpha\text{効果】}$$

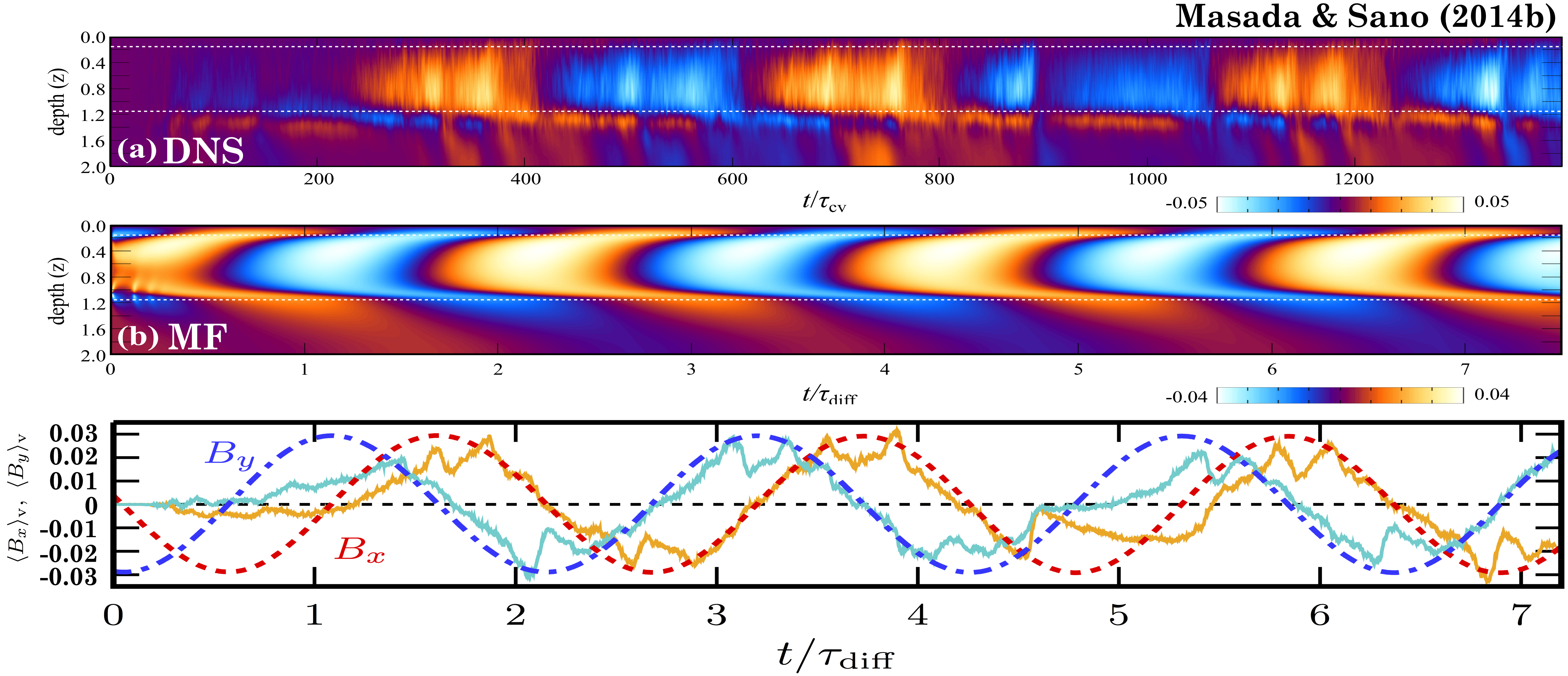
$$\gamma(z)=-\tau_c\partial_z\langle\langle u_z^2\rangle\rangle\ ,\text{【乱流パンピング】}$$

$$\eta_t(z)=\tau_c\langle\langle u_z^2\rangle\rangle\ ,\qquad \text{【乱流磁気拡散】}$$

(c.f., Ossendlijver et al. 2002)

大局的磁場が乱流場に及ぼすローレンツ力の反跳効果 (非線形効果)も考慮 (クエンチング)

平均場モデルの非線形解：DNSとの定量比較　(Masada & Sano 2014b)



Orange : $B_{\rm x}$ in DNS, Cyan : $B_{\rm y}$ in DNS,
Red : $B_{\rm x}$ in DNS-coupled MF, Blue : $B_{\rm y}$ in DNS-coupled MF

- 対流層における大局的磁場の形成と時空間進化を再現. 振幅・周期も定量的に一致.
- $B_{\rm x}$ & $B_{\rm y}$の間の位相のズレ ($\pi/2$)も再現.
- 全く同じモデルで磁気拡散率の異なるモデルまで定量的に再現（次ページ）

➡ **乱流の統計的効果によるダイナモ = α^2ダイナモ の強い証拠**

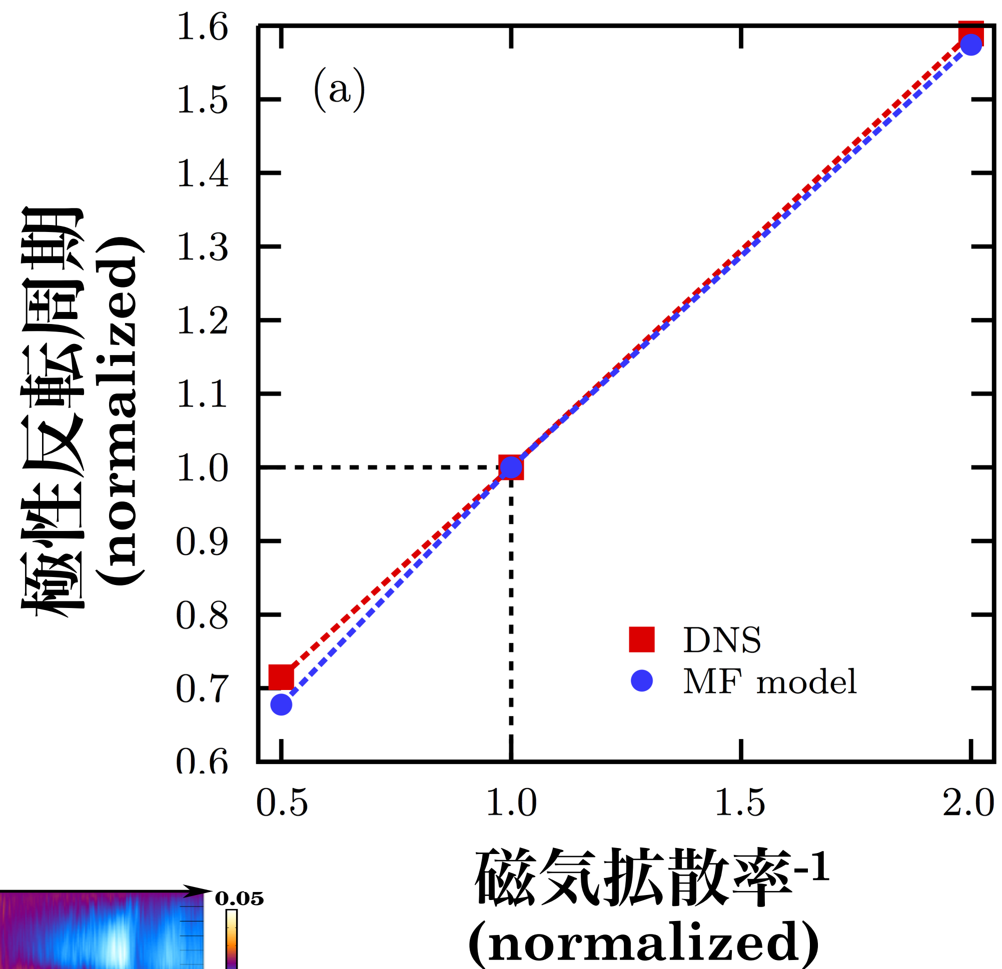
(理論的予言：Radler & Brauar 1987)　(α^2ダイナモ波が時空間パターンを生む)

DNSと平均場モデルの磁気拡散率依存性

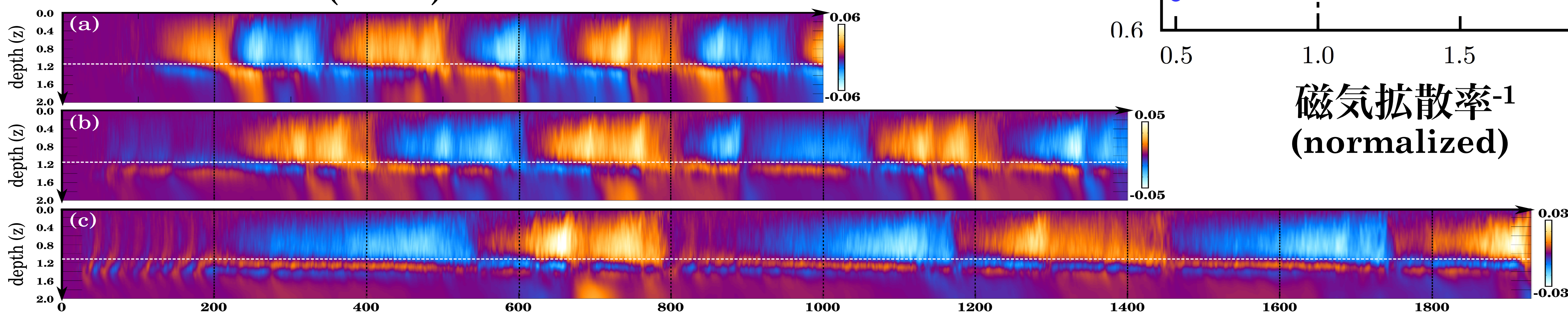
∗**磁気拡散率(η_0)を変えたMHD計算**

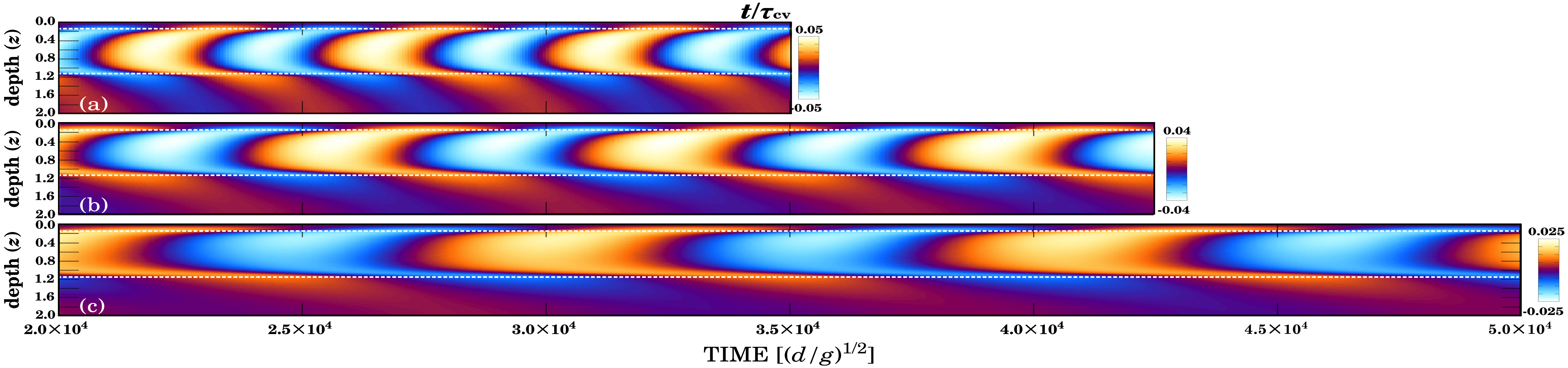
- **平均場の強度　$\propto \eta_0$**
- **極性反転周期　$\propto 1/\eta_0$**

全く同じモデル (α, γ, η_tをMHD計算から決める) で振幅・依存性も定量的に再現
(たまたま合った, 合わせた類ではない)



Masada & Sano (2014b)





α^2のダイナモモードの説明

＊Parkerが加えたα効果

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \eta\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\right)A - \frac{\mathbf{u_p}}{r\sin\theta}\cdot\nabla(r\sin\theta A) + \underbrace{\alpha B_\phi}_{\alpha\text{効果}}$$

＊物理的にはB_φの式にもα効果が入る

$$\begin{aligned}\frac{\partial B_\phi}{\partial t} &= \eta\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\right)B_\phi \\ &- r\sin\theta\mathbf{u_p}\cdot\nabla\left(\frac{B_\phi}{r\sin\theta}\right) + \underbrace{r\sin\theta\mathbf{B_p}\cdot\nabla\Omega}_{\Omega\text{効果}}\end{aligned}$$

+ α効果 ($\propto \alpha B_p$)

乱流効果を全て考慮するとα^2のモードが出てくる
(Ω効果が存在する場合には$\alpha^2\Omega$モード)

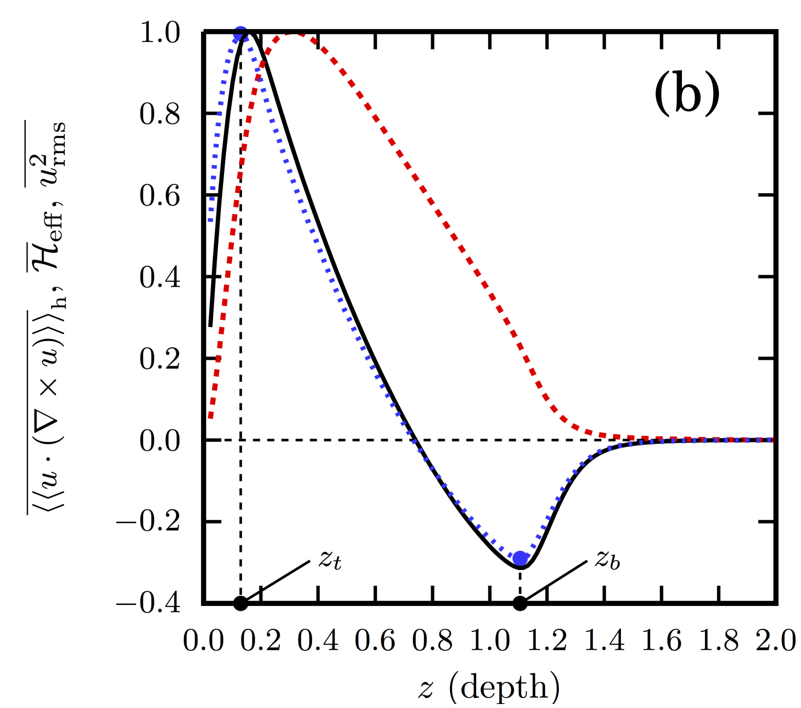
＊平均場ダイナモ方程式を平面波 ($\propto \exp[i(k_z z - \omega t)]$) で展開 ($\eta_{\rm eff} = \eta_t + \eta_0$)：

平均場ダイナモの分散関係

$$\omega = \left[\frac{\partial\alpha}{\partial z} + \left(\gamma - \frac{\partial\eta_{\rm eff}}{\partial z}\right)k_z\right] + i\left[\alpha k_z - \frac{\partial\gamma}{\partial z} - \eta_{\rm eff}k_z^2\right]$$

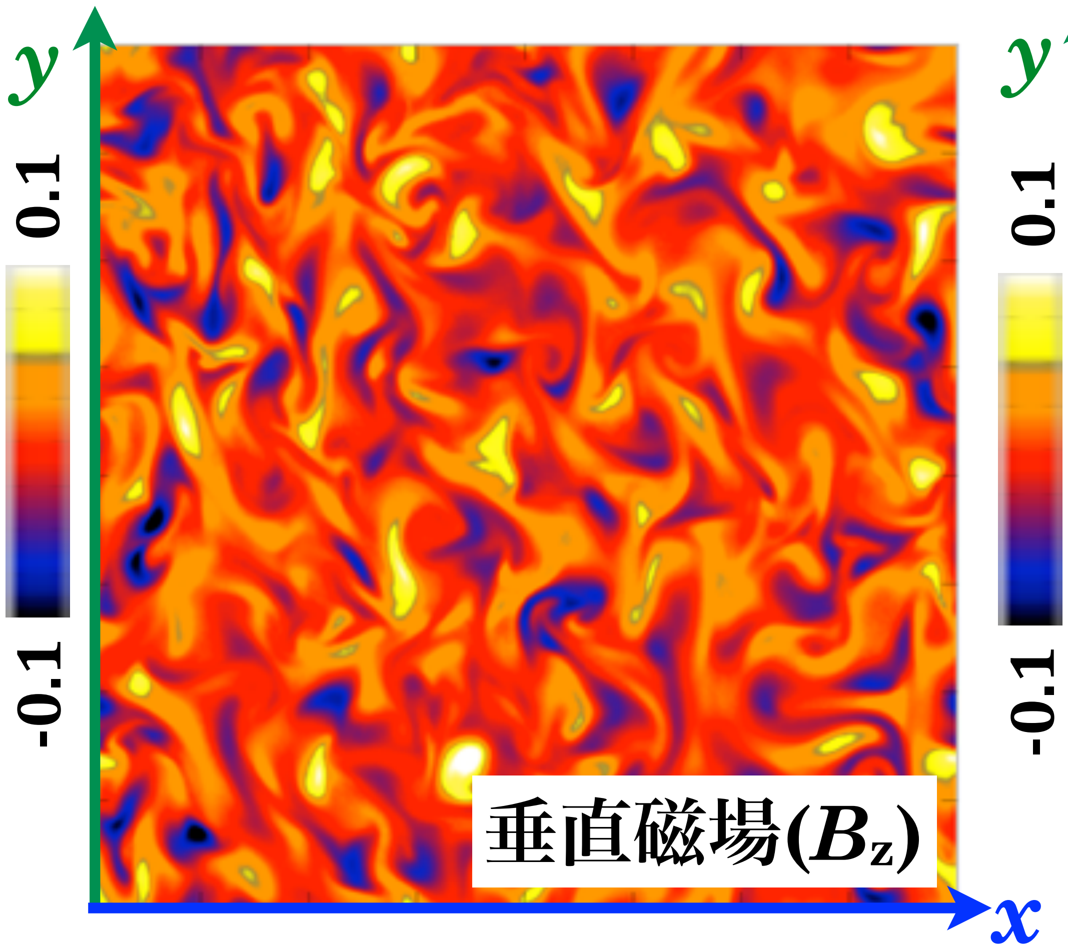
振動数

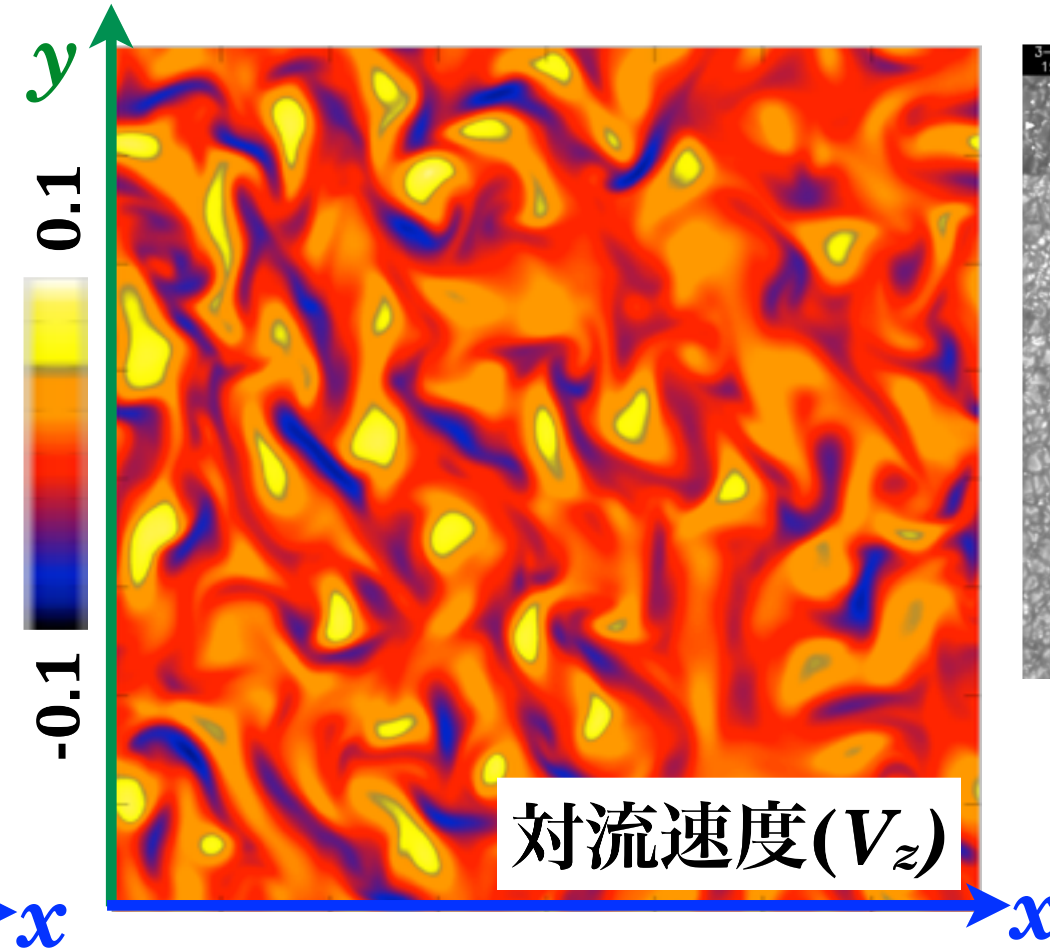
成長率

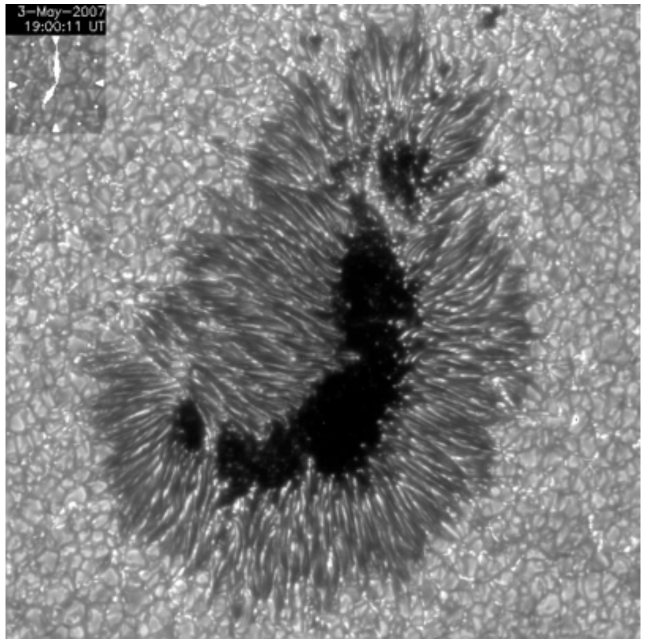


αの勾配が振動数とダイナモ波の伝搬方向を決める解

黒点状の垂直磁場構造はできるのか？- 動径磁場の水平面分布 -







太陽黒点：
動径磁場
≫ 対流セル

✳対流層表面の垂直磁場の水平面分布：

対流セルの典型的サイズ

~ 垂直磁場の典型的サイズ

(→ ほぼ乱流磁場成分しか持たない)

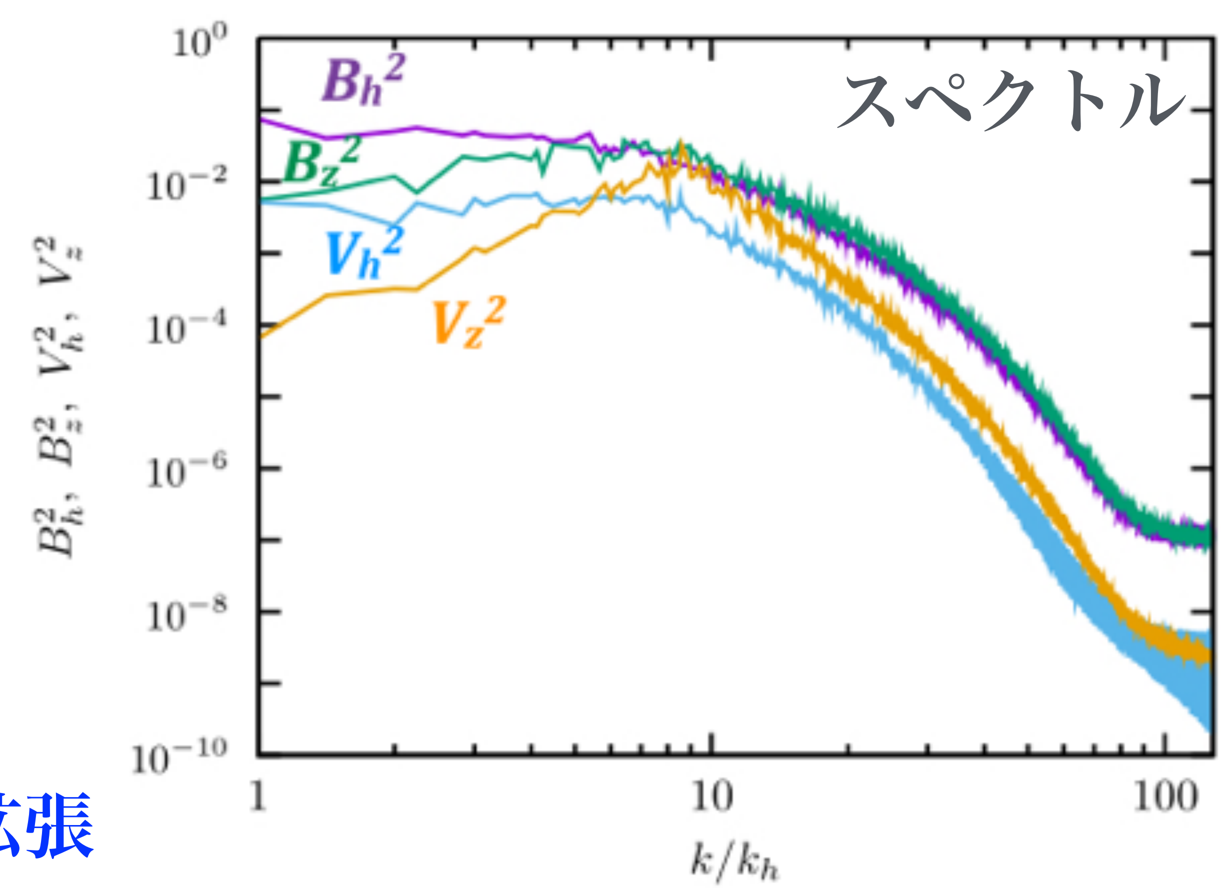
✳黒点のような大きな収束した磁場構造

はこの弱密度成層計算では出現しない

足りない要素は？

モデルと現実の太陽の最大の違いは

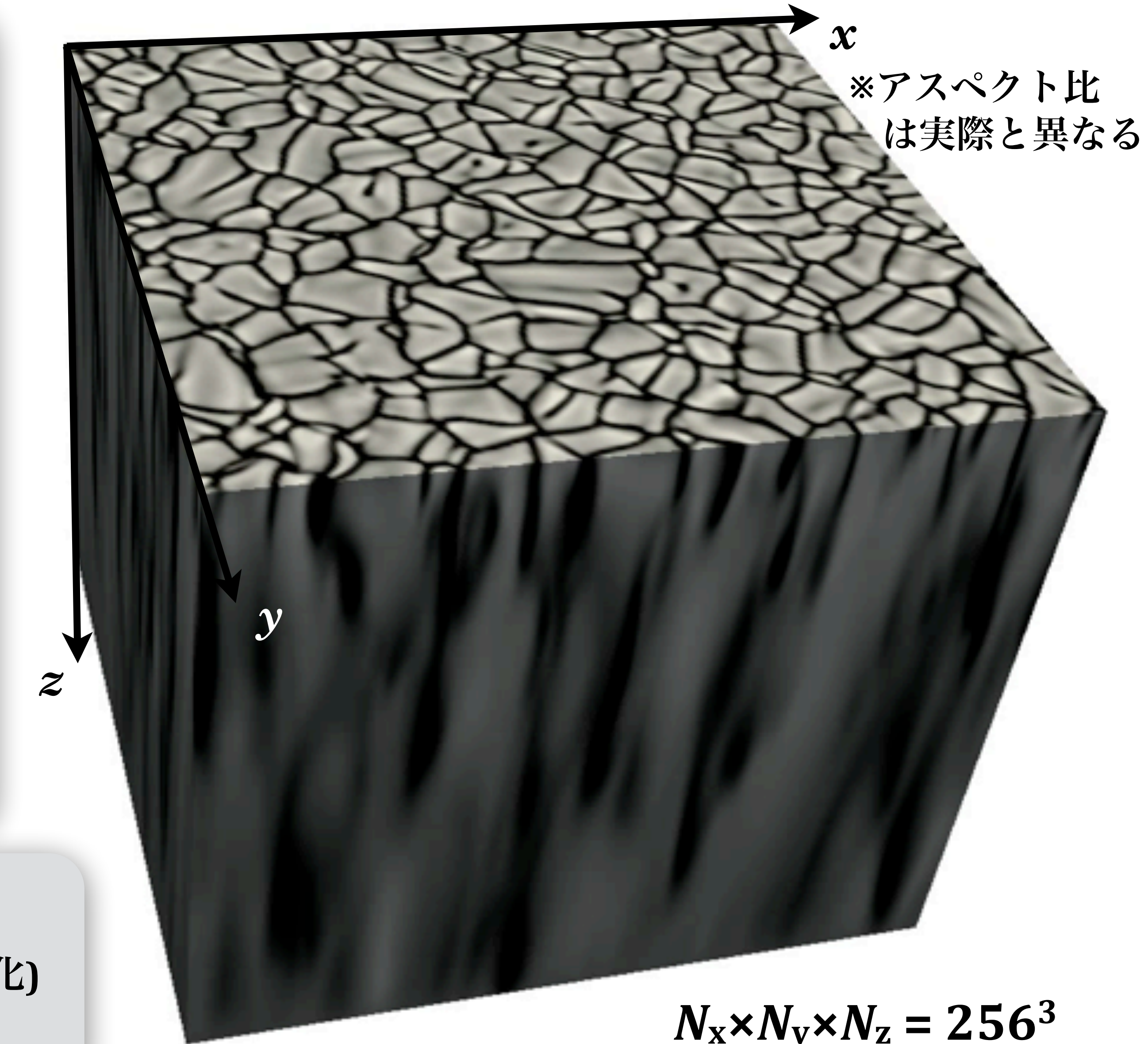
密度成層の強さ → 強密度成層モデルへ拡張



②強密度成層(太陽内部)下での対流ダイナモ

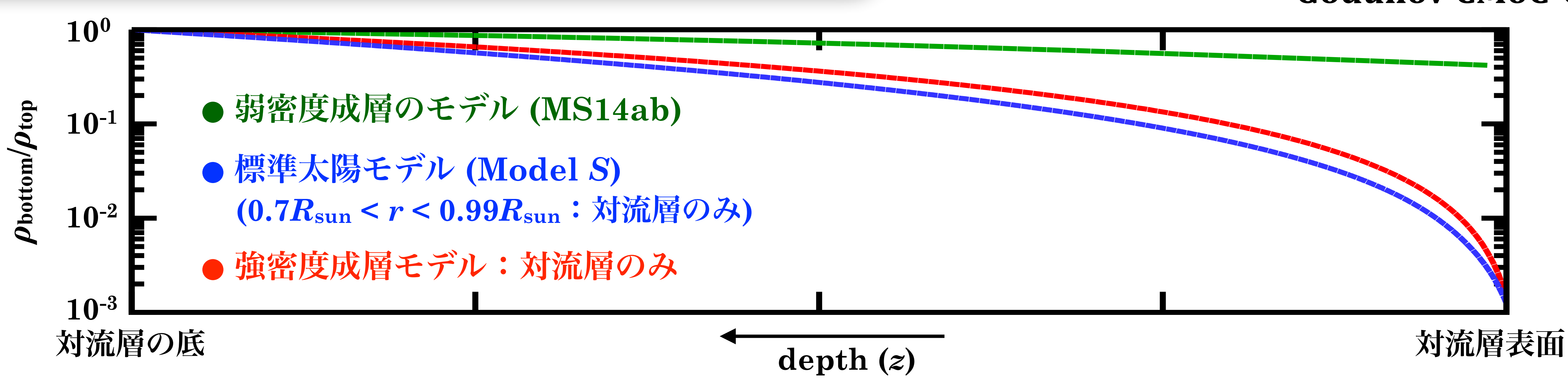
発展：太陽対流層とほぼ同様の密度成層モデル

- 基礎方程式：完全圧縮性MHD方程式【回転系】
- 1層ポリトロープモデル【対流層のみ】
  アスペクト比：$L_x/L_z = L_y/L_z = 4$, Ωはgと反平行
- 無次元パラメータ : $Pr = 10$, $Pm = 2$, $Ra = 4\times10^6$
- ポリトロープ指数：1.49 (super-adiabaticity $\delta=10^{-3}$)
- 境界条件（水平方向は周期境界）：
  - 磁場・・上部境界：開放境界（垂直磁場）条件
    下部境界：完全導体
  - 速度場・・上・下とも応力なし境界条件
  - 下部境界に一定の $d\varepsilon/dz$ → 対流を駆動



$N_x\times N_y\times N_z = 256^3$
Godunov CMoC-CT

✳ 太陽内部 = 強い密度成層
- 対流セルのサイズ ∝ H_ρ (対流セルのサイズが深さとともに変化)
- マルチスケールの熱対流構造



強密度成層下での熱対流の基本的性質（磁場無し・回転無し）

＊熱対流の性質：

① 強い上下非対称性 → グラニュール状対流

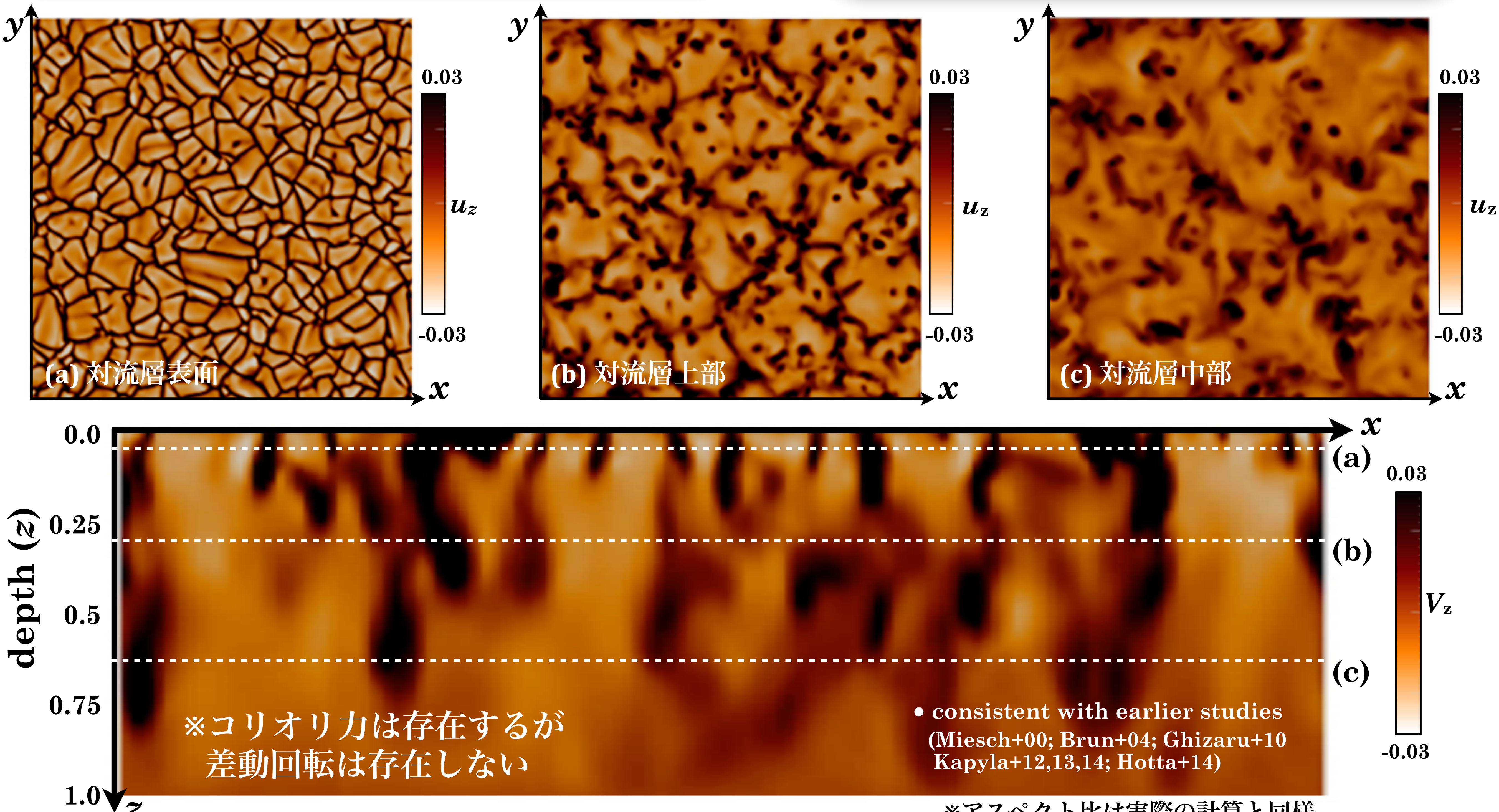
② 対流セルサイズ：深部ほど大（マルチスケール）

③ 下降流の収束 → 下降流プルームの形成

＊ 回転率をパラメータ：

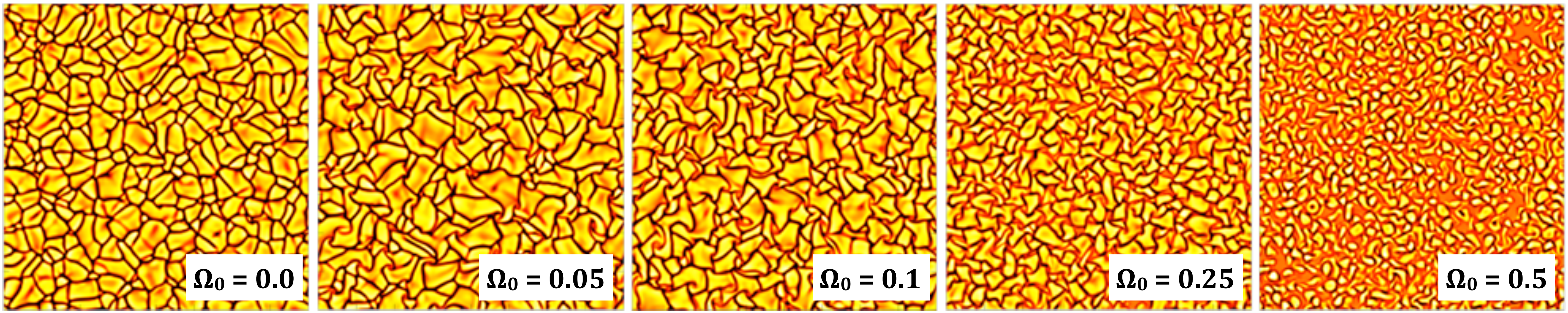
Ω_0 = 0.0, 0.05, 0.1, 0 .25, 0.5

→ 大局的磁場の生成条件を調査



※アスペクト比は実際の計算と同様

対流の回転率に対する依存性：Ω_0の増大 → ロスビー数の減少

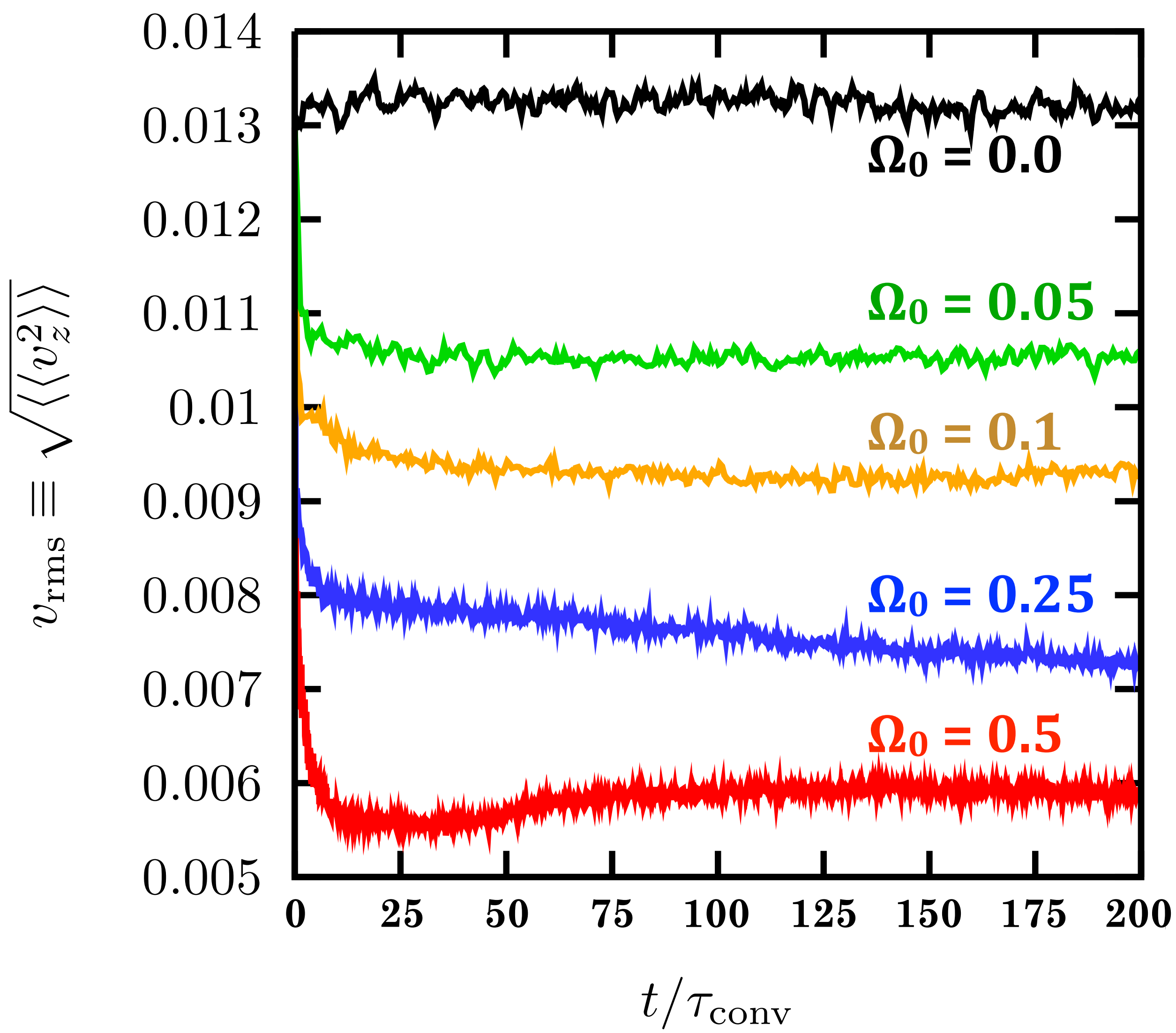


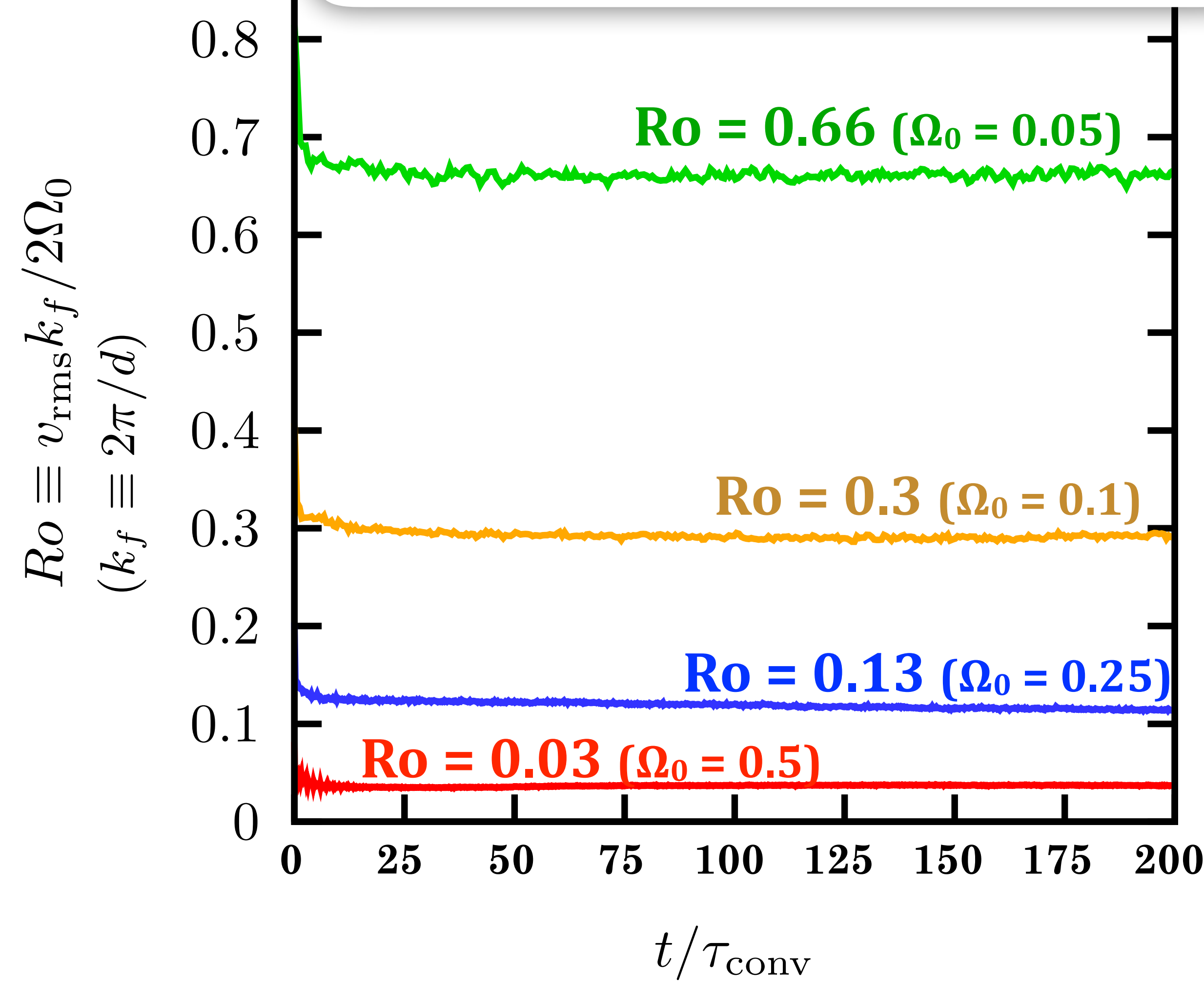
系の自転角速度(≡ Ω_0)の増加 →

対流速度とロスビー数 (≡ *Ro*)の減少 →

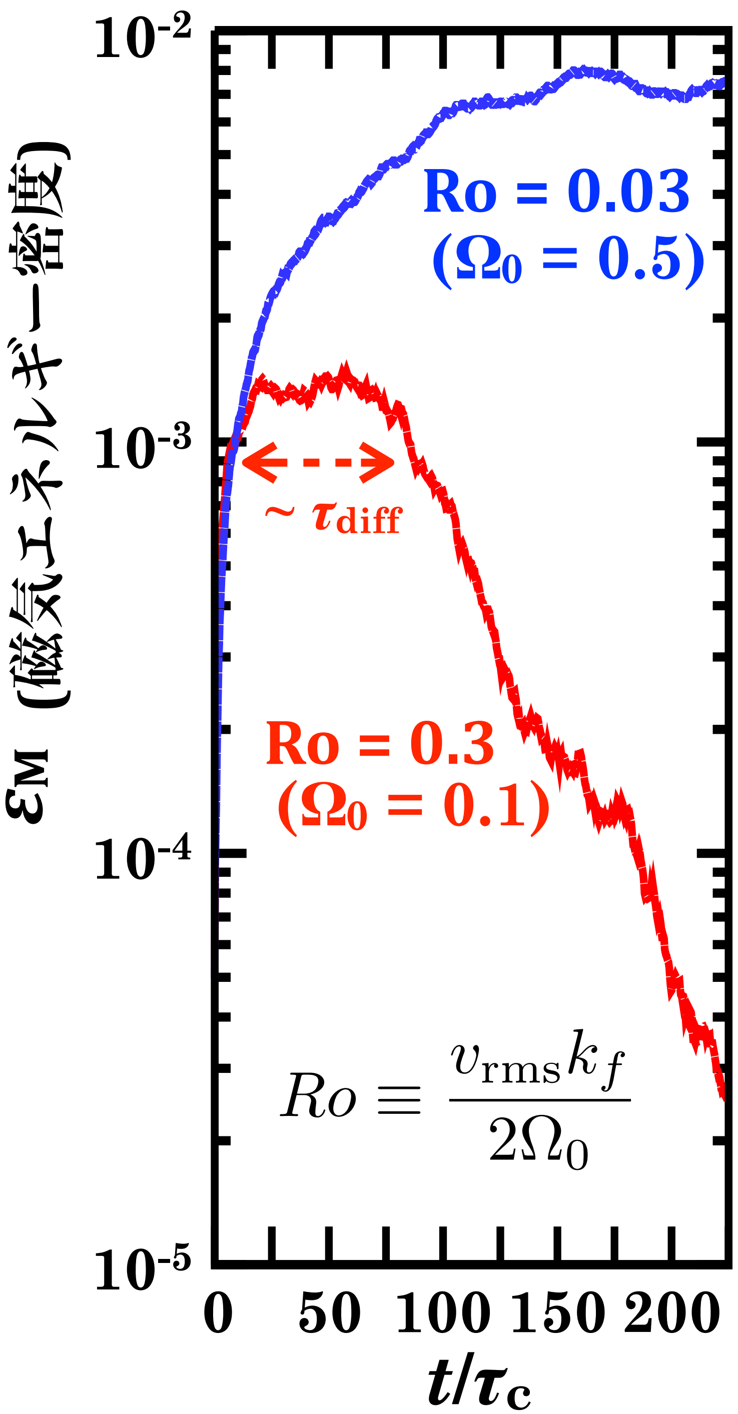
✳ロスビー数の定義：

$$Ro \equiv \frac{v_{\rm rms} k_f}{2\Omega_0} \quad (k_{\rm f} = 2\pi/d_{\rm cz})$$





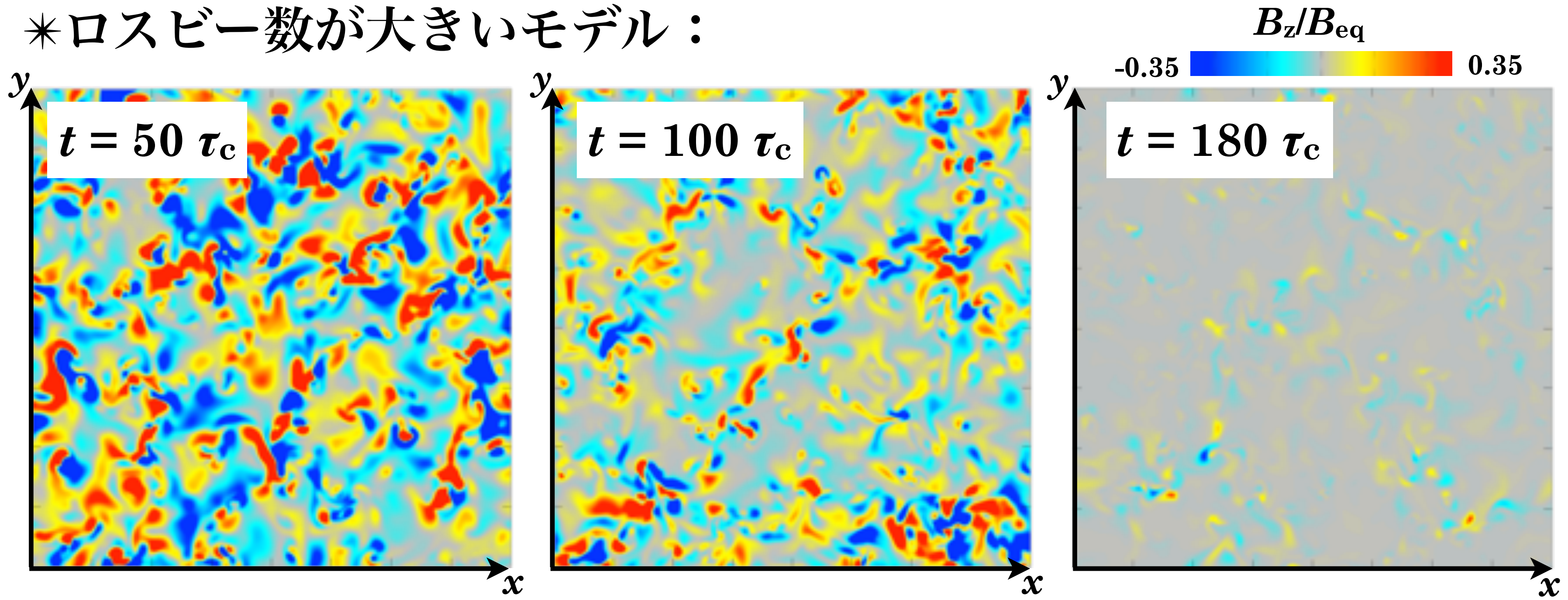
典型的な2モデルの比較 ①ロスビー数が大きなモデル

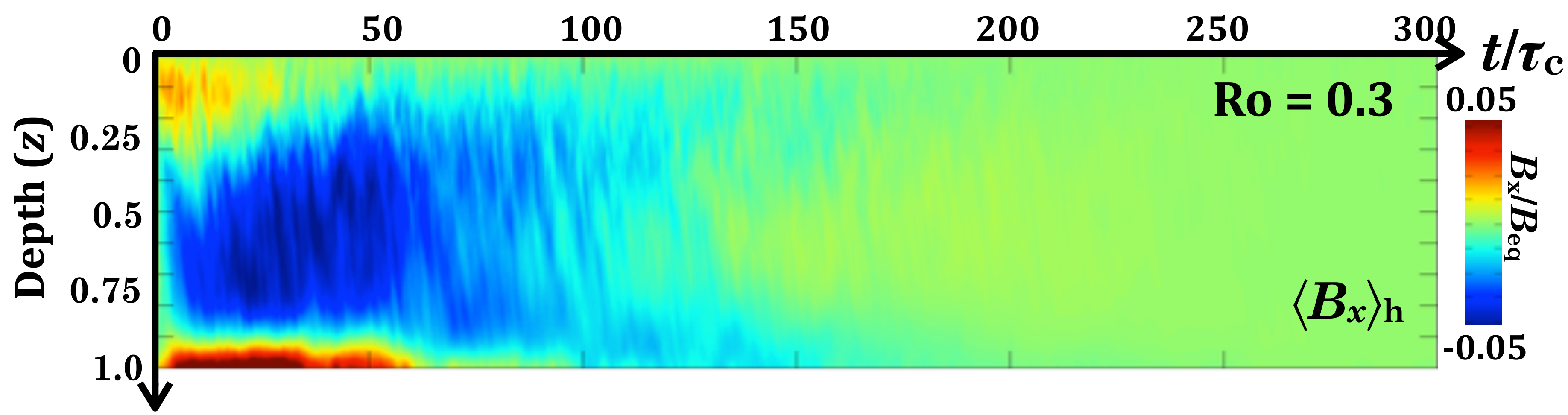


注：対流ターンオーバー時間

$\tau_c = 1/(v_{rms}\, k_f)$

＊ロスビー数が大きいモデル：



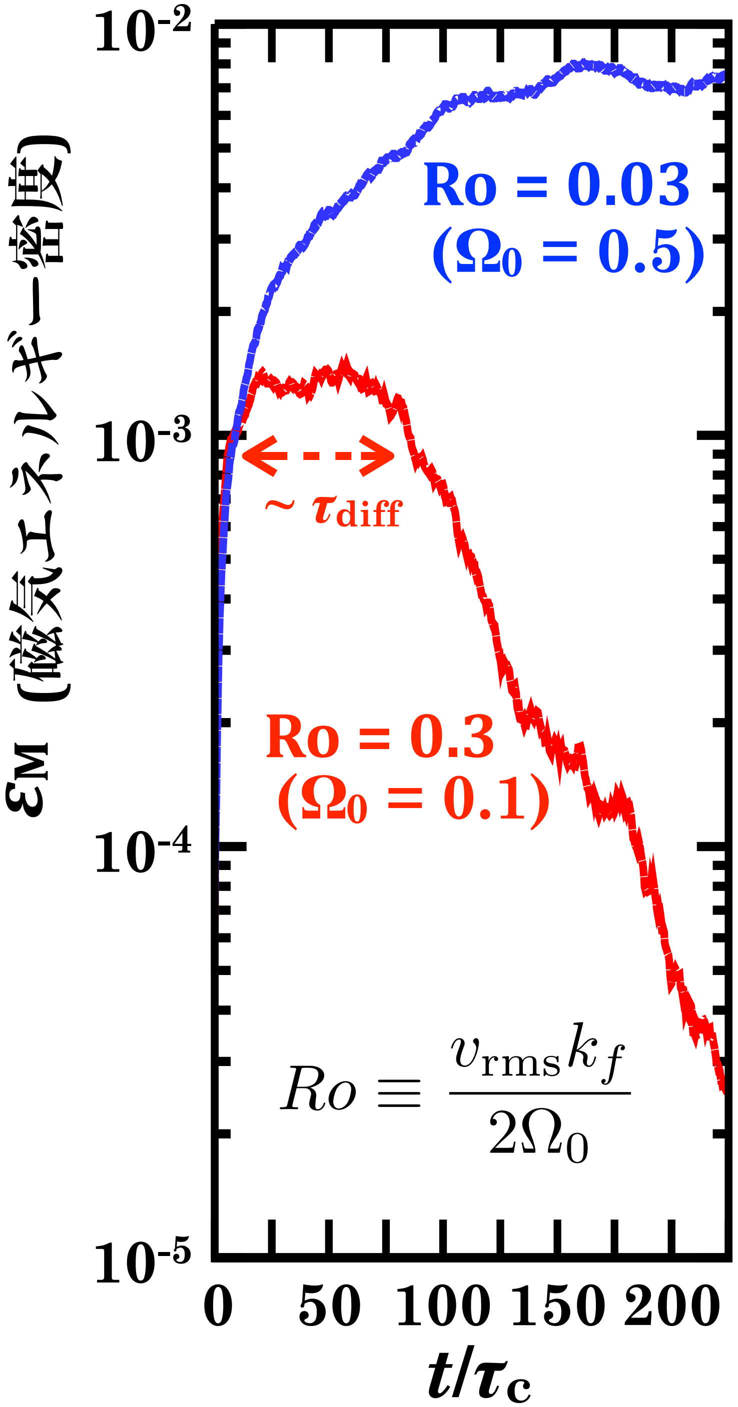


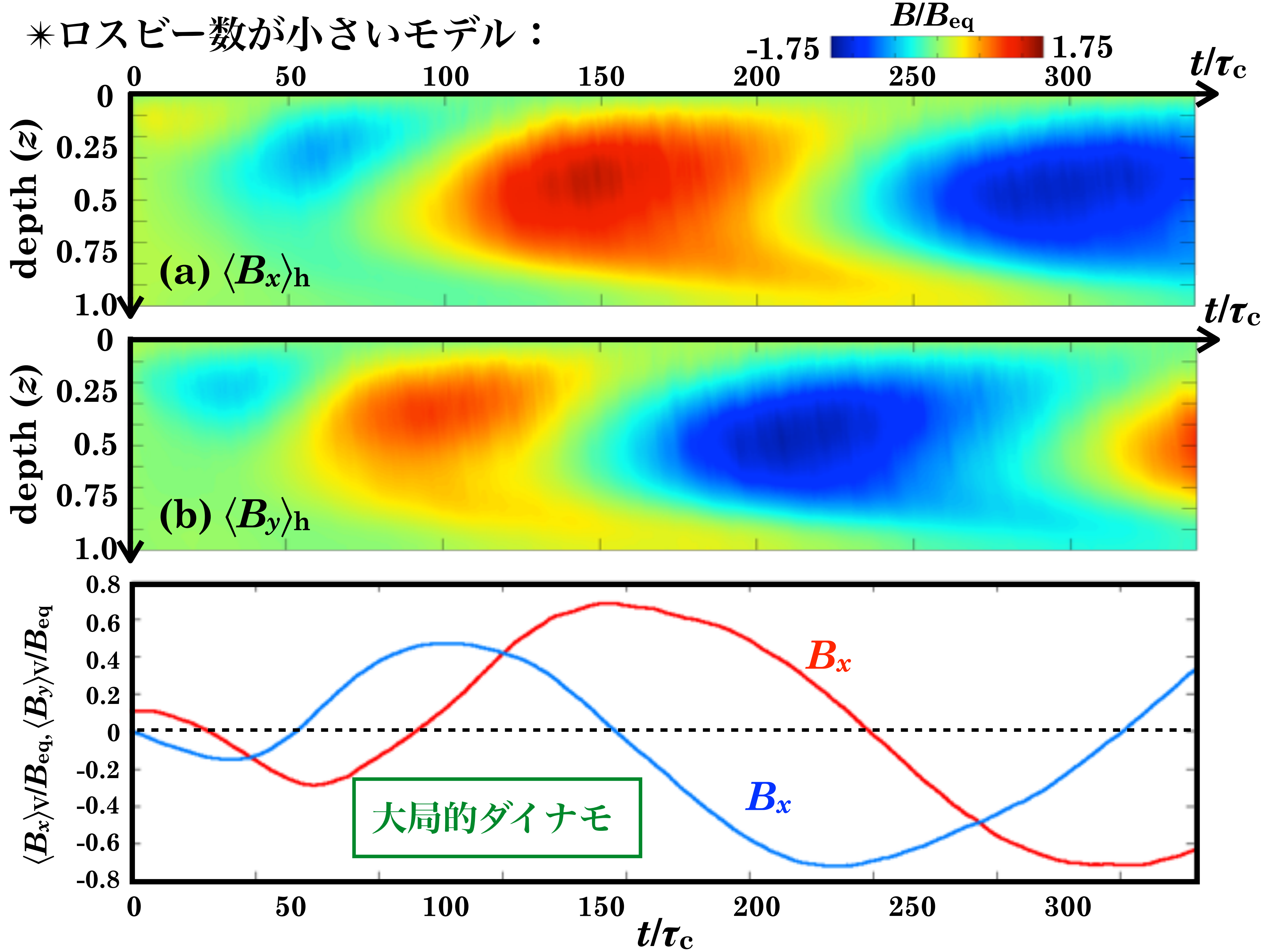
＊ロスビー数が大きなモデル：

- 初期は乱流磁場が支配的. 大局的磁場も成長しようとするが~100τ_c（~磁気拡散時間）経過後、減衰.
- それにともない乱流磁場も減衰, 消失.

大局的磁場は成長しない

典型的な2モデルの比較 ②ロスビー数が小さなモデル



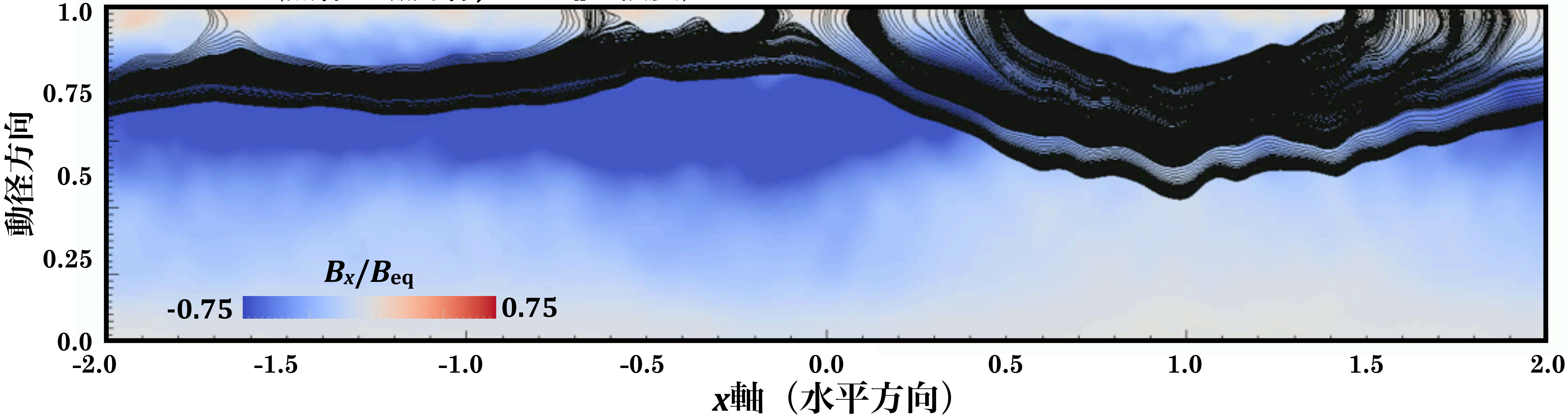


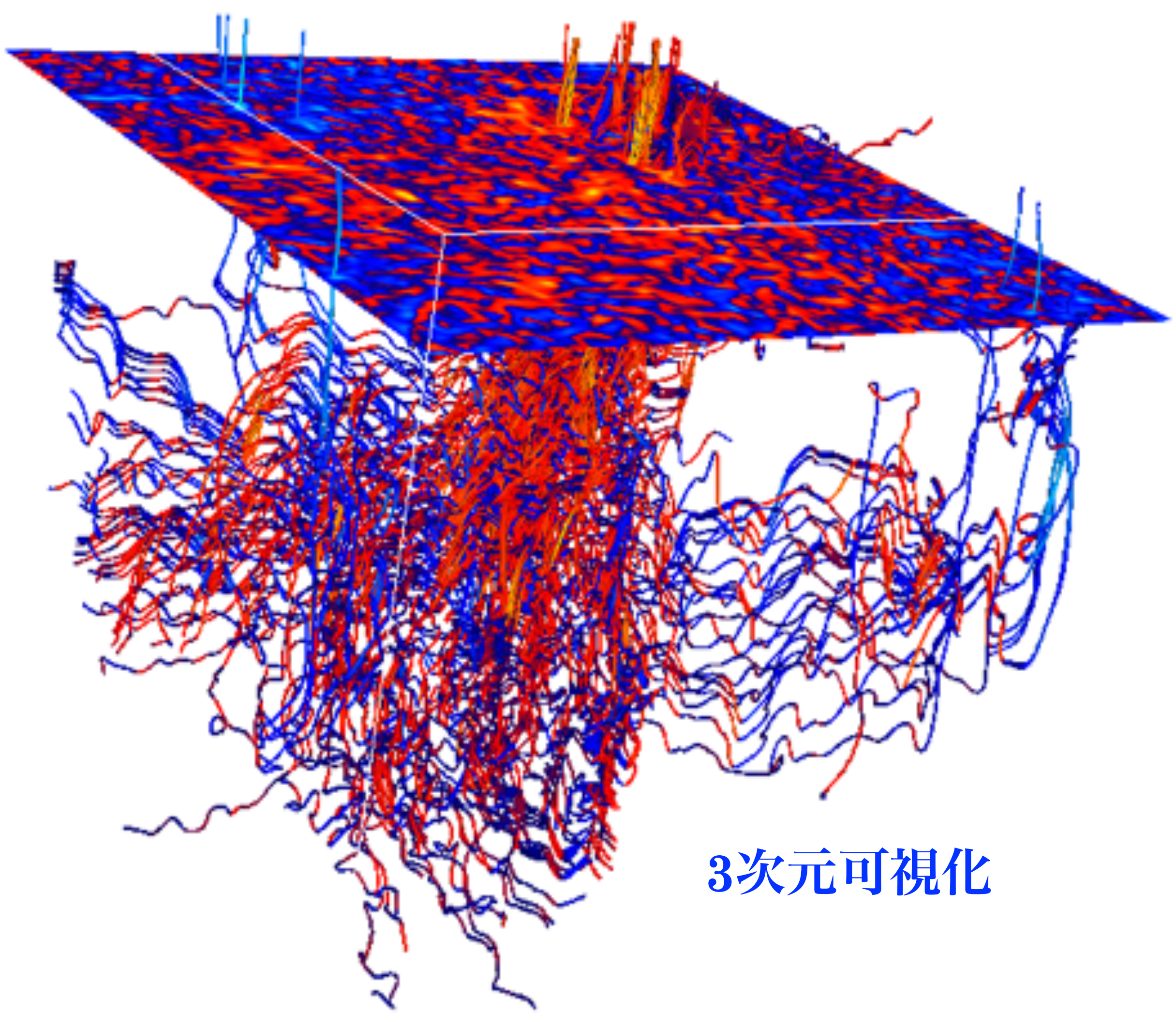
- ゆっくりと磁場が成長（～磁気拡散時間）
- 対流層全体に大局的磁場が形成（大局的ダイナモ）
- 周期的極性反転（~ $100\tau_c$）と動径方向のドリフト
- B_xとB_yの位相差が$\pi/2$ (磁気エネルギーで見れば一定)

弱密度成層下の
大局的ダイナモ
と同様の性質

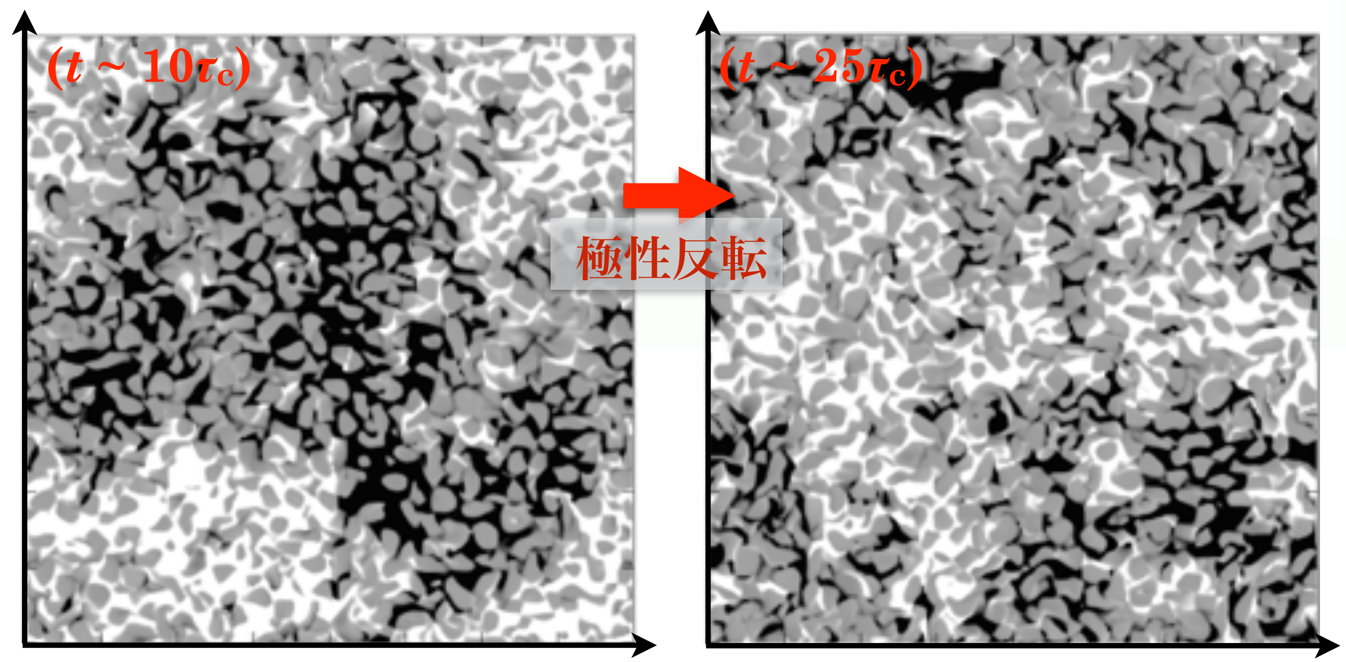
強密度成層モデルに特有の現象 ~ 磁気スポットの形成 ~

✴Side view（黒線：磁力線, 色：B_xの強度）





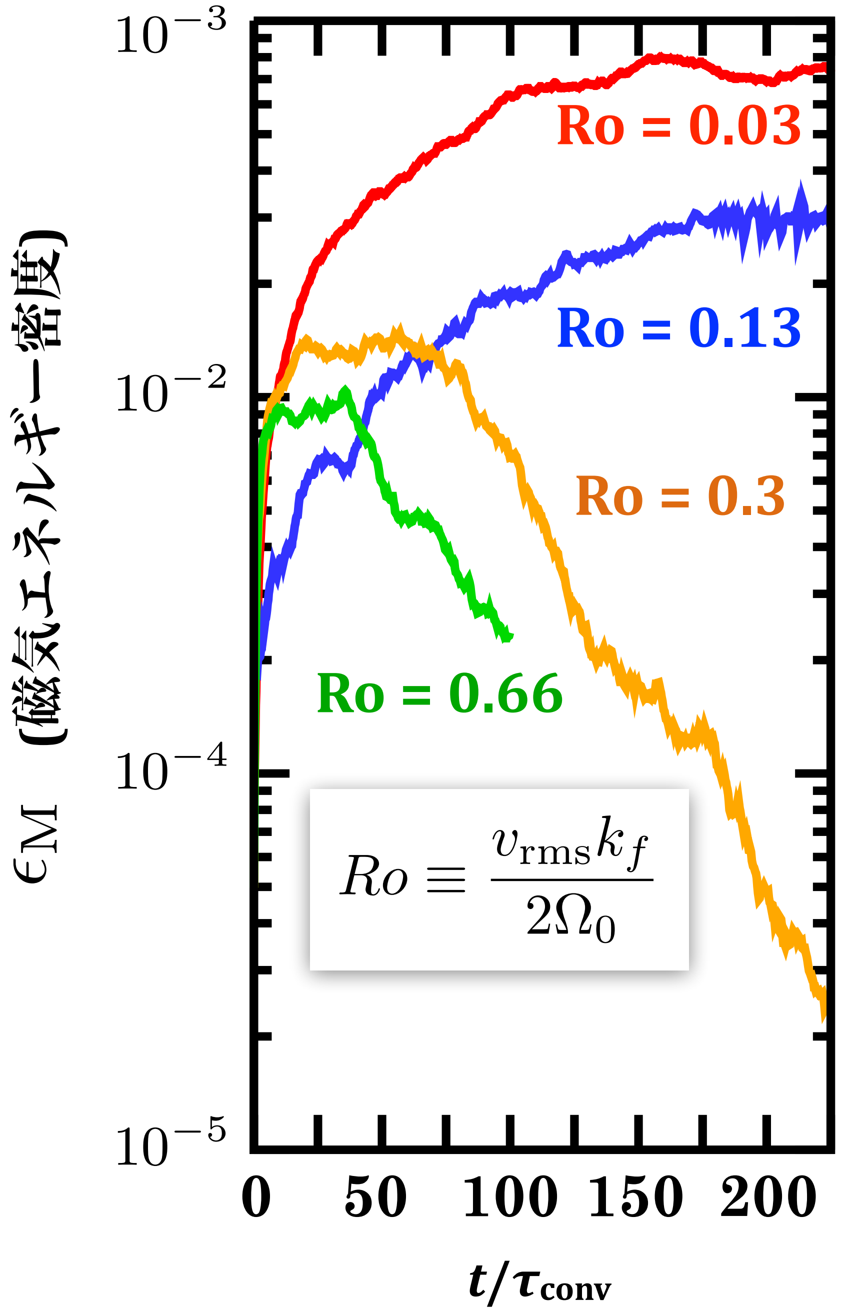
3次元可視化

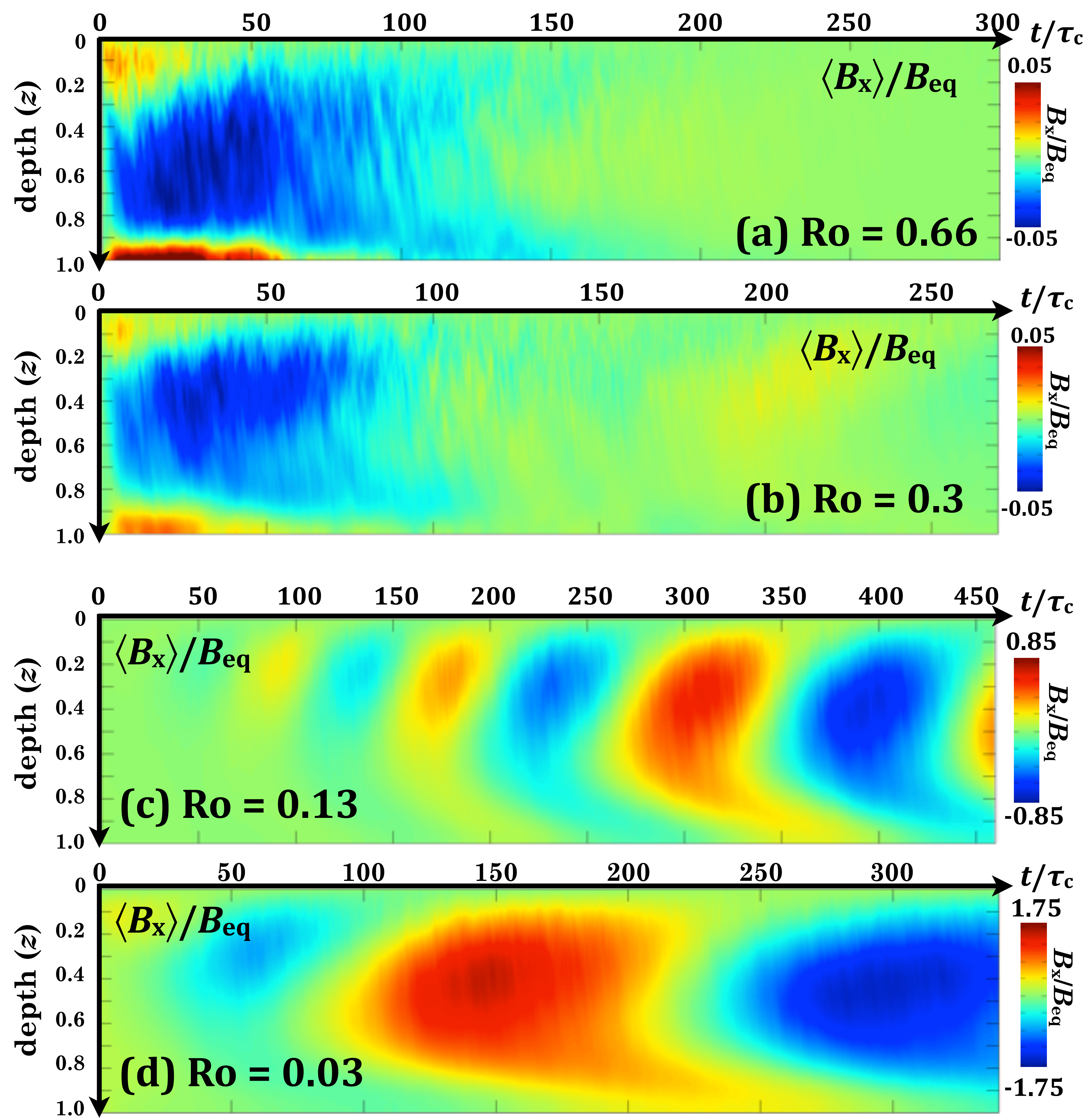


✴対流層上部で垂直磁場 (B_z)が組織化
（≫ 対流セルの空間スケール）

✴正極性の磁場が支配的な領域と負極性の磁場が支配的な領域に自発的に分離

大局的ダイナモを励起するための臨界ロスビー数





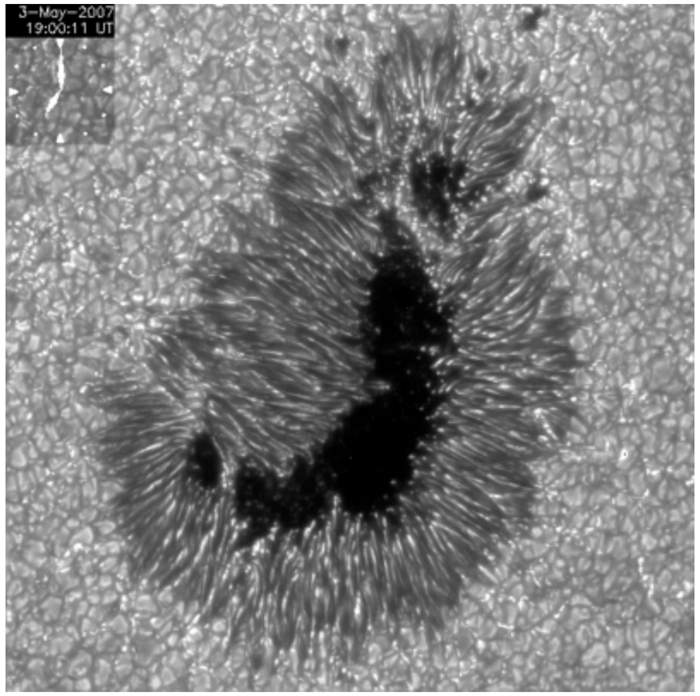
∗ロスビー数が0.3以上のモデル
は乱流ダイナモ → 減衰

∗ロスビー数が0.13以下のモデル
は大局的ダイナモ

∗臨界ロスビー数：

$0.13 \lesssim Ro_{crit} \lesssim 0.3$

③大局的磁場はなぜ成長し なぜ構造が形成されるのか？



✳太陽磁場の3つの特徴：

①大局性 ：黒点のスケール ≫ 対流スケール

②収束性（集中性）：局在化

③周期性 ：11年周期 (or 22年周期)

→ この簡単な計算モデルの中に太陽磁場の全てのエッセンスが詰まっている

大局的ダイナモの1次元平均場理論による理解

∗複雑系をさらに単純化して理解したい → 平均場近似（誘導方程式を平均場分解）

∗平均場分解：$\boldsymbol{u} = \langle \boldsymbol{u} \rangle_{\rm h} + \boldsymbol{u}'$, $\boldsymbol{B} = \langle \boldsymbol{B} \rangle_{\rm h} + \boldsymbol{B}'$ → 1次元平均場ダイナモ方程式

$$\frac{\partial \langle \boldsymbol{B}_h \rangle_{\rm h}}{\partial t} = \nabla \times [\cancel{\langle \boldsymbol{u}_h \rangle_{\rm h} \times \langle \boldsymbol{B}_h \rangle_{\rm h}} + \underline{\boldsymbol{\mathcal{E}}_t} - \eta_0 \nabla \times \langle \boldsymbol{B}_h \rangle_{\rm h}]$$ (α^2型のダイナモ方程式)

平均流によるダイナモ項はゼロ　　乱流起電力のみがダイナモを担う

with

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_t = \underbrace{\alpha \langle \boldsymbol{B}_h \rangle_{\rm h}}_{\text{乱流}\alpha\text{効果（磁場の誘導効果）}} + \underbrace{\gamma \boldsymbol{e}_z \times \langle \boldsymbol{B}_h \rangle_{\rm h}}_{\text{乱流パンピング（乱流による移流）}} - \underbrace{\eta \nabla \times \langle \boldsymbol{B}_h \rangle_{\rm h}}_{\text{乱流磁気拡散}} \,,$$ (乱流起電力)

(c.f, Masada & Sano 2014
天文月報2015年10月号)

∗係数αはヘリシティ、γとηは平均2乗速度と関係
→ データから全係数（時間平均値）を直接計算可能

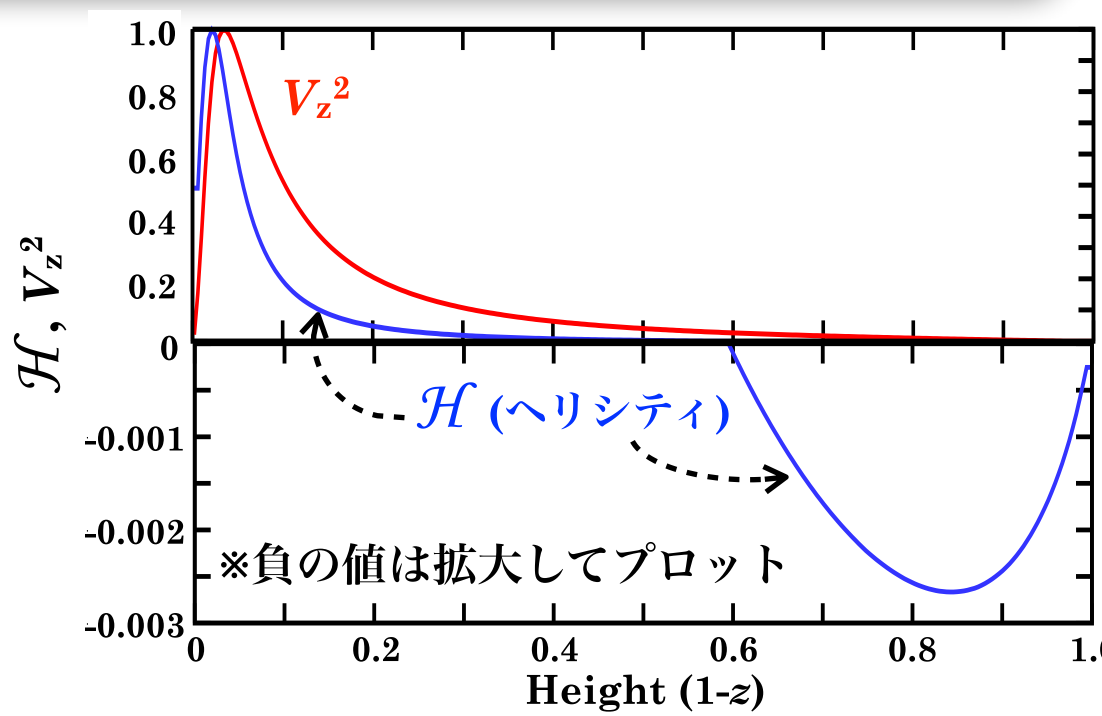
∗飽和を与えるために非線形効果を考慮：

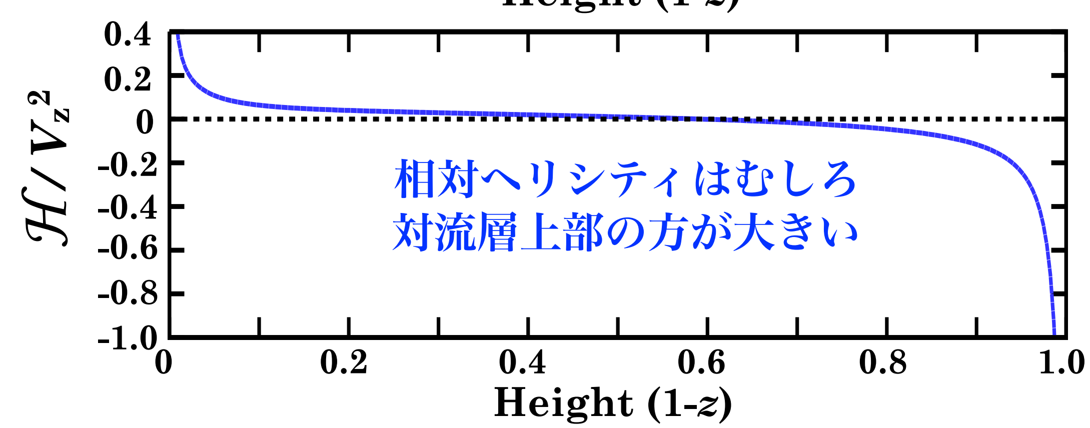
$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -2\eta_k k_c^2 \left[\frac{\alpha \langle B_h \rangle_{\rm h}^2 - \eta\, (\nabla \times \langle B_h \rangle_{\rm h}) \cdot \langle B_h \rangle_{\rm h}}{B_{\rm eq}^2} + \frac{\alpha - \alpha_k}{Re_M} \right]$$

$$\gamma = \frac{\gamma_k}{1 + Re_M \langle B_h \rangle_{\rm h}^2 / B_{\rm eq}^2} \,,$$ (c.f., Brandenburg & Subramanian 2005)

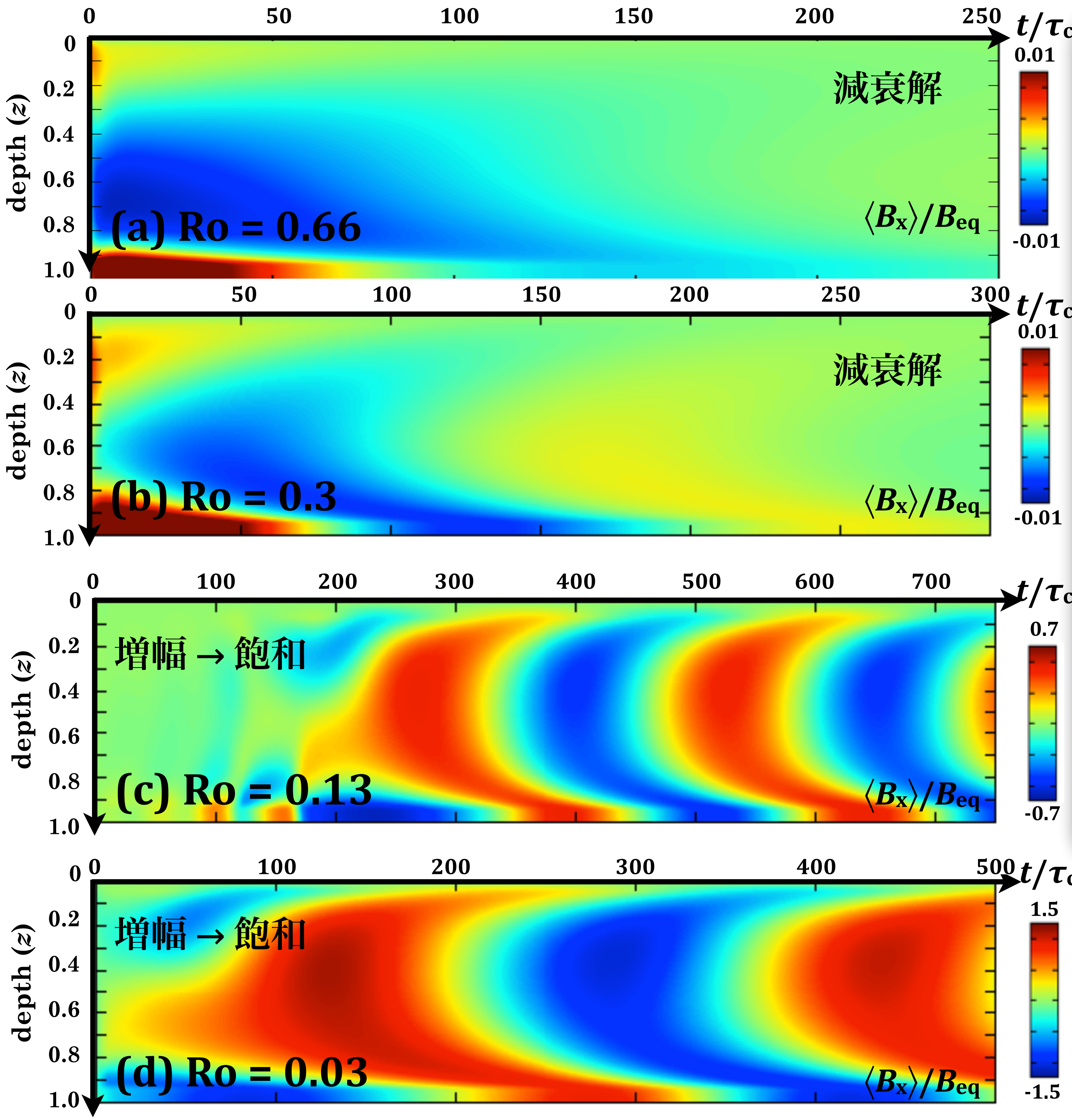
$$\eta = \frac{\eta_k}{1 + Re_M \langle B_h \rangle_{\rm h}^2 / B_{\rm eq}^2} \,,$$

磁気ヘリシティの増大が
磁場の誘導効果を打ち消す





大局的ダイナモを担うのは乱流起電力（平均場モデリングより）



✳MHDモデルの結果を平均場理論に基づき再現：

- 磁場の時空間進化パターン
- 大局的磁場の強度や反転周期もほぼ定量的に再現
- RoとBの強度の逆相関も大体合ってる

→ 大局的磁場は乱流起電力が担う

（α^2機構：ダイナモ機構は成層強度には依らない）

$$\mathcal{E} = \alpha\langle B_h\rangle \quad \text{【乱流}\alpha\text{効果】}$$
$$+\gamma e_z \times \langle B_h\rangle \quad \text{【乱流パンピング】}$$
$$-\eta_t \nabla \times \langle B_h\rangle \quad \text{【乱流磁気拡散】}$$

✳大局的ダイナモのON/OFFも再現：

$0.13 \lesssim Ro_{crit} \lesssim 0.3$

ダイナモの励起を支配する物理を理解したい．ロスビー数が違うと本質的に何が異なるのか？

大局的ダイナモの励起を支配する物理：ダイナモ数 v.s., 修正ダイナモ数

- 大局的ダイナモの``励起"の話なので線形理論で大雑把には理解できるはず：

∗平均場ダイナモ方程式を平面波 ($\propto \exp[i(k_z z - \omega t)]$) で展開 ($\eta_{\rm eff} = \eta_t + \eta_0$)：

振動数

$$\omega = \left[\frac{\partial \alpha}{\partial z} + \left(\gamma - \frac{\partial \eta_{\rm eff}}{\partial z}\right) k_z\right] + i\left[\alpha k_z - \frac{\partial \gamma}{\partial z} - \eta_{\rm eff} k_z^2\right]$$

成長率

(平均場ダイナモの分散関係)

∗大局的磁場が成長するための条件：

$$\Im(\omega) > 0 \quad (\text{成長率が正})$$

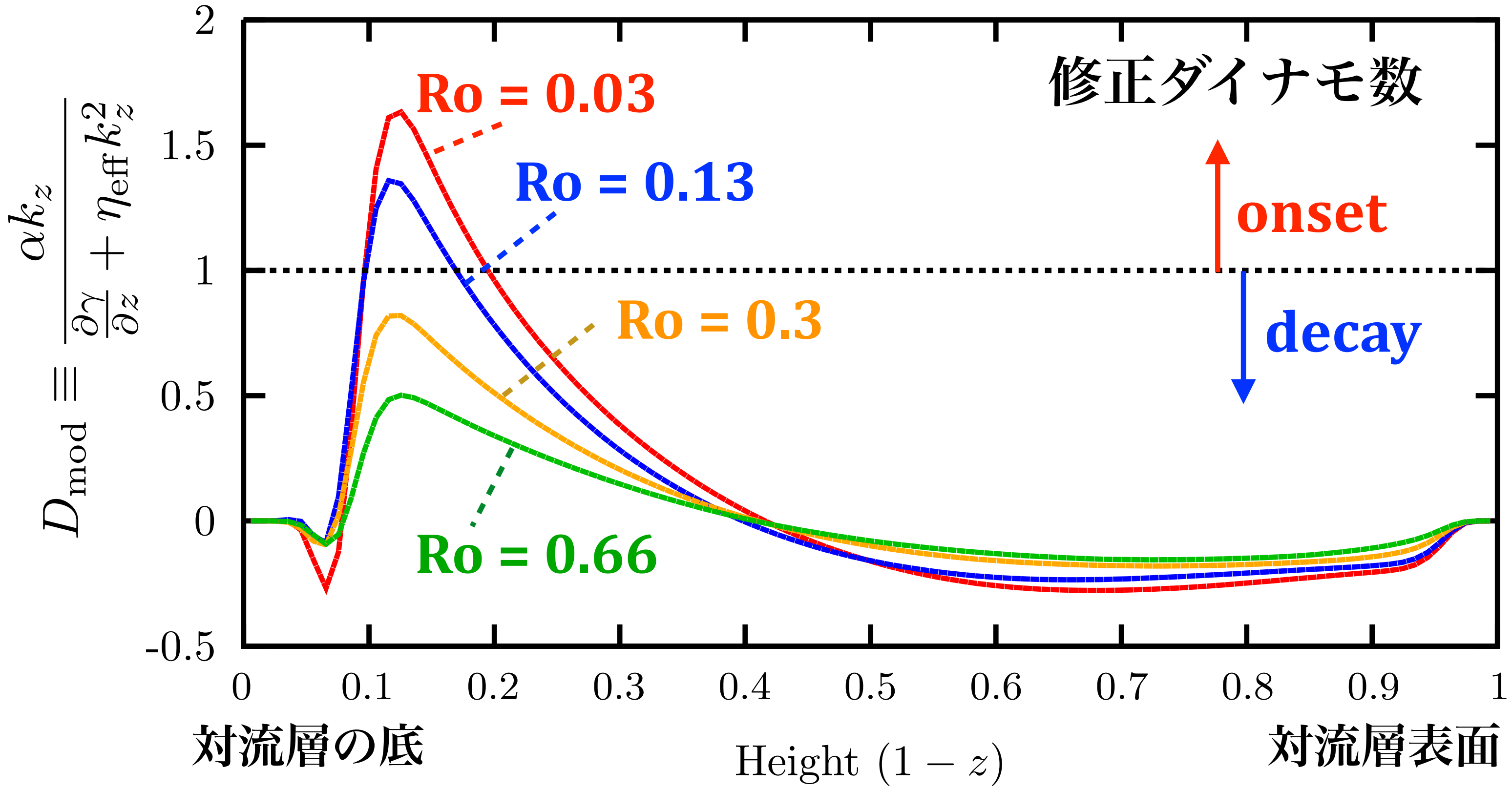
$$\leftrightarrow \quad D_{\rm mod} \equiv \frac{\alpha k_z}{\frac{\partial \gamma}{\partial z} + \eta_{\rm eff} k_z^2} > 1$$

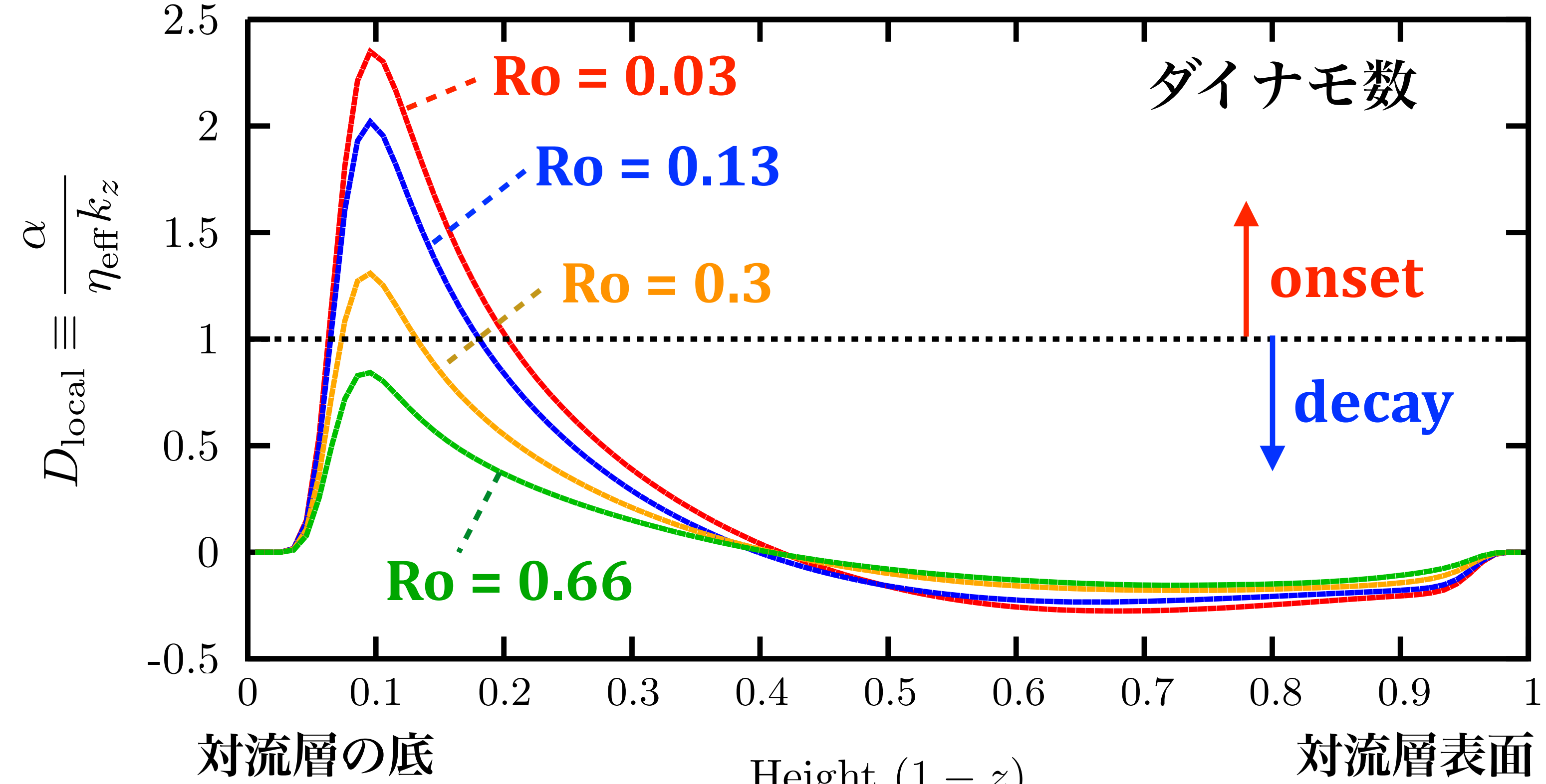
(修正ダイナモ数：先行研究？？)

乱流パンピング効果 ($\propto \gamma$) を無視すると

$$D_{\rm local} \equiv \frac{\alpha}{\eta_{\rm eff} k_z} > 1$$

(ダイナモ数：一般的に知られた計量)



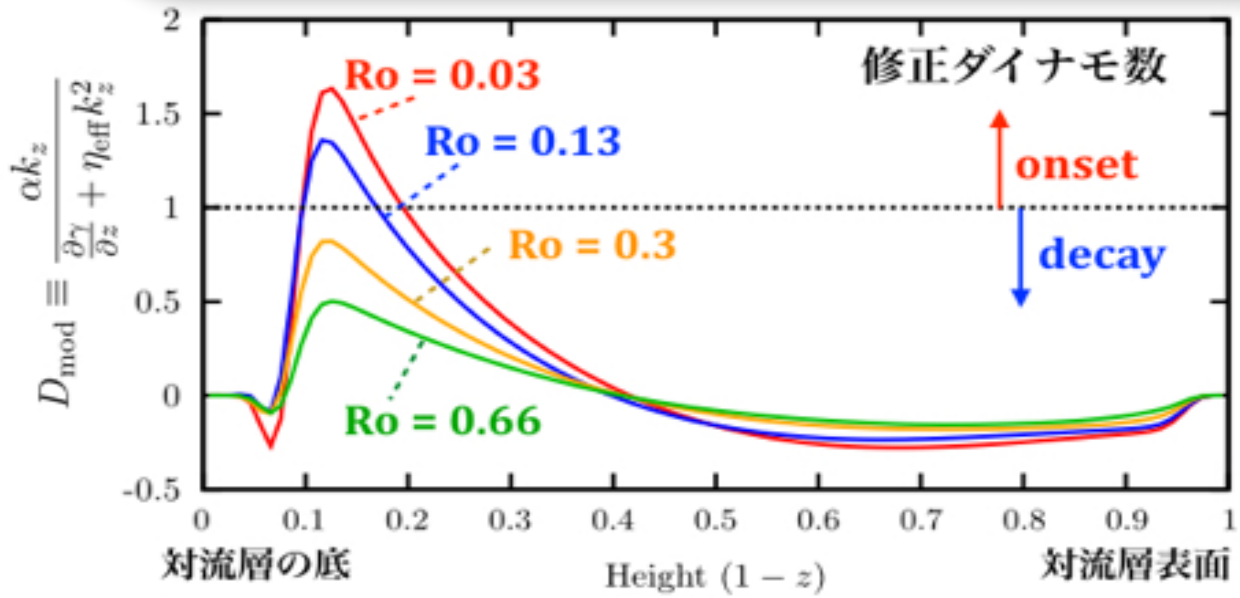


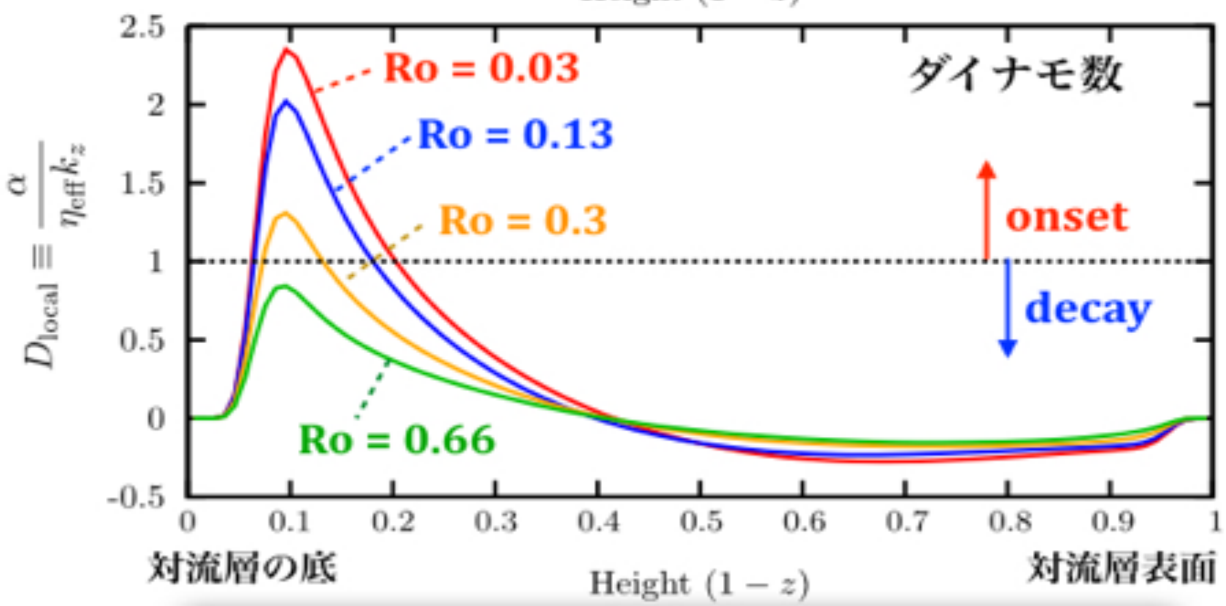
修正ダイナモ数（$= D_{\rm mod}$）が
大局的磁場の発現を支配する物理量

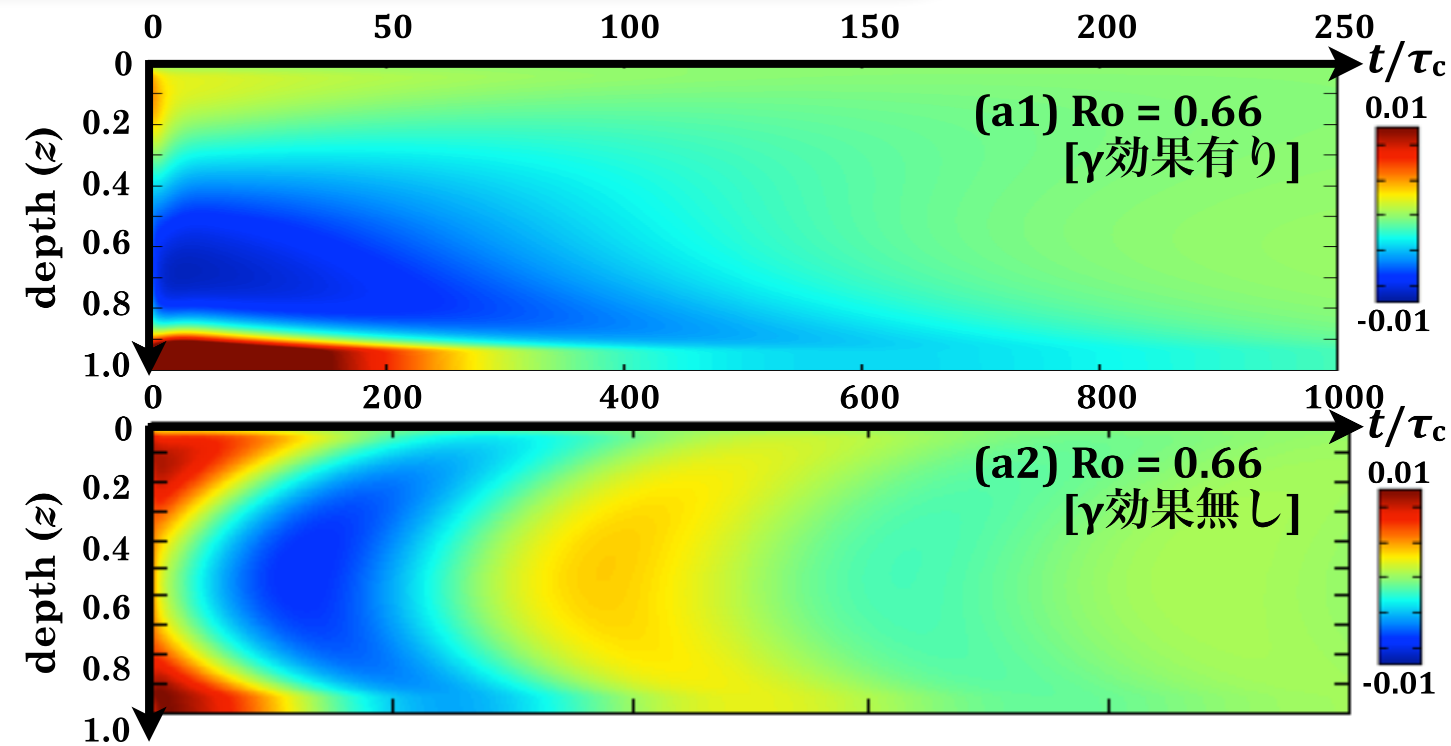
実験：乱流パンピングがダイナモの励起に及ぼす影響

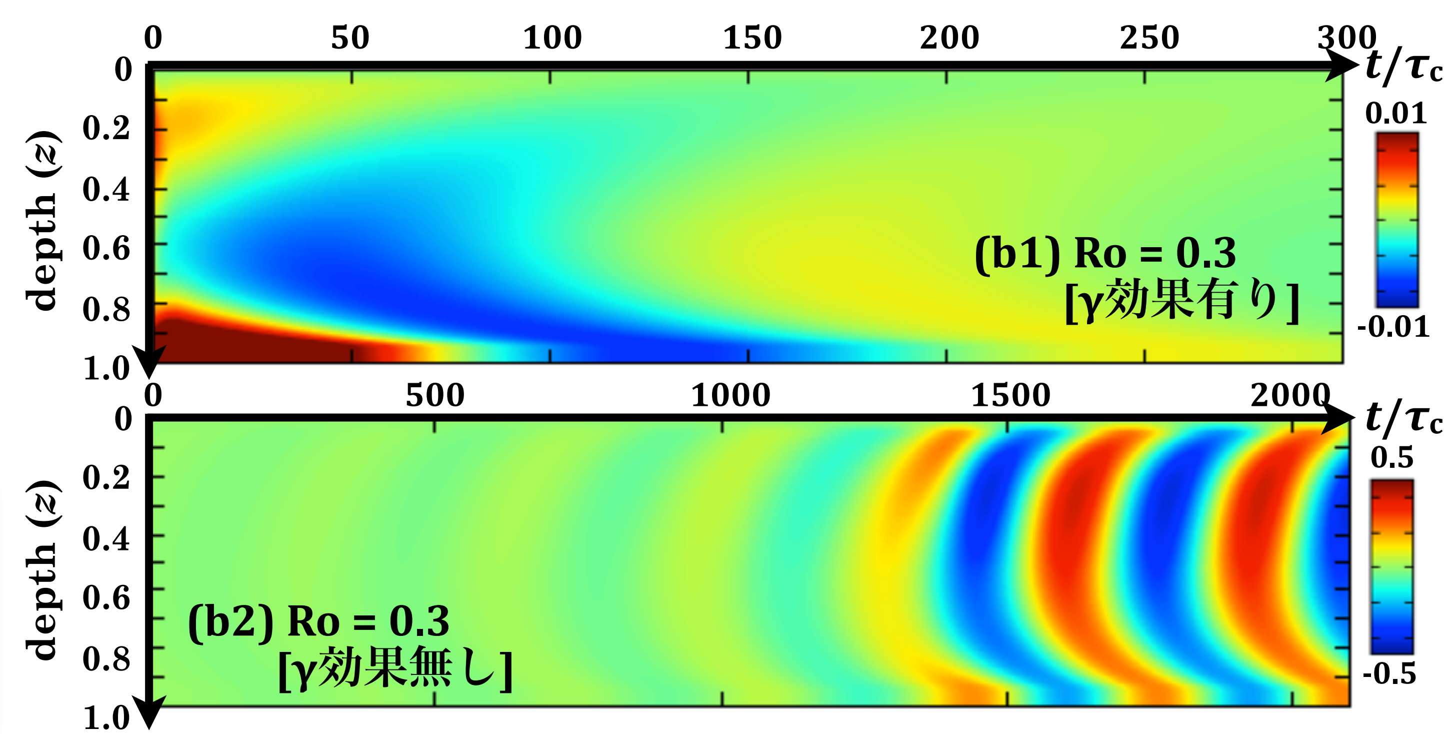
＊乱流パンピング（γ効果）が励起条件に寄与しているのであれば

- Ro = 0.3　のモデル → γ効果の項をゼロにすればダイナモが起きるはず
- Ro = 0.66のモデル → γ効果の項をゼロにしてもダイナモは起きないはず









＊ 乱流γ効果の有無はダイナモの発現に影響

＊ 乱流γ効果は $\partial \langle\langle u_z^2 \rangle\rangle / \partial z$ に比例する

　→ 強い密度成層下でのダイナモでは重要.

磁束の集中はパーカー不安定性で説明できるか？

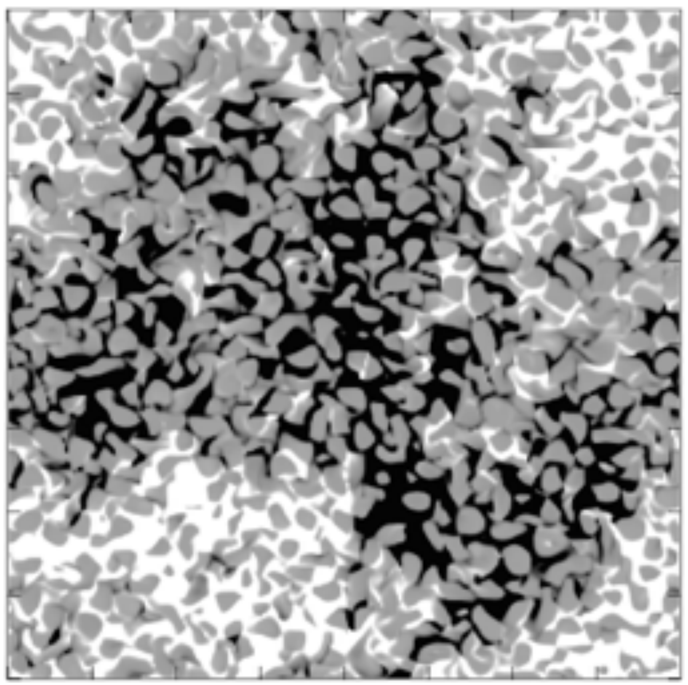
＊ダイナモに関してはParker (1955)が提唱した乱流α効果が実在することをより一般的な形かつ現実的な条件下で定量的に示しただけとも言える

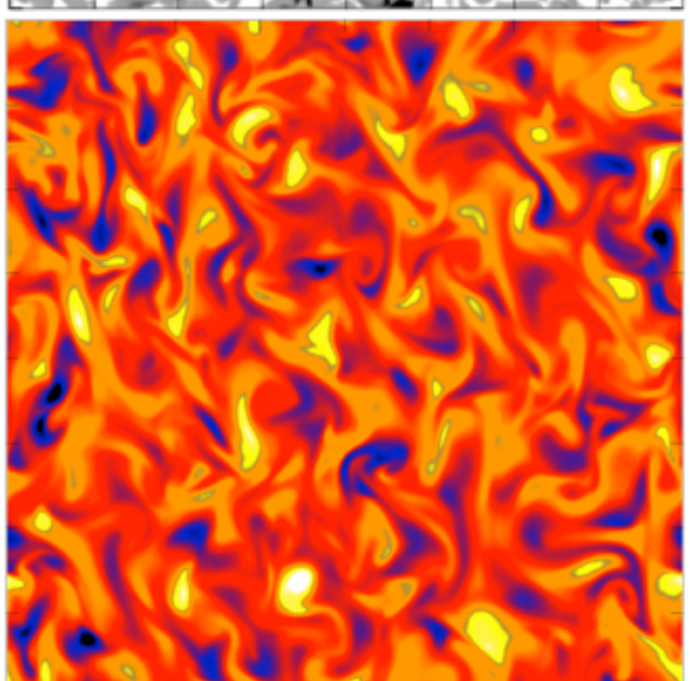
＊この枠組みだけでは垂直磁場の組織化は説明不可

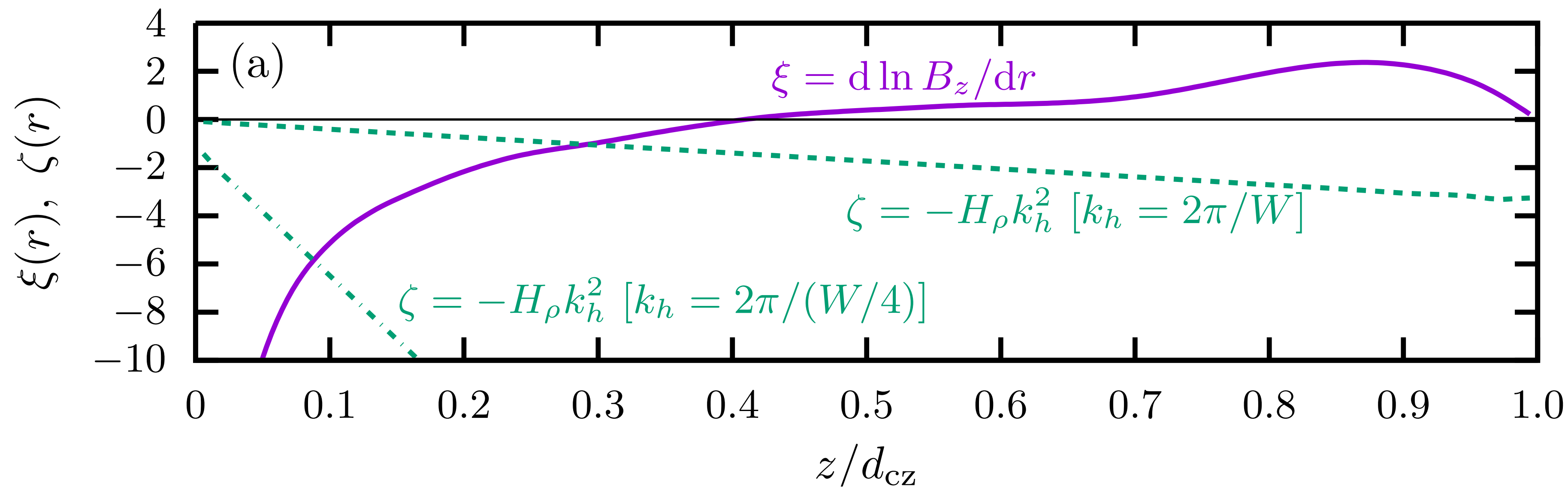
→ Parkerはパーカー不安定性でダイナモ生成磁場からの黒点形成を説明する (c.f., Parker 1966)

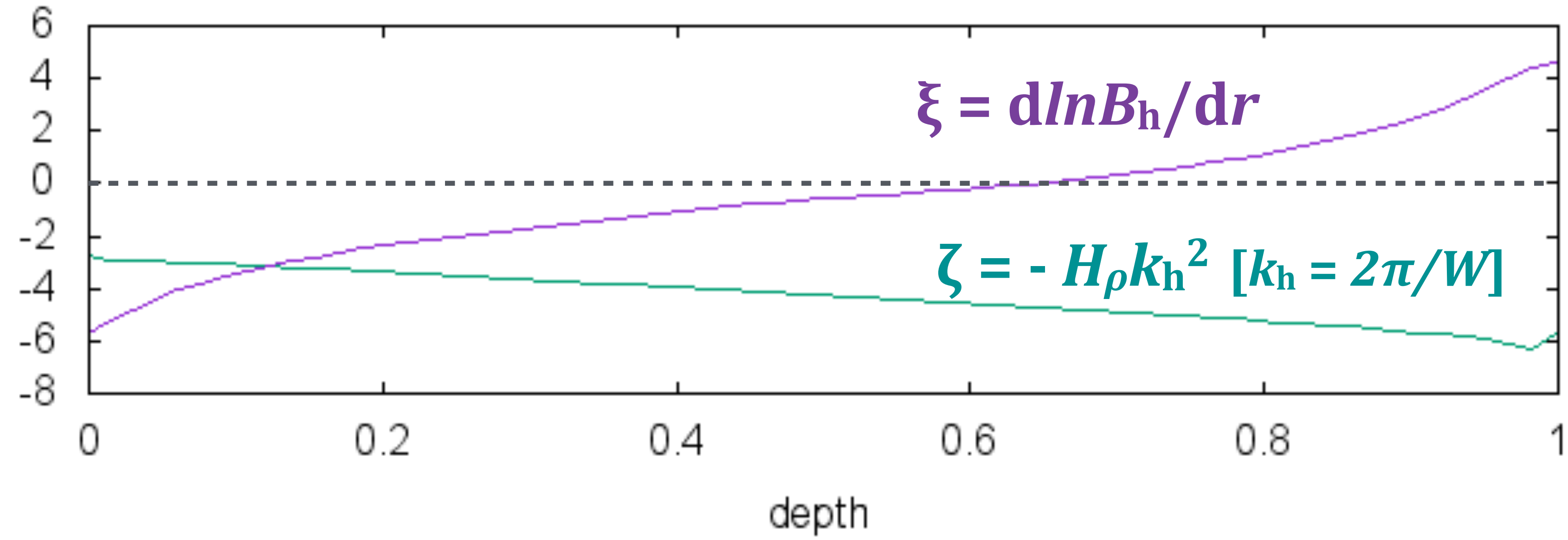
＊パーカー不安定性の励起条件

$$\frac{\mathrm{d}\ln B_h}{\mathrm{d}r} < -\frac{C_s^2}{g_0}k_h^2 = -H_\rho k_h^2 \ (\equiv \zeta),$$









パーカー不安定性だとすると成層強度依存性は説明できない

平均場モデルの3次元への拡張

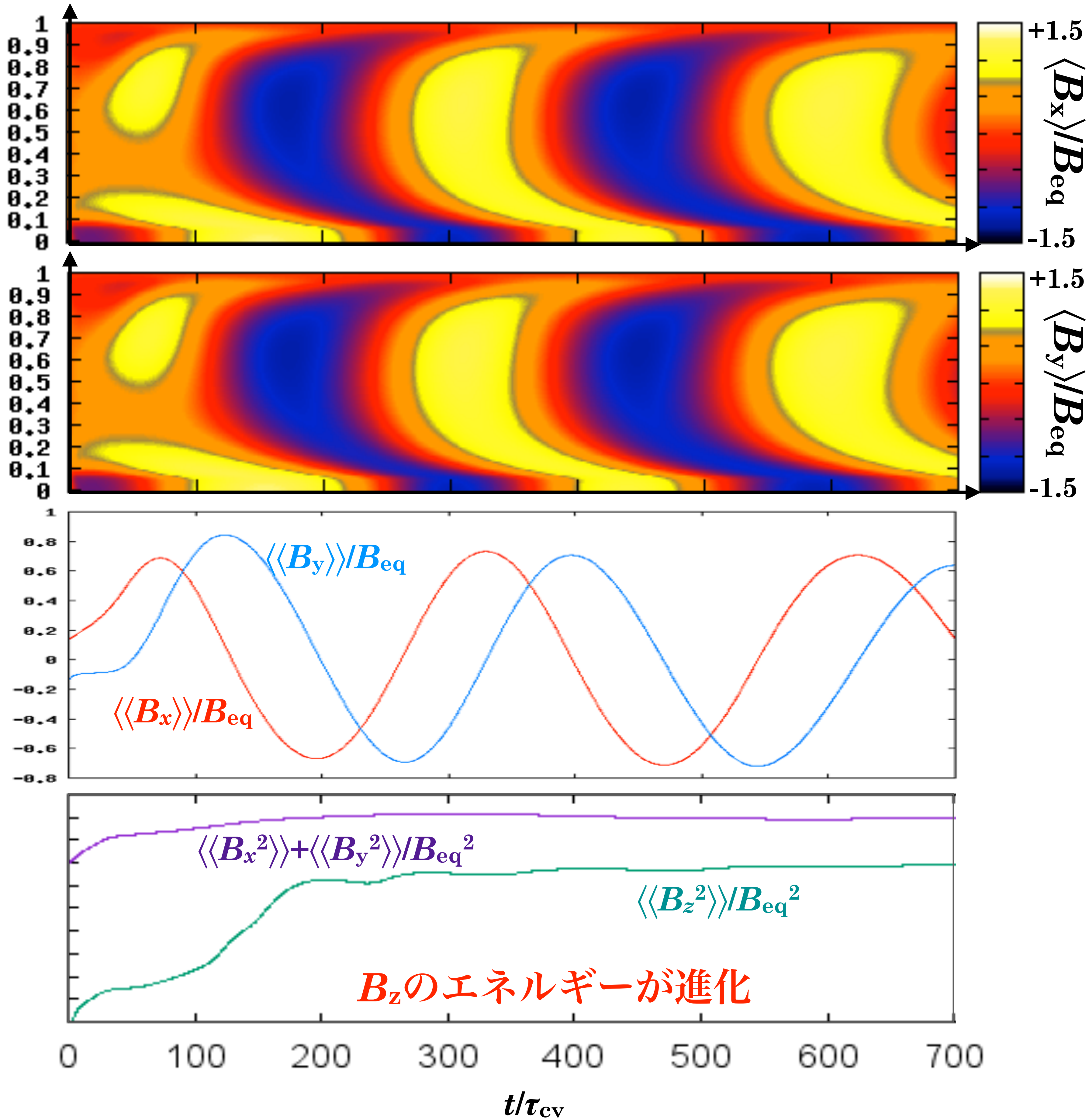
✳1次元平均場モデルでは磁場はz方向のみの関数

→　3次元性（水平方向の磁場のvariation）を考慮した平均場モデルから
何かヒントが得られるのでは？

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial B_x}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z}(\alpha B_y) - \frac{\partial}{\partial z}(\gamma B_x) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\eta_{\mathrm{eff}}\frac{\partial B_x}{\partial z}\right) \\
&\quad -\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta_{\mathrm{eff}}\frac{\partial B_z}{\partial x}\right) + \alpha\frac{\partial B_z}{\partial y} + \eta_{\mathrm{eff}}\left(\frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial y}\right), \\
\frac{\partial B_y}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z}(\alpha B_x) - \frac{\partial}{\partial z}(\gamma B_y) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\eta_{\mathrm{eff}}\frac{\partial B_y}{\partial z}\right) \\
&\quad -\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta_{\mathrm{eff}}\frac{\partial B_z}{\partial y}\right) - \alpha\frac{\partial B_z}{\partial x} + \eta_{\mathrm{eff}}\left(\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 B_x}{\partial x \partial y}\right), \\
\frac{\partial B_z}{\partial t} &= \alpha\left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right) + \gamma\left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y}\right) \\
&\quad -\eta_{\mathrm{eff}}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y}\right) + \eta_{\mathrm{eff}}\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2}\right),
\end{aligned}
$$

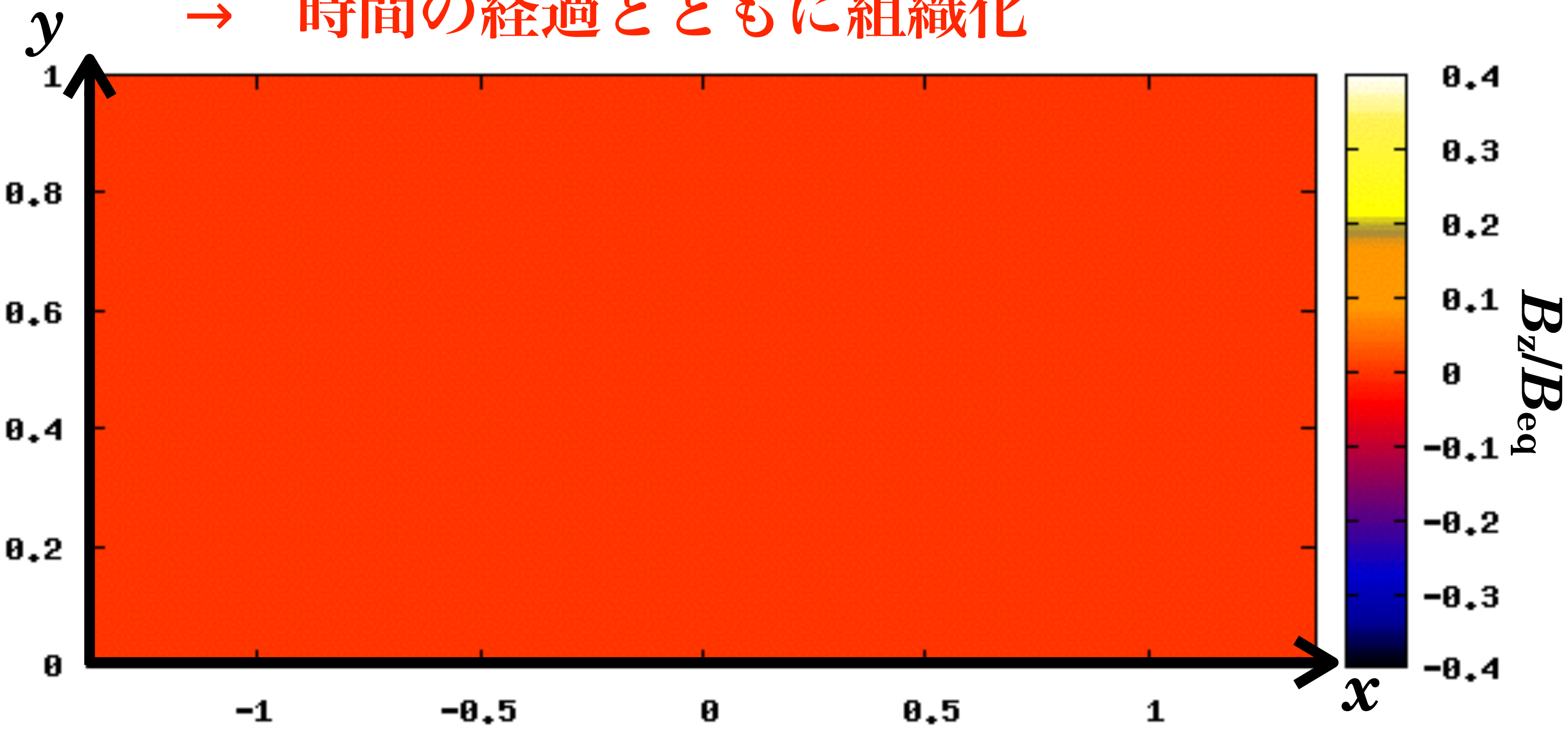
ただし乱流係数の水平微分はゼロ [$\partial_h\alpha = \partial_h\gamma = \partial_h\eta$]で、垂直変化のみを考慮
（乱流係数は従来同様に水平平均量から決めている）

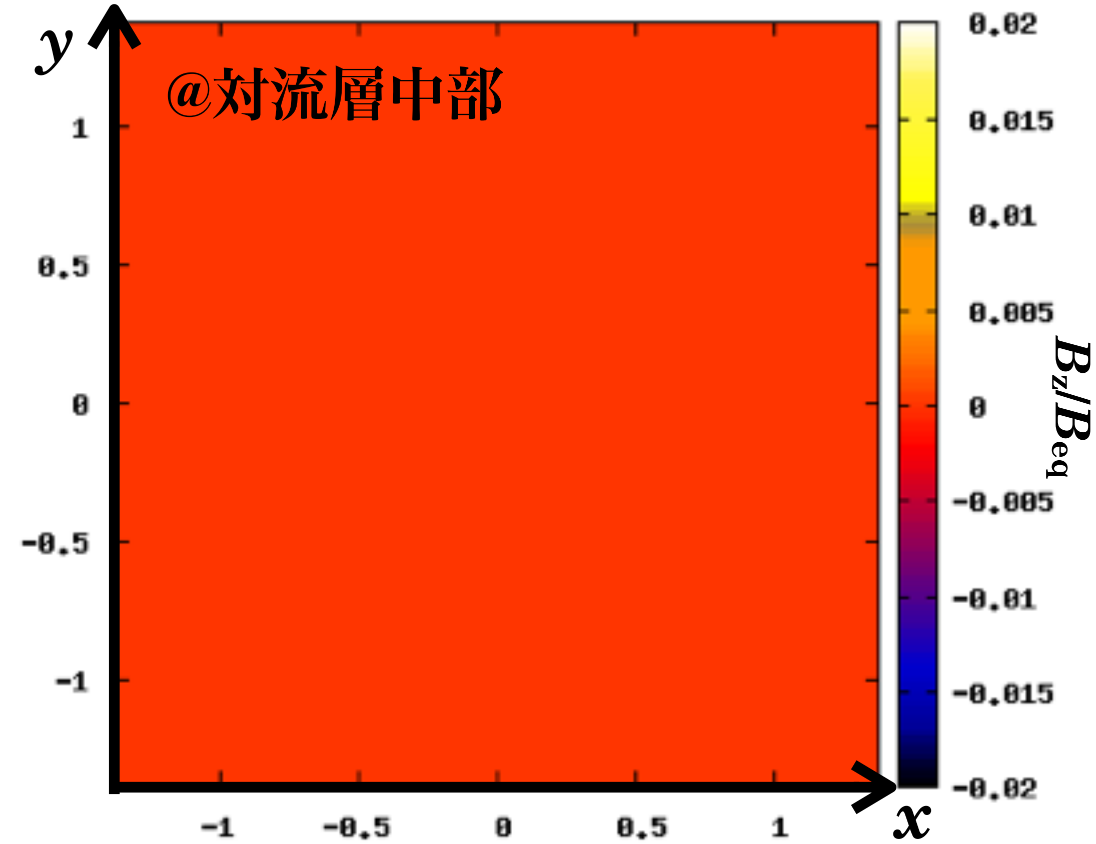
強密度成層モデルの3次元平均場計算 $(N_x \times N_y \times N_z = 16 \times 16 \times 256)$



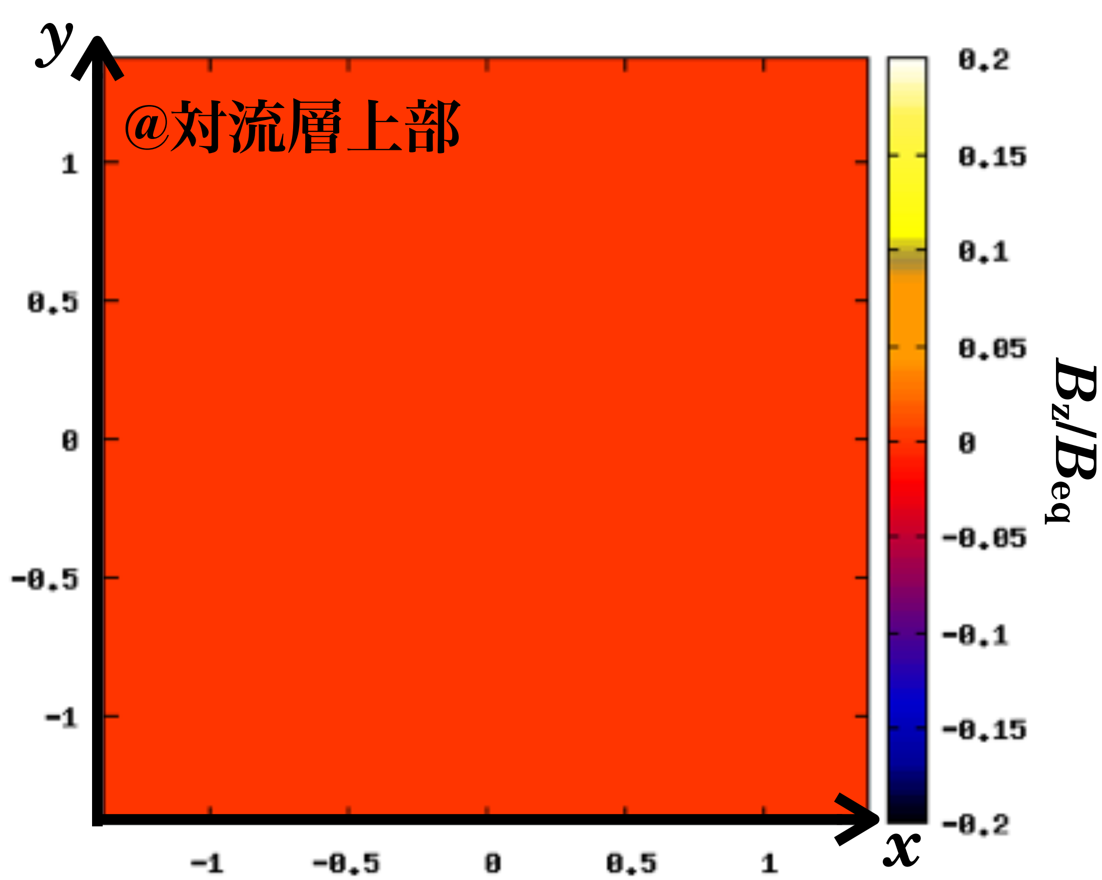
垂直磁場の自発的組織化 ($N_x \times N_y \times N_z = 16 \times 16 \times 256$)

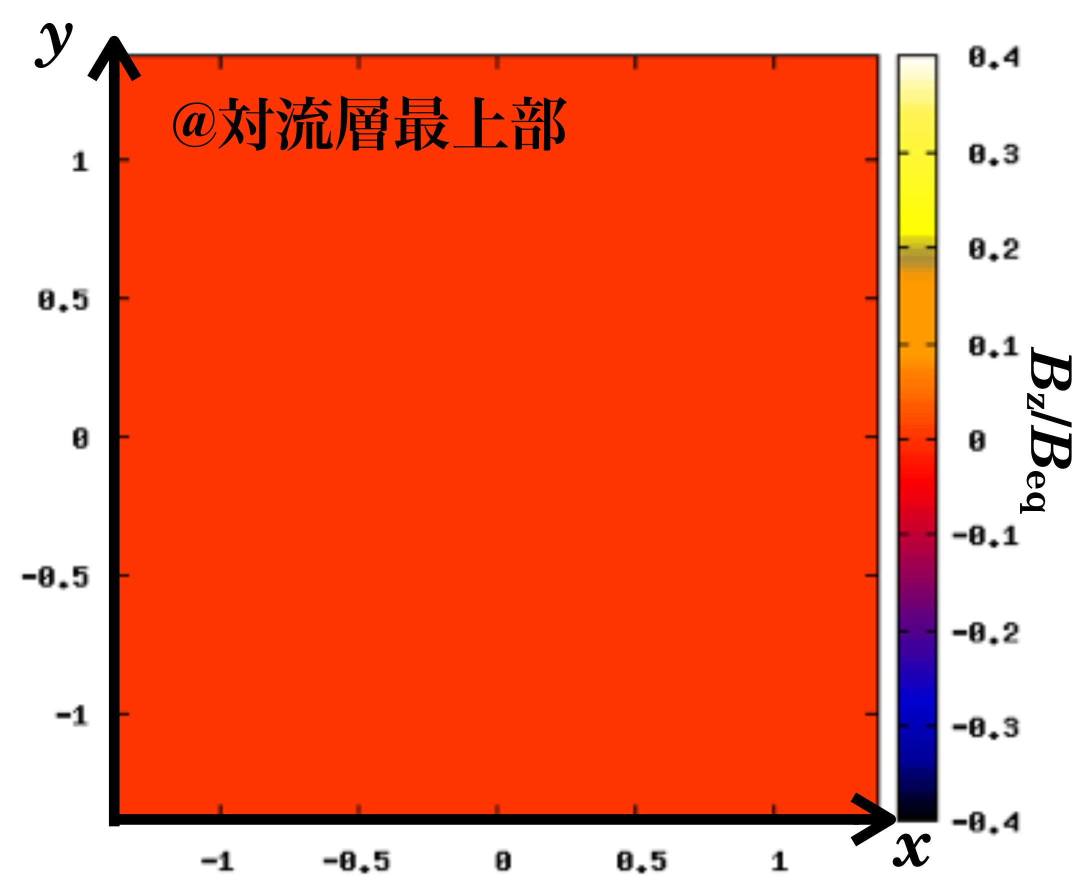
垂直磁場構造が対流層の上部で成長
→ 時間の経過とともに組織化





黒点状構造が対流層上部に自然に形成される. 定量的にも矛盾無し.





垂直磁場の自発的組織化を引き起こすのは何か？

※簡単のためα効果を無視する (α^2のダイナモに対して安定な状態)

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial B_x}{\partial t} &= \cancel{-\frac{\partial}{\partial z}(\alpha B_y)} - \frac{\partial}{\partial z}(\gamma B_x) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\eta_{\rm eff}\frac{\partial B_x}{\partial z}\right) \\
&\quad -\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta_{\rm eff}\frac{\partial B_z}{\partial x}\right) + \cancel{\alpha\frac{\partial B_z}{\partial y}} + \eta_{\rm eff}\left(\frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial y}\right) , \\
\frac{\partial B_y}{\partial t} &= \cancel{\frac{\partial}{\partial z}(\alpha B_x)} - \frac{\partial}{\partial z}(\gamma B_y) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\eta_{\rm eff}\frac{\partial B_y}{\partial z}\right) \\
&\quad -\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta_{\rm eff}\frac{\partial B_z}{\partial y}\right) \cancel{- \alpha\frac{\partial B_z}{\partial x}} + \eta_{\rm eff}\left(\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 B_x}{\partial x \partial y}\right) , \\
\frac{\partial B_z}{\partial t} &= \alpha\left(\cancel{\frac{\partial B_y}{\partial x}} - \cancel{\frac{\partial B_x}{\partial y}}\right) + \gamma\left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y}\right) \\
&\quad -\eta_{\rm eff}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y}\right) + \eta_{\rm eff}\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2}\right) ,
\end{aligned}
$$

✳平面波（$\boldsymbol{B} \propto \exp[i(k_x x+k_y y+k_z z - \omega t)]$）で展開すると

$$
\begin{aligned}
\{-i[\omega - (\gamma - \partial_z \eta)k_z] + [\partial_z \gamma + \eta(k_z^2 + k_y^2)]\}B_x &= \eta k_x k_y B_y - (i\partial_z \eta - \eta k_z)k_x B_z , \\
\{-i[\omega - (\gamma - \partial_z \eta)k_z] + [\partial_z \gamma + \eta(k_z^2 + k_x^2)]\}B_y &= \eta k_x k_y B_x - (i\partial_z \eta - \eta k_z)k_y B_z , \\
\{-i\omega + \eta(k_x^2 + k_y^2)\}B_z &= (i\gamma + \eta k_z)(k_x B_x + k_y B_y) ,
\end{aligned}
$$

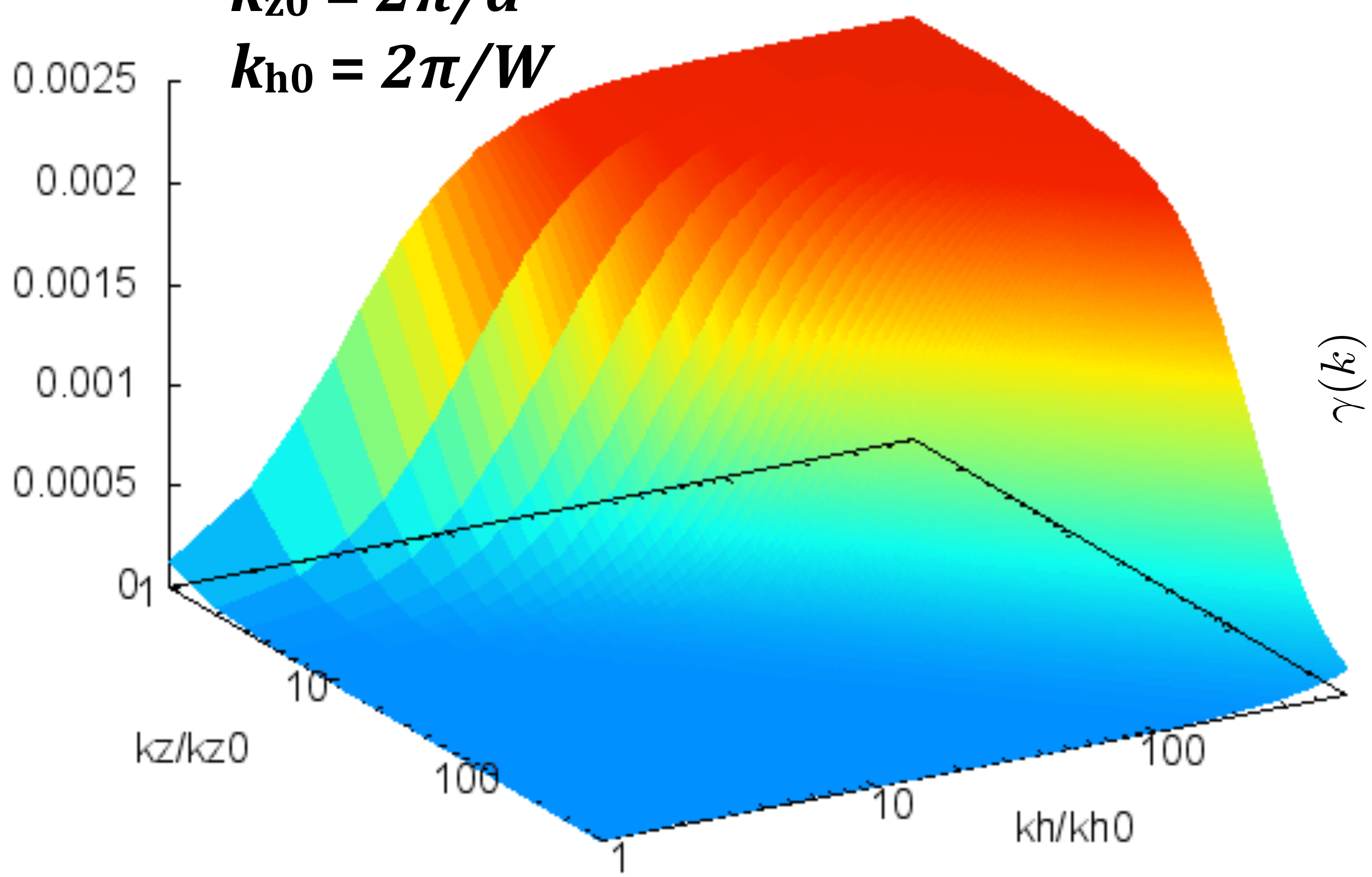
B_x, B_y, B_zを消去して・・・・

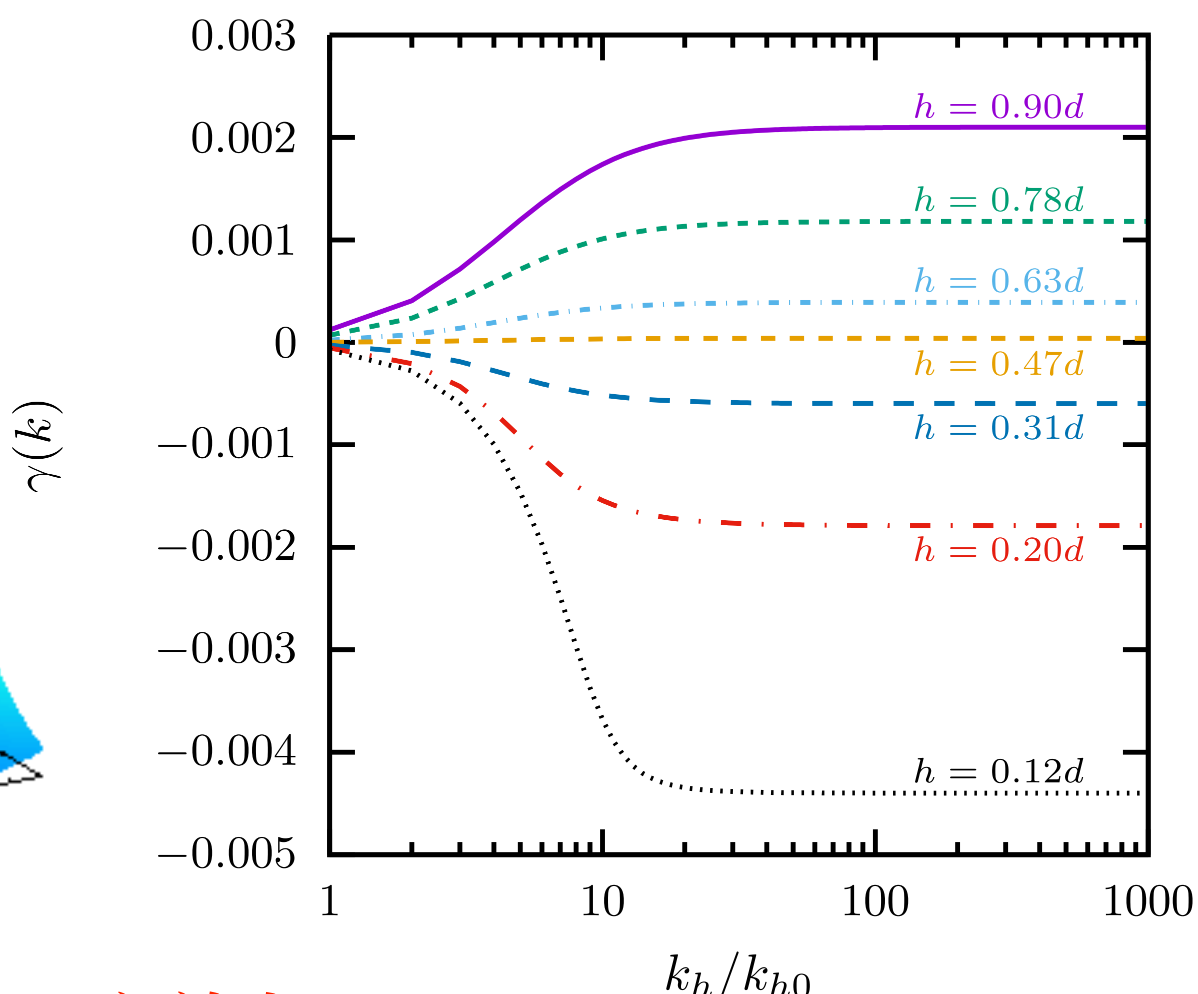
3次元平均場方程式から求まる分散関係

$$\underline{\left[\omega-(\gamma-\partial_z\eta)+i(\partial_z\gamma+\eta k^2)\right]}$$
$$\times\underline{\left\{\omega^2+\left[-(\gamma-\partial_z\eta)k_z+i(\partial_z\gamma+\eta k^2)\right]\omega+(\gamma\partial_z\eta-\eta\partial_z\gamma)k_h^2\right\}}=0$$

- **赤線部は$\partial_x B=\partial_y B=0$の場合でも得られる α^2ダイナモモードの分散関係式の``$\alpha=0$の場合'' に対応**
- **青線部は$\partial_x\neq\partial_y\neq 0$ の結果が分散関係式に現れた部分. この部分は$\partial_z\eta=\partial_z\gamma=0$の時は減衰解を与える. 非ゼロの$\partial_z\eta$と$\partial_z\gamma$を考慮した場合の青線部の振る舞いが以下：**

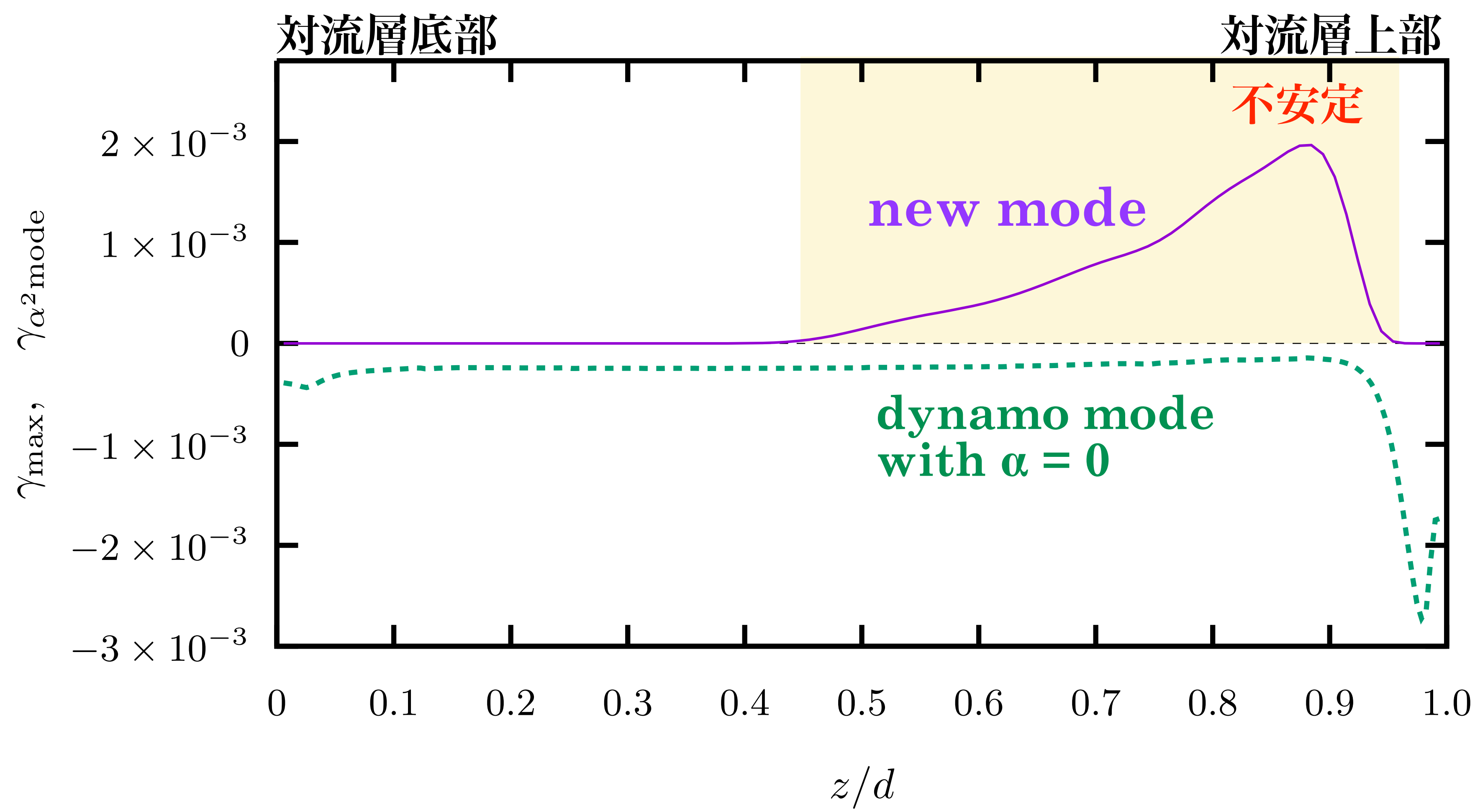
$k_{z0}=2\pi/d$
$k_{h0}=2\pi/W$

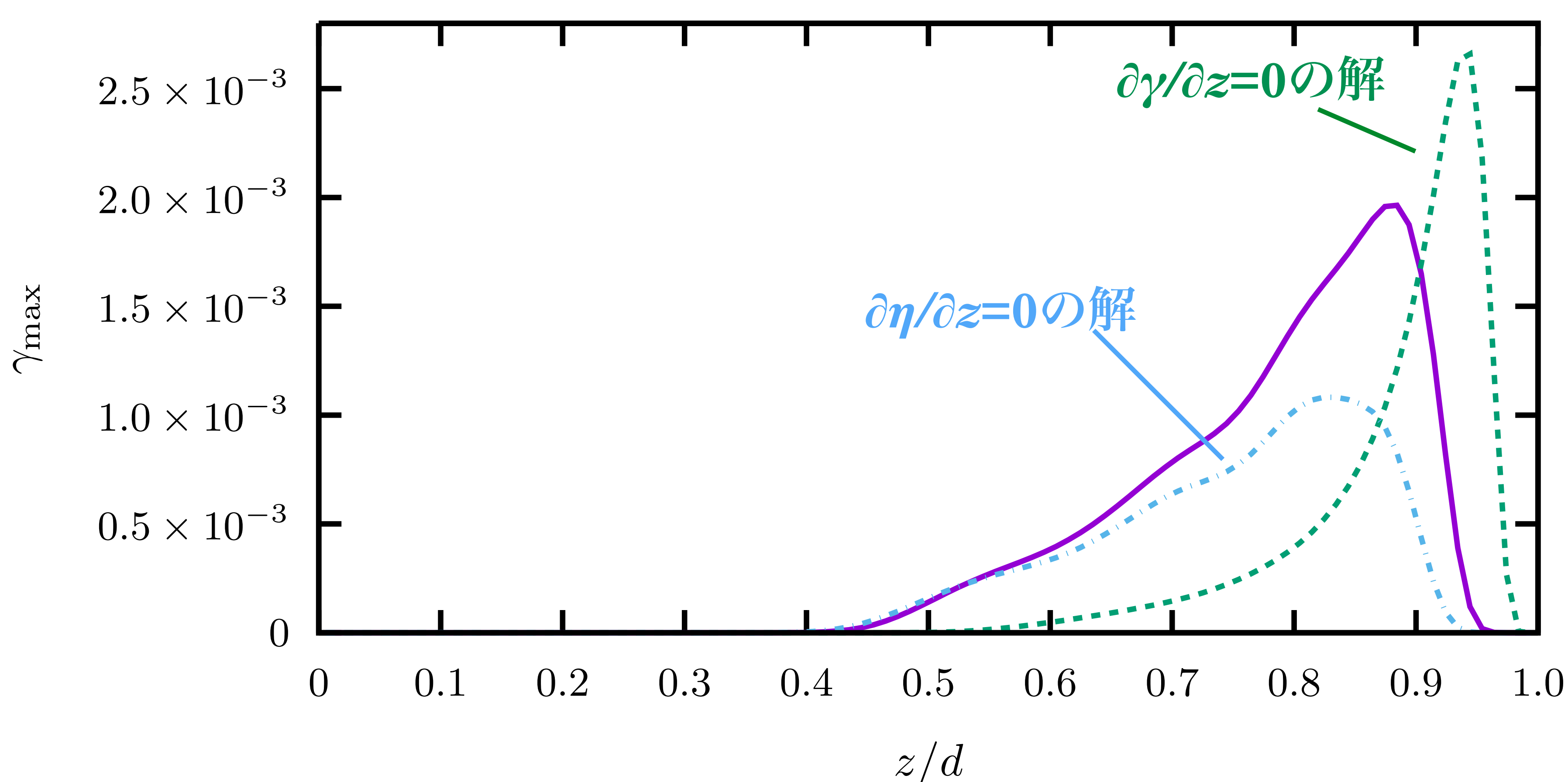




高さhが大きな領域（対流層上部）で不安定なモードが存在
→ B_zの成長を与える不安定性（これまで知られていない不安定性）

不安定性の最大成長率の高さ依存性と不安定条件





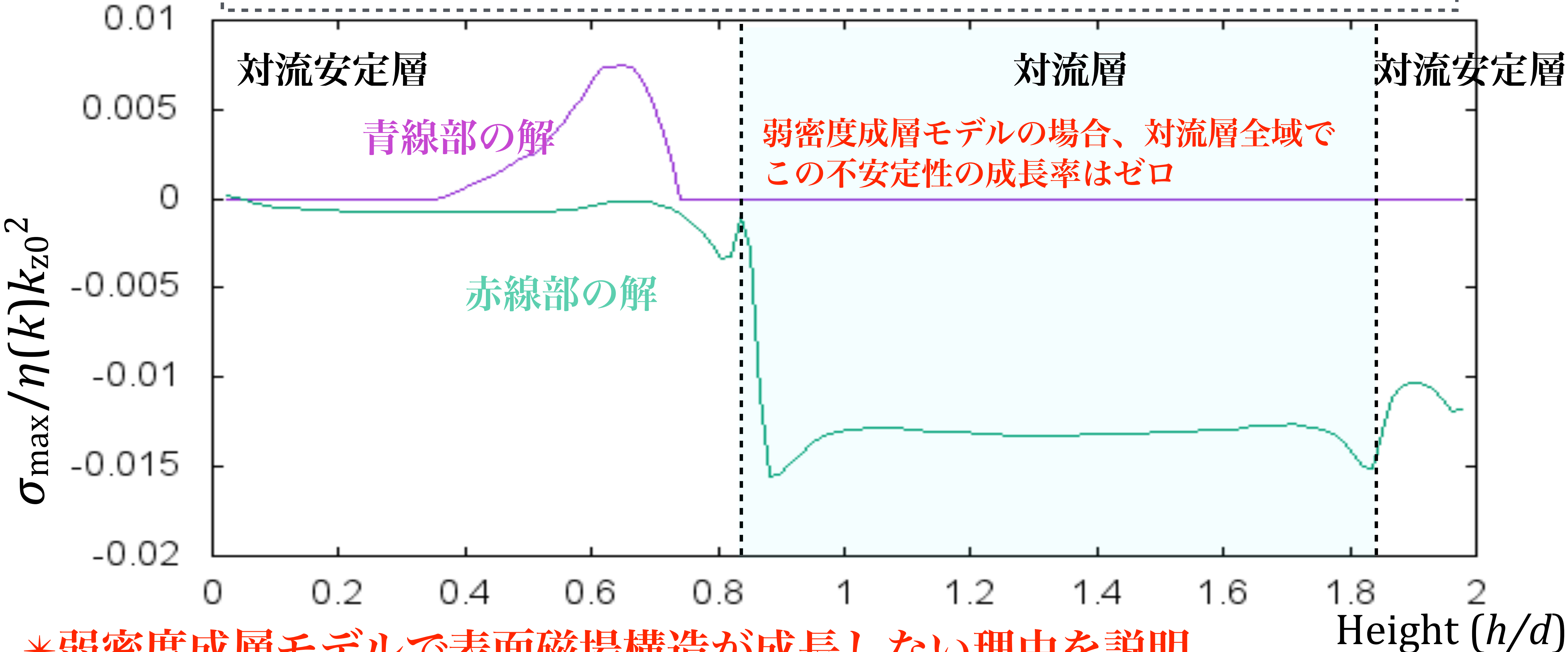
- 対流層上部での垂直磁場の成長を自然に説明
- 分散関係式で$k_z \to 0$の極限をとって不安定条件を求めると

$$(\partial_z \gamma)\eta_t - \gamma(\partial_z \eta_t) > 0$$

for UNSTABLE
(物理的意味はまだ考え中)

不安定性の最大成長率の高さ依存性（弱密度成層モデル）

$$\underline{\left[\omega-(\gamma-\partial_z\eta)+i(\partial_z\gamma+\eta k^2)\right]}$$
$$\times\left\{\omega^2+\left[-(\gamma-\partial_z\eta)k_z+i(\partial_z\gamma+\eta k^2)\right]\omega+(\gamma\partial_z\eta-\eta\partial_z\gamma)k_h^2\right\}=0$$



＊弱密度成層モデルで表面磁場構造が成長しない理由を説明

$$(\partial_z\gamma)\eta_t-\gamma(\partial_z\eta_t)>0$$ **for UNSTABLE**

- 恐らくこの条件が強密度成層下では自然に満たされる（理由は現在考え中）
- 太陽対流層最上部はさらに強い成層

→さらに集中した磁束が期待　→黒点形成を自然に説明

まとめ

＊未解決問題：

Q1. 乱対流層において極性反転をともなう大局的磁場を生み出す物理を理解する

Q2. 磁束の集中（~黒点）の物理機構は何か？

Answer to Q1

- 成層強度に依らず乱流α効果が大局的磁場の生成を主に担う
- ダイナモの励起にはγ効果の勾配も重要：修正ダイナモ数

Answer to Q2

- 3次元的に励起される``新種の不安定性"が対流層上部で自発的に磁場の垂直成分を成長させ, 組織化する（γ効果の勾配が重要）.
- 不安定条件：$(\partial_z\gamma)\eta_t - (\partial_z\eta_t)\gamma > 0$ [恐らく成層強度が強い場合は自動的に満たされる?]

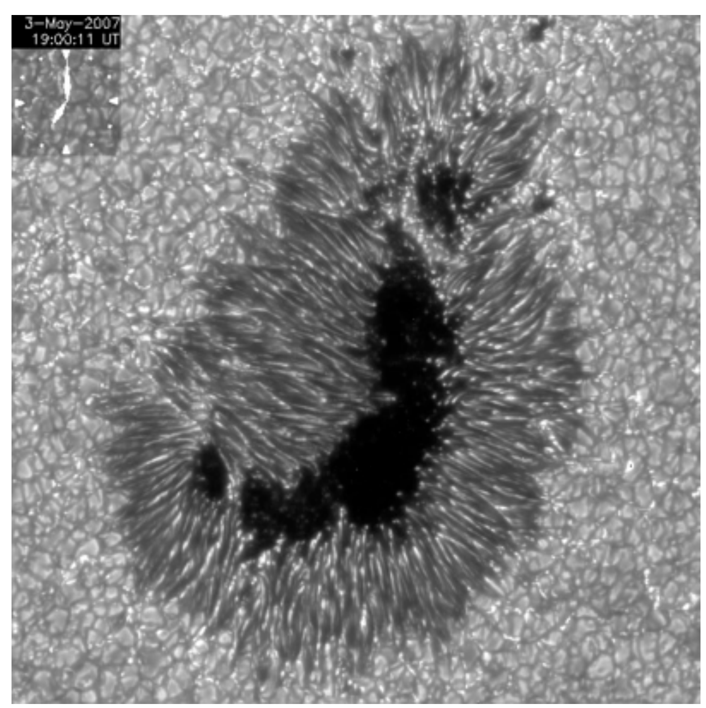
＊太陽磁場の3つの特徴：

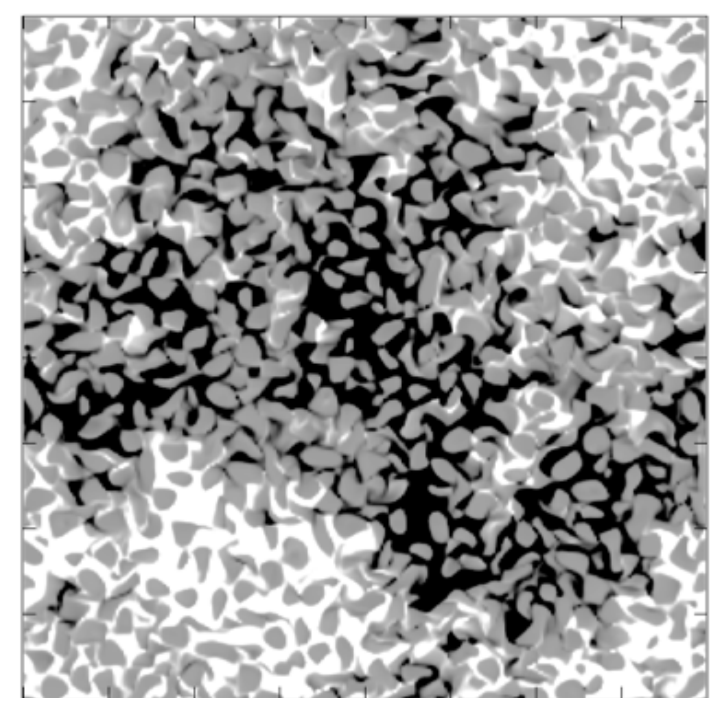
- ○ ①大局性
- ? ②収束性
- ○ ③周期性

・あとは細かい議論？？

・観測的にどう検証？？

ここから定量的に理解するフェーズへ





もっと強い対流層最上部の成層を考えればもっと強く収束する(はず)

BH降着円盤系への応用・展望

この研究会に参加して

感想：BH磁気圏の大局的磁場の構造への理解が不足
（天文学へのapplicationを視野に入れるなら）

＊大局的磁場の起源：

①化石磁場説：どっかよそから持ってくる
→磁気圏の磁場は（ほとんど）何でもアリ.本当？？？

②ダイナモ説：降着円盤内で作られる
→円盤のタイプに応じて固有の磁気圏構造
→こっちの方が圧倒的にインパクトは高い
強い制約：「天文学」の理解の深化にもより貢献

「②ダイナモ説」を支持する証拠・根拠はあるか？

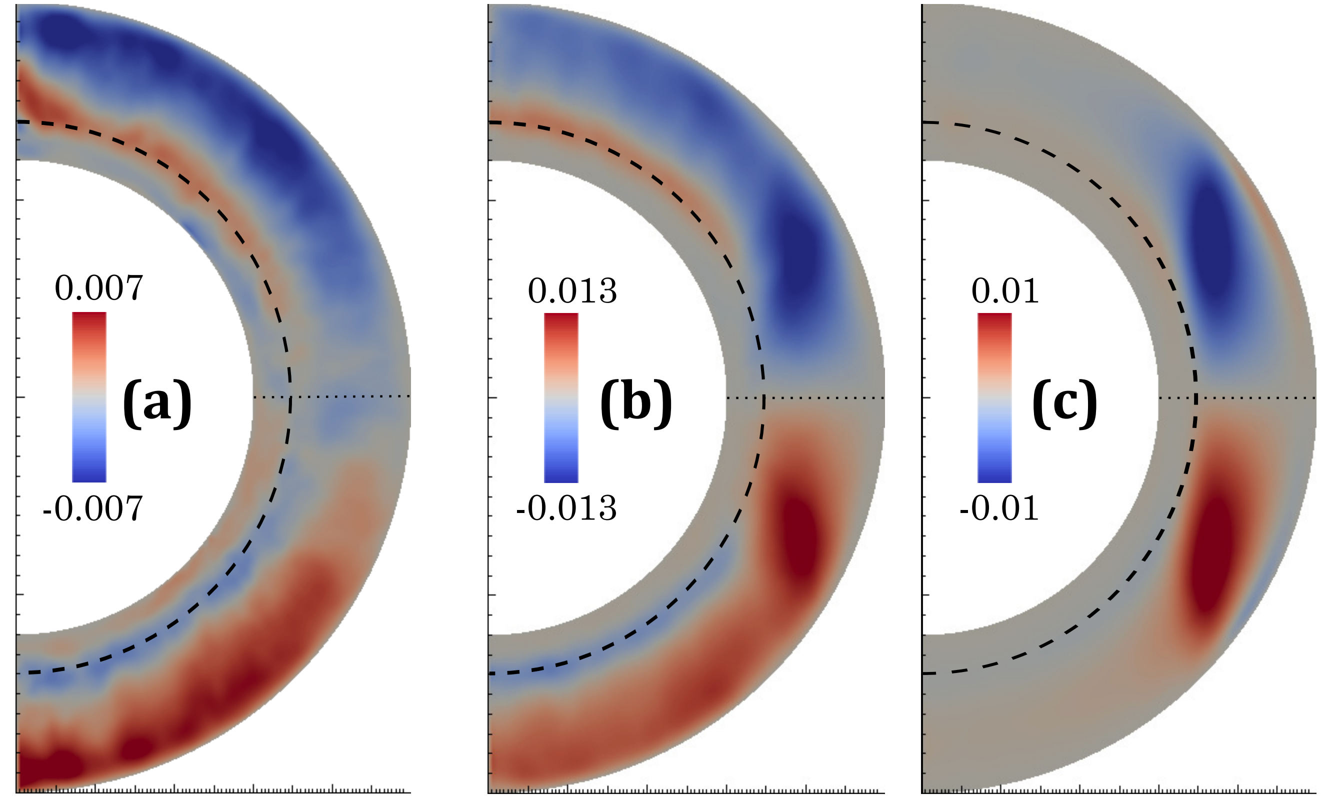
- 証拠は無い
- 太陽・恒星ダイナモからの示唆：ロスビー数が磁場強度・構造を決める
- 降着円盤 = 低ロスビー数のシステムの極限（星も円盤も一緒）

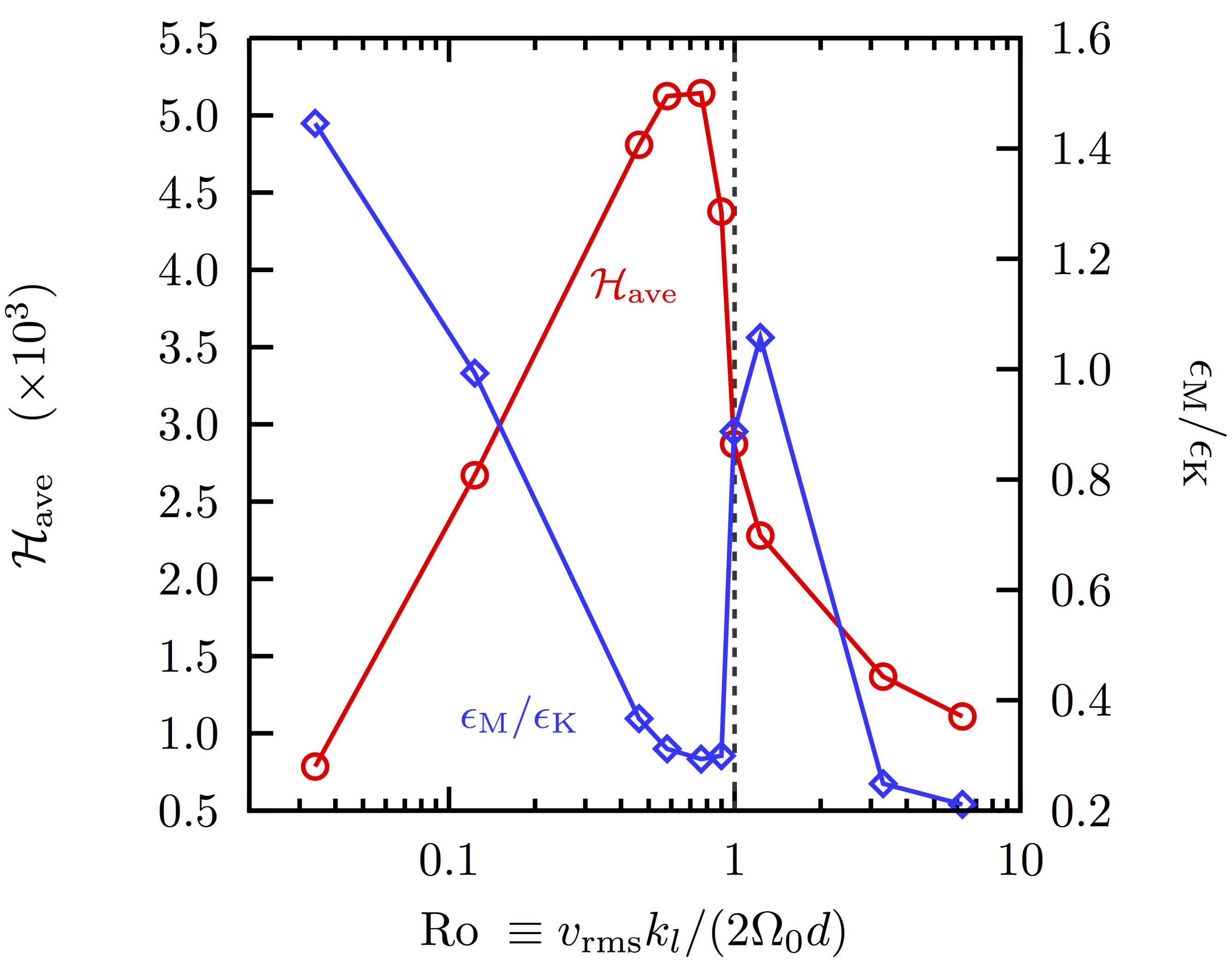
→考慮すべき物理に何かしらの不連続が無い限り・・・
大局的磁場が自励できないはずがない (少なくともMHDは連続)

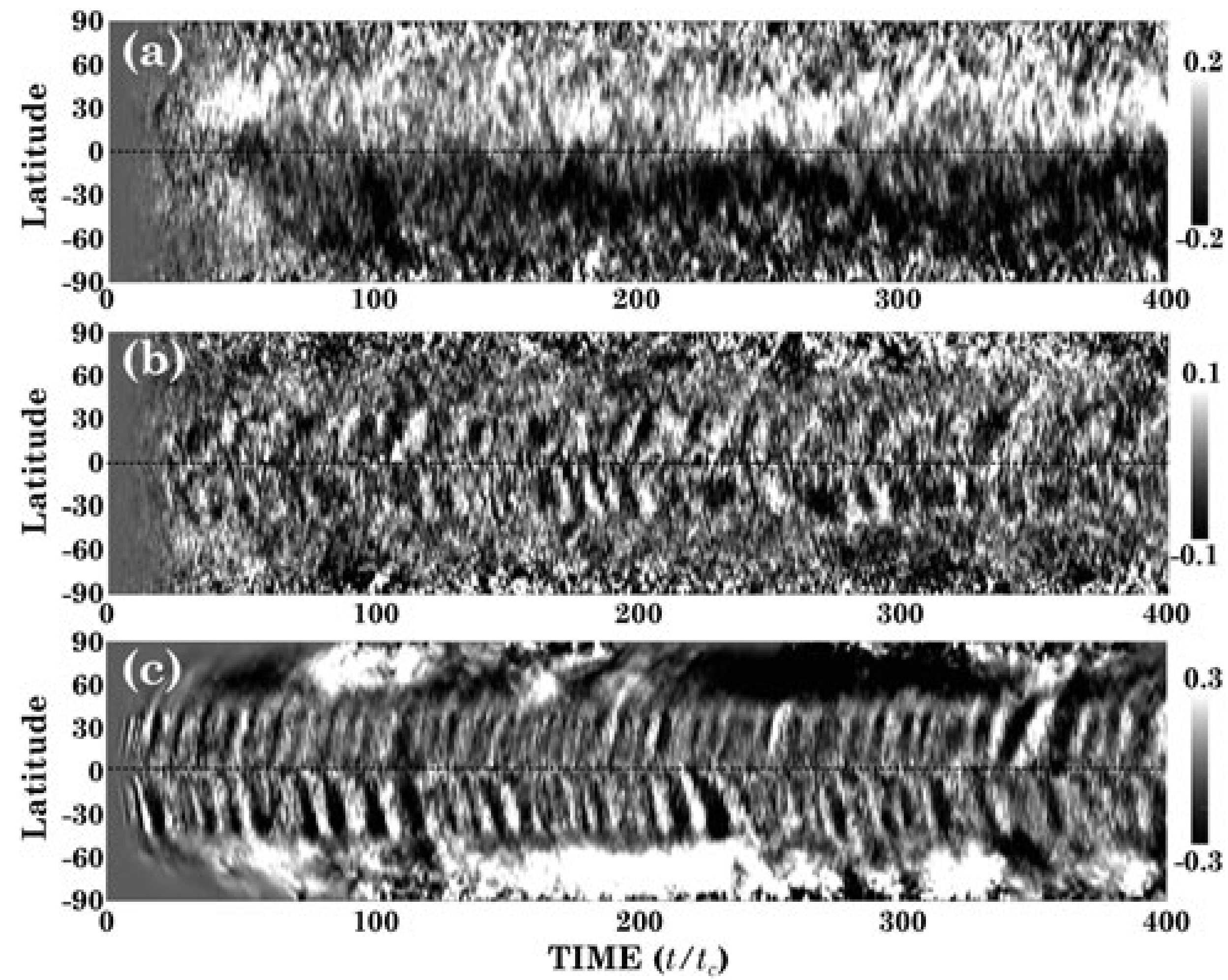
低ロスビー数の極限でのダイナモで期待されること

＊太陽・恒星ダイナモ研究から
予想される降着円盤ダイナモの性質

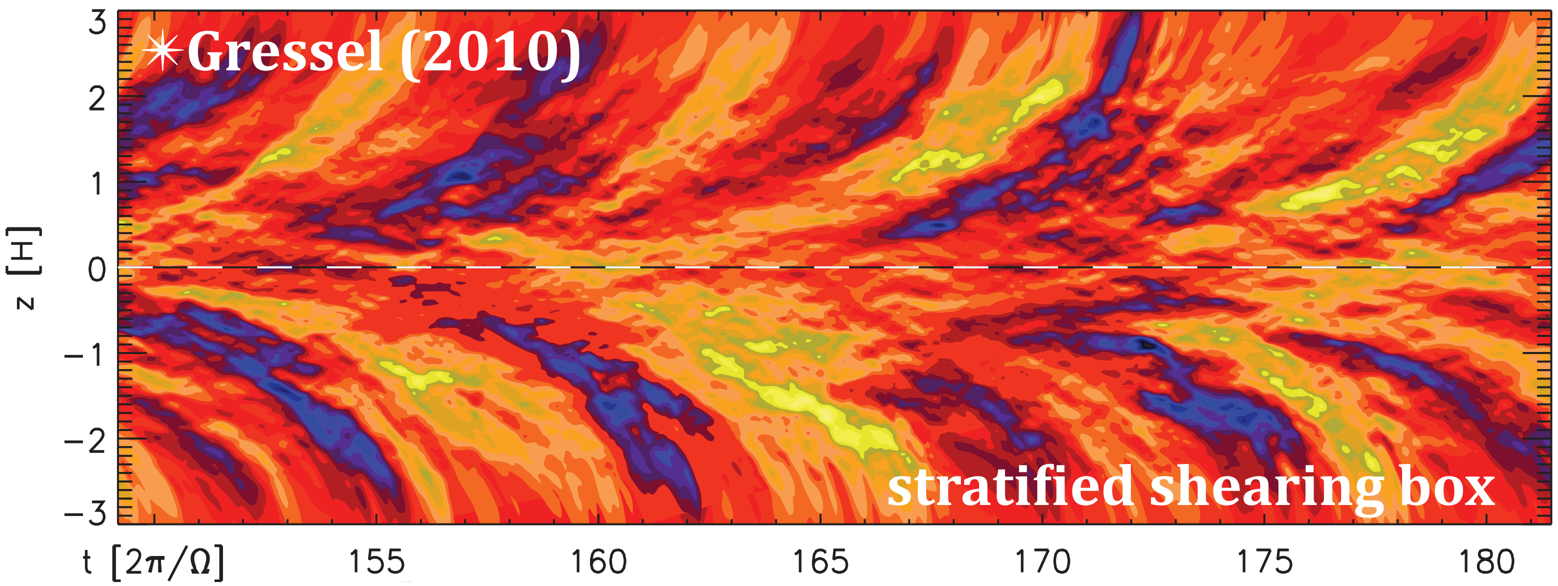
赤道反対称なヘリシティ分布
→ 強い半球間ヘリシティ勾配
→ 乱流α効果に起因したダイナモ
→ 極性反転をともなう強い大局的磁場
（その結果として(c)のタイプの蝶形図）

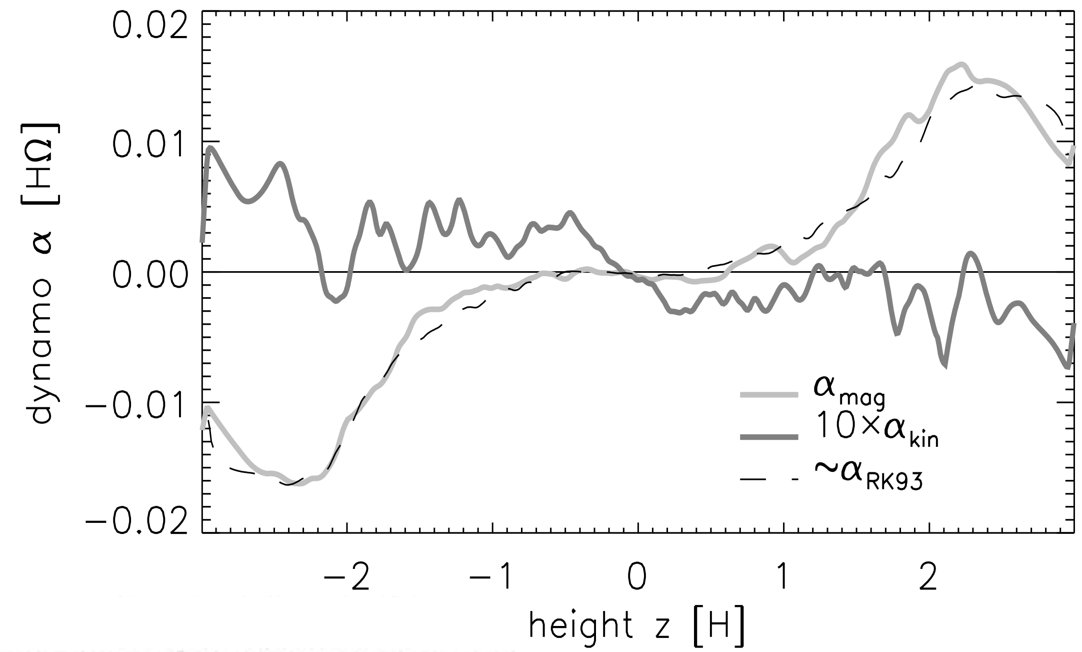


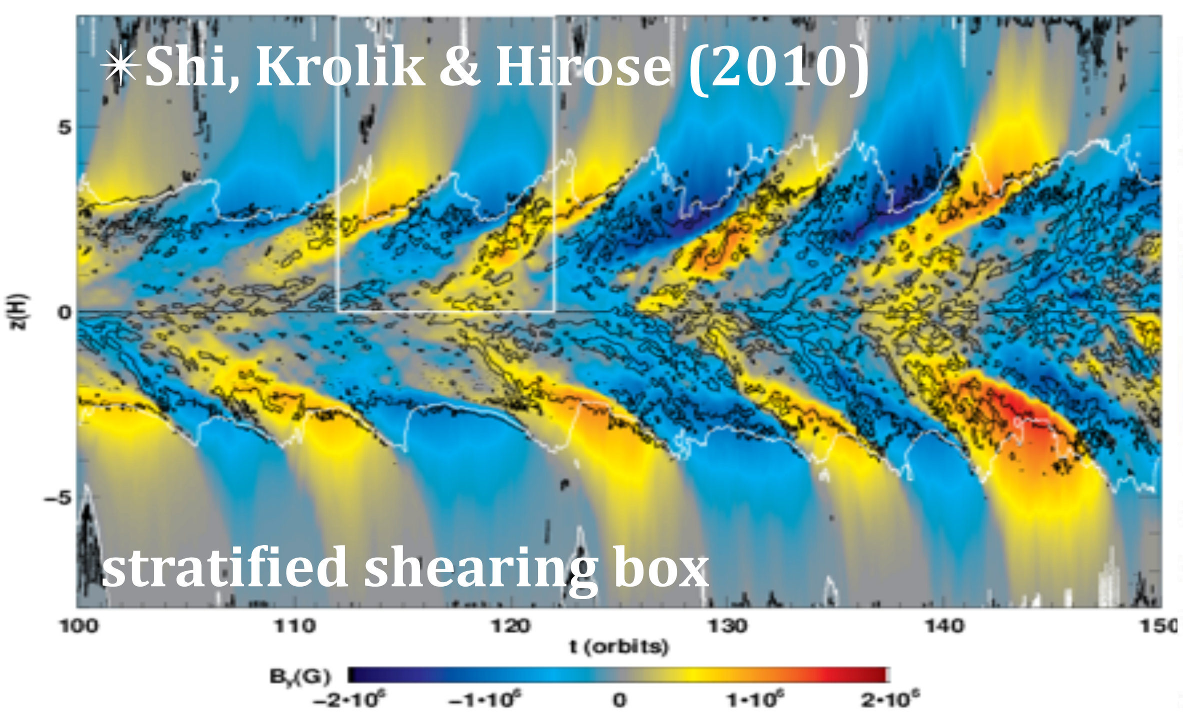


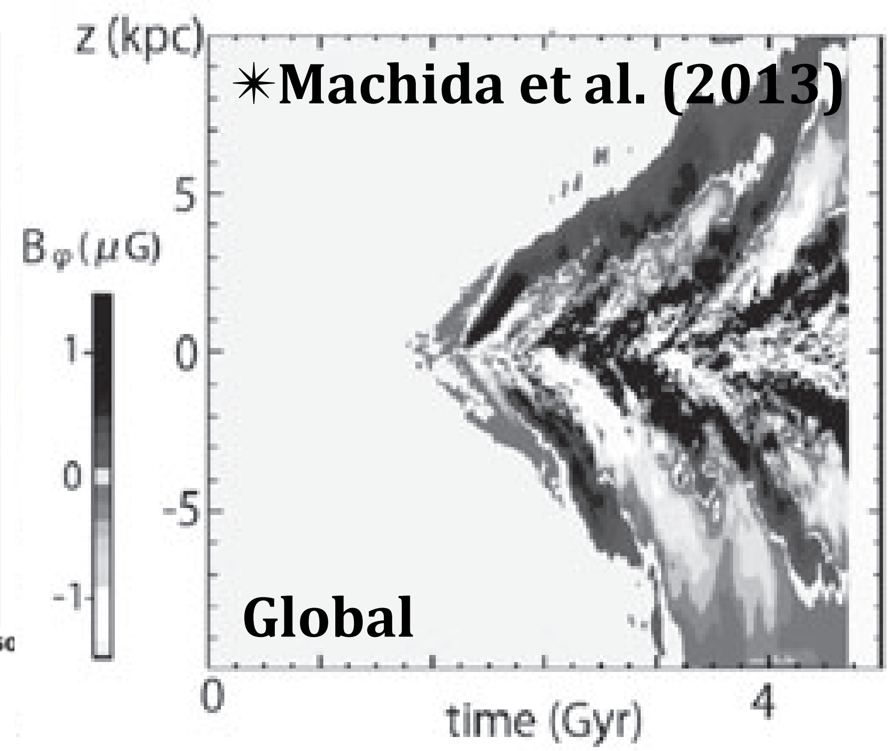


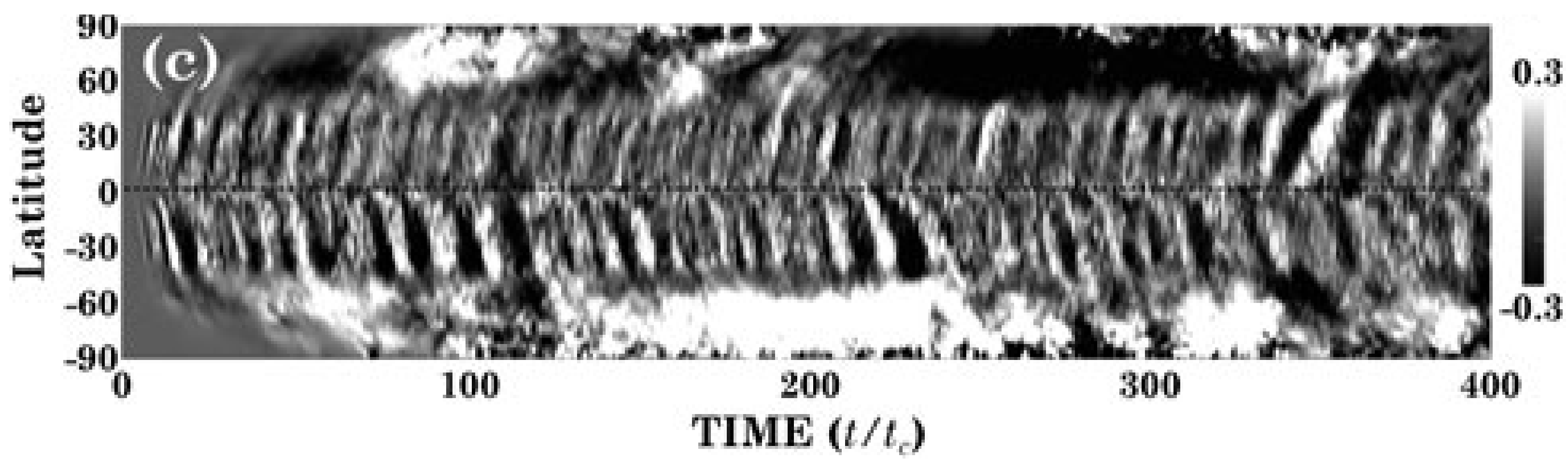
降着円盤ダイナモ - バタフライダイアグラムとヘリシティ -

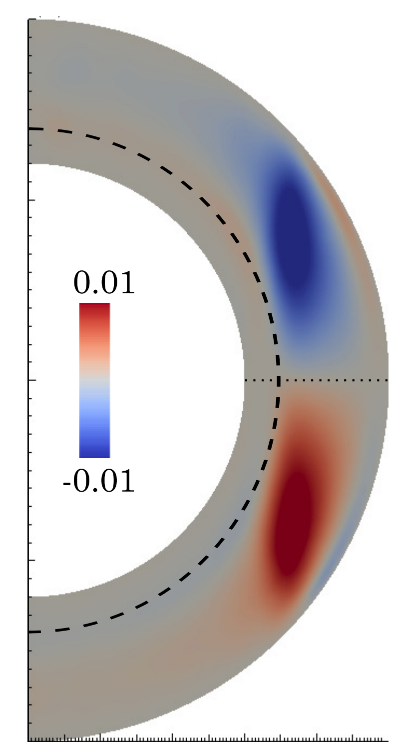




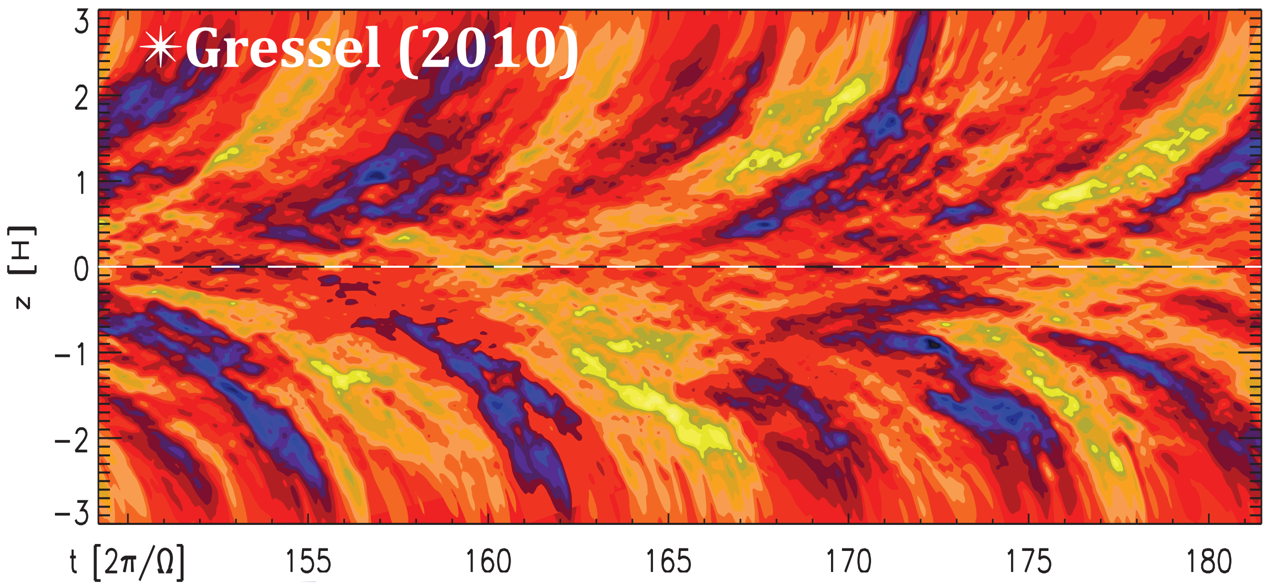


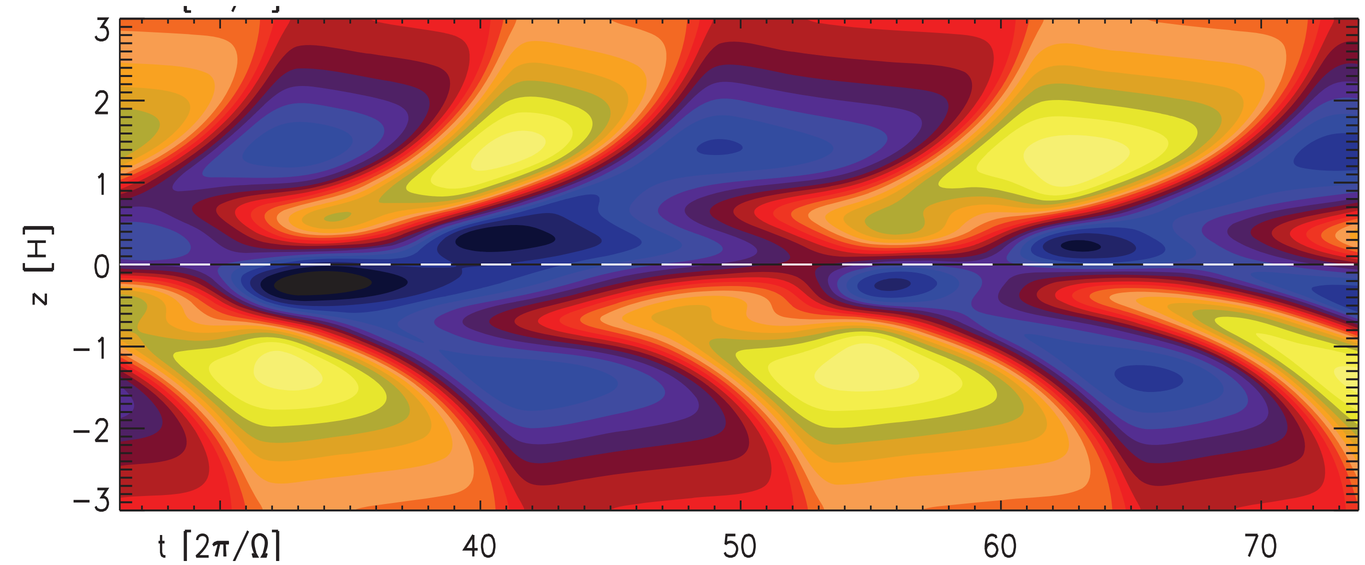






降着円盤ダイナモ - バタフライダイアグラムとヘリシティ -





✳我々と似た方法で円盤の$\alpha^2\Omega$の平均場ダイナモ方程式を解いた結果（右図）
→少なくとも定性的にはDNSを再現

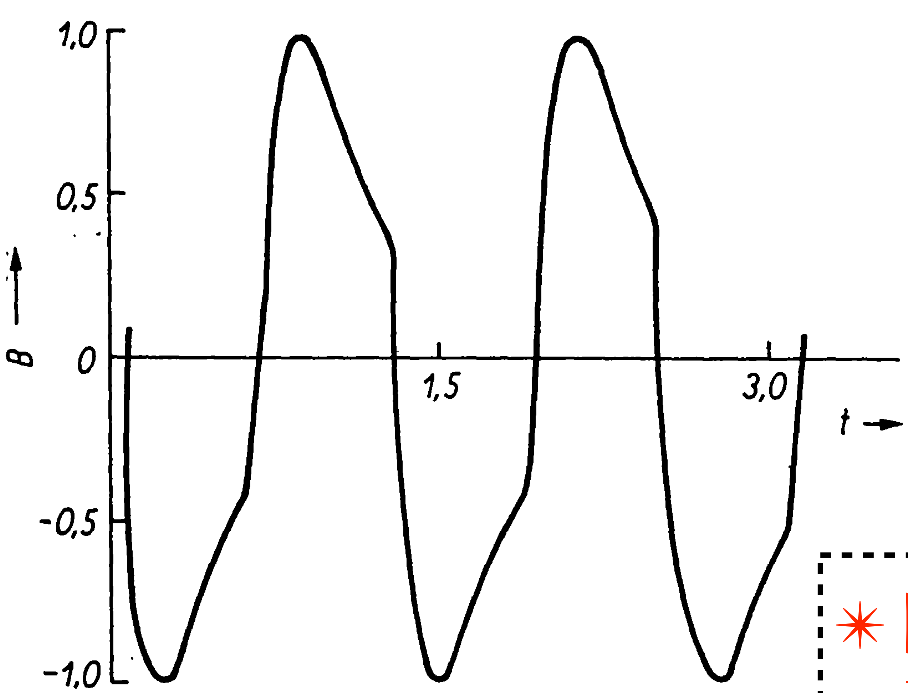
Oscillatory α^2-dynamo: numerical investigation

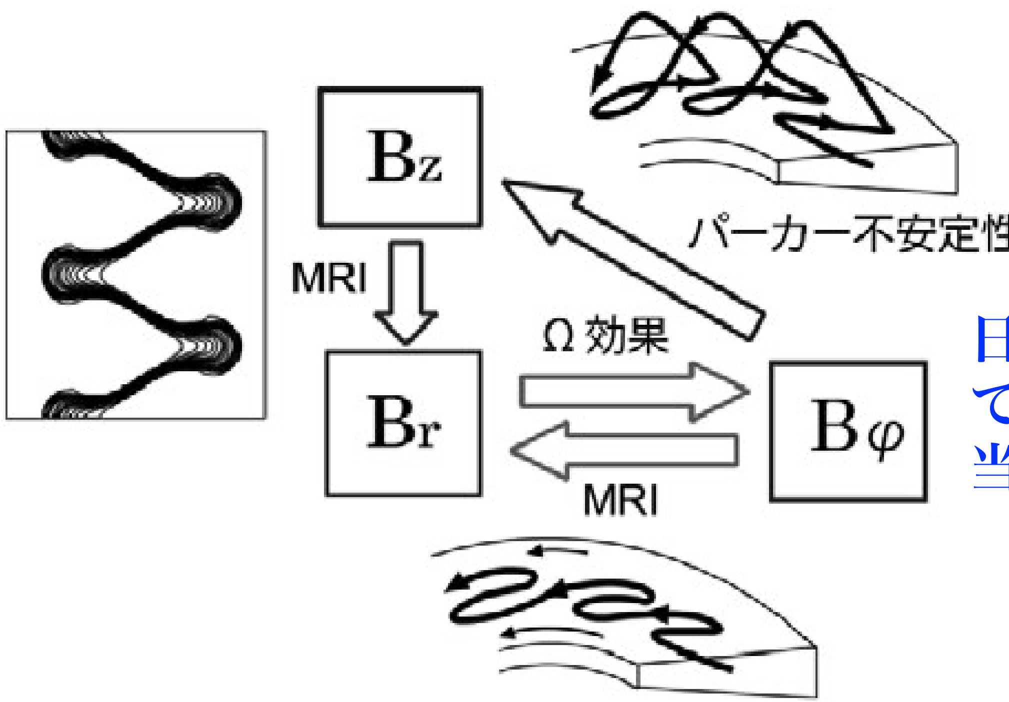
Y. Baryshnikova and A. Shukurov, Moscow, USSR

Space Research Institute, Academy of Sciences of the USSR

Received 1986 May 25

α^2ダイナモの理論は降着円盤系で元々発展





日本で広く信じられているこの理解は本当に大丈夫か？

✳ 降着円盤内の磁場の進化も乱流係数さえ正しく決めれば平均場ダイナモ方程式で定量記述できる可能性がある

磁気回転不安定性研究の現状①未解決問題：飽和レベル

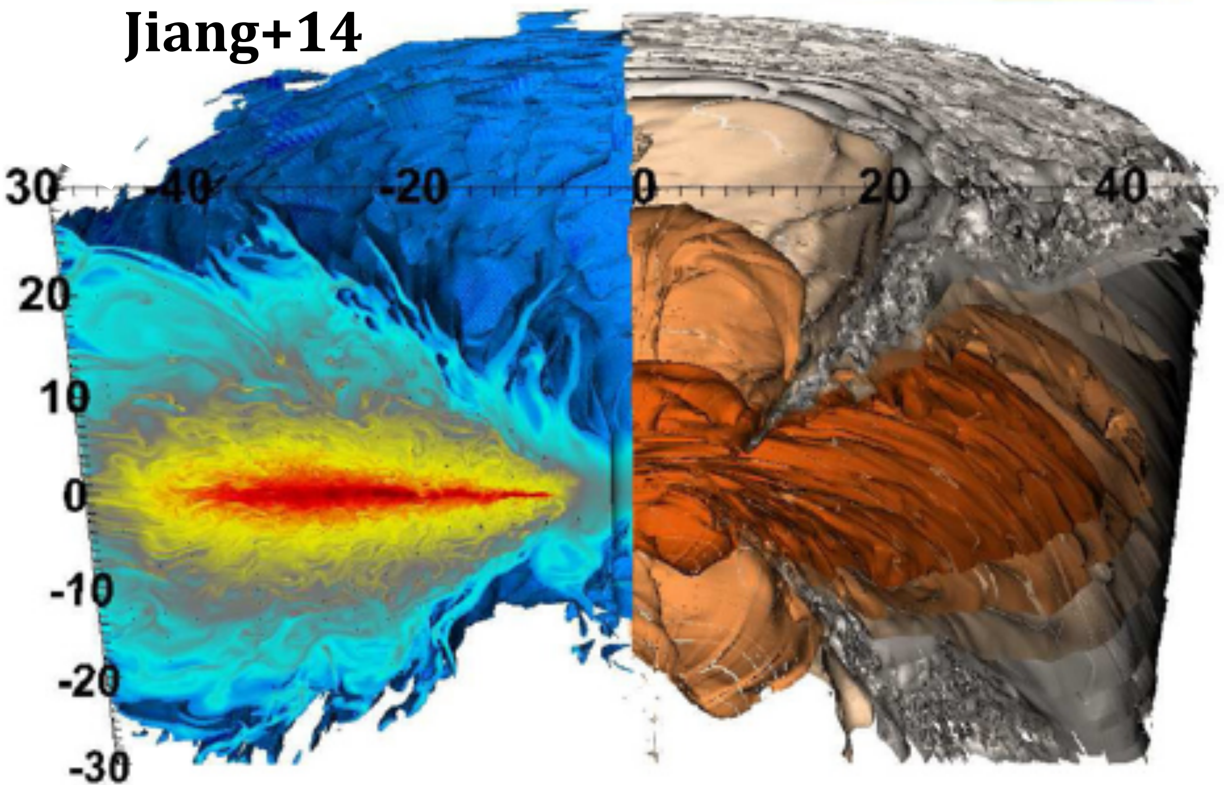
✳降着円盤で忘れてはならない不安定性：磁気回転不安定性
(星と円盤でMHD的な違いがあるとすれば この不安定モードの存在)

降着円盤の未解決問題：MRI乱流の飽和レベル (= 解像度依存性)

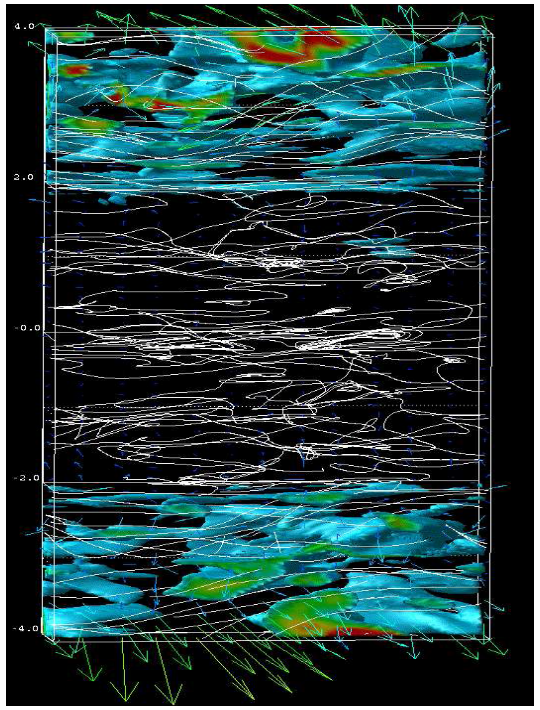
◉MRI研究の現状 (最近, 飽和問題にも結論が出つつある)

① Global Disk

Jiang+14

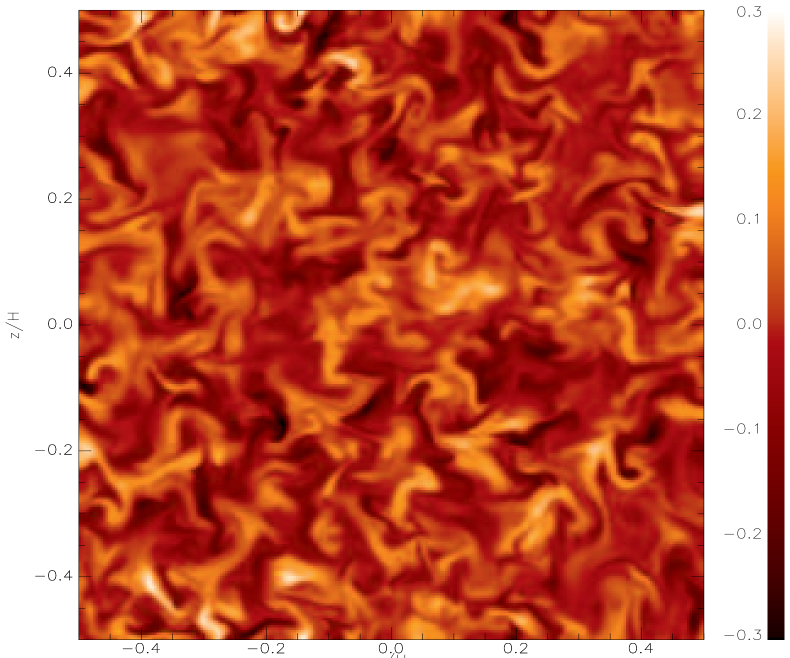


② semi-global
stratified shearing box



Suzuki & Inutsuka 09

③ local
shearing box



Fromang & Papaloizou 07
他多数

✳各設定でMRI乱流の飽和強度の解像度依存性が調べられてきた (net flux有, 無)
→ 全モデル, 全設定で同じ結論に行き着いた時が、MRI乱流研究の一応の終着点

スパコン性能上昇 → global計算がlocal計算とほぼ同等の解像度を実現

磁気回転不安定性研究の現状②MRI乱流は解像度に依るか？

＊つい最近までのMRI乱流研究の収束状態：

①グローバル（Sorathia+12）
- 初期に正味の磁束 ・・・収束 (解像度依存性無し)
- 初期に正味の磁束無し・・・収束 (解像度依存性無し)

②セミグローバル
- 初期に正味の磁束 ・・・収束 (解像度依存性無し)
- 初期に正味の磁束無し・・・収束 (解像度依存性無し)

③ローカル
- 初期に正味の磁束 ・・・収束 (解像度依存性無し)
- 初期に正味の磁束無し・・・収束しない（Fromang & Papaloizou 07）

＊グローバル, セミグローバルのモデルは自励ダイナモが起こる（磁束が作られる）

＊ローカルモデルは自励ダイナモが起きない（磁束が作られれない）

→ 正味の磁束があれば又は生成されればMHD乱流の強度は収束

たぶん本質的にはガイド磁場が有る場合と無い場合の3Dリコネクションの飽和と関係？

＊ ただし生成された正味の磁束の強度にMRI乱流の飽和レベルは依る

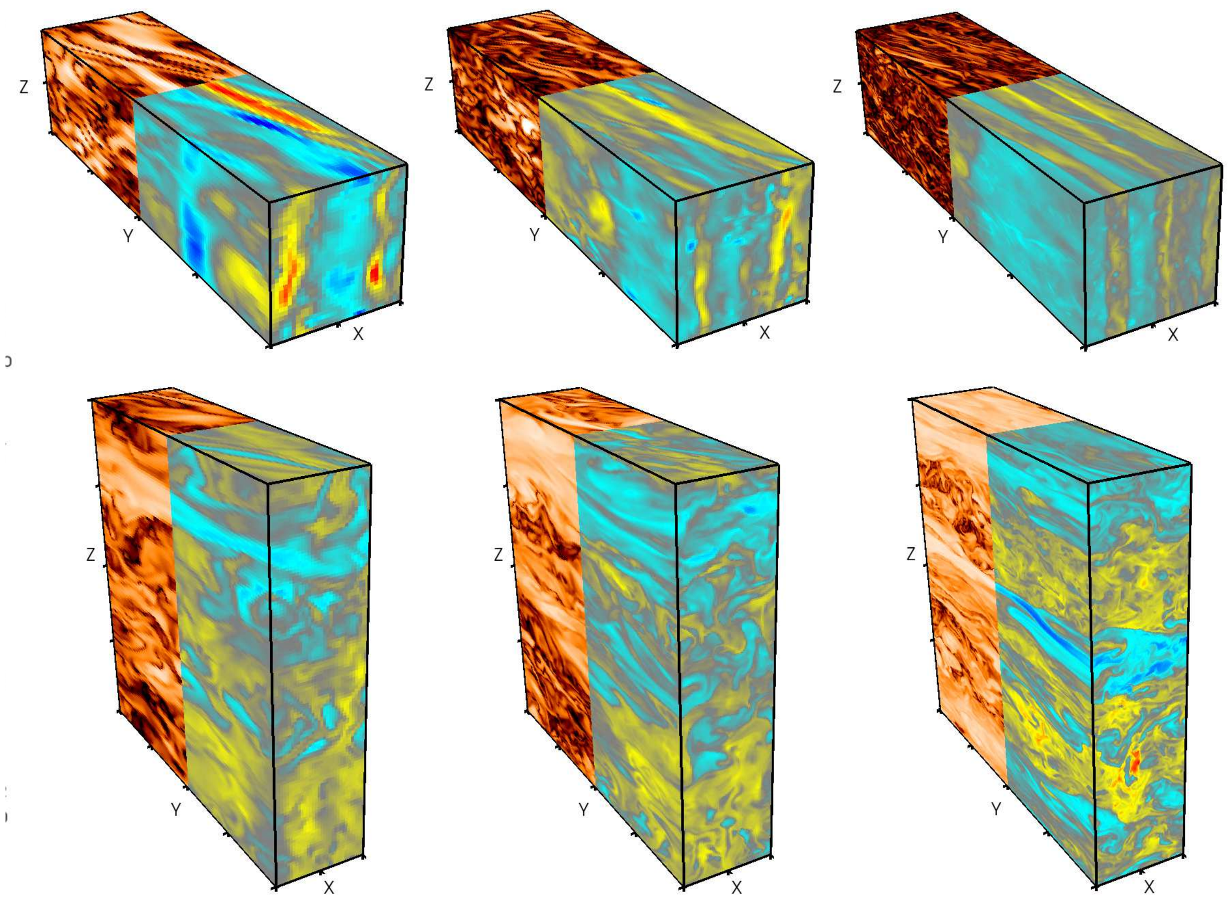
③ローカル
（自励ダイナモ ×）
- 正味の磁束 ・・収束
- 正味0磁束・・収束しない

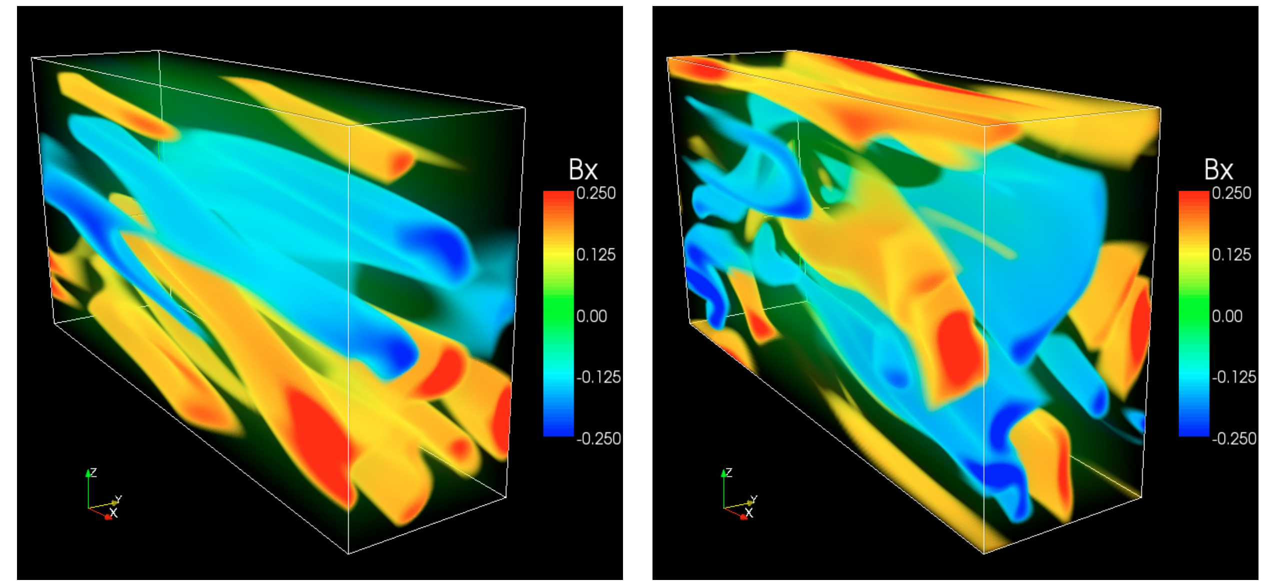
→ Shi+15
(昨年12月のastroph)

③ローカル
（単純に箱高⬆ → 自励ダイナモ ◯）
- 正味の磁束 ・・収束
- 正味0磁束・・収束

磁気回転不安定性研究の現状③MRI乱流は解像度に依らない

Shi+15: 箱の高さが正味の磁束生成の鍵





Lesur & Ogilvie 08

→ MRIによるダイナモ効果（正味の磁束生成）

local計算の箱の高さを通常の4倍以上にすると, 初期に正味の磁束がゼロでも何らかのダイナモが励起され正味の磁束が生成される

＊どんな状況から始めても<u>正味の磁束が生成される</u>. MRI乱流の強度は解像度には依らない (ただし生成された正味の磁束の強度には依る)

$$\alpha\text{粘性} \propto M_{r\phi} \propto \Delta^{\alpha} \langle B \rangle^2 \quad \rightarrow \quad M_{r\phi} \propto \langle B \rangle^2$$

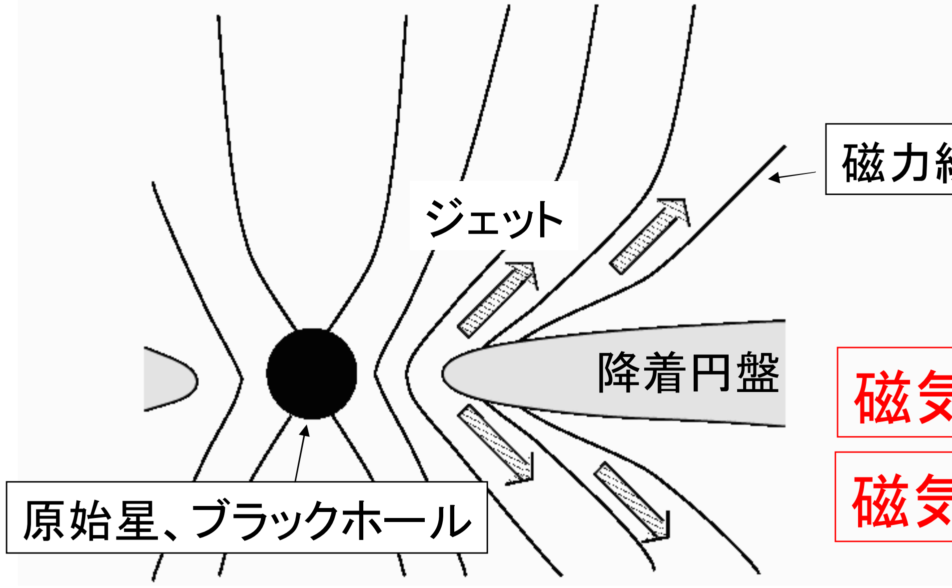
→ 正味の磁束が``物理的に”何で決まるか？？という研究
(つまりダイナモ問題)に舞台が移行. あとはダイナモ次第.

降着円盤研究でやるべきこと - ジェットの形成まで無矛盾に繋げること -

✳一昔前の降着円盤＋ジェット研究：素のMHDシミュレーション

宇宙ジェットの磁気流体モデル

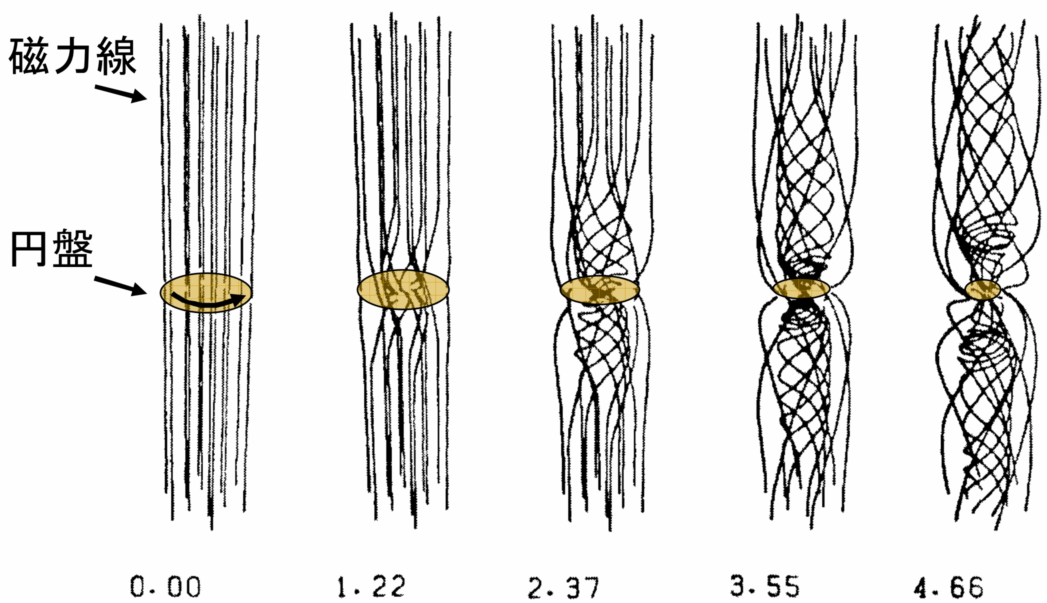
磁場と回転によってアウトフローを加速するモデル



磁気遠心力

磁気圧

Blandford, Lovelace, Uchida-Shibata, Pudritz-Norman,Shu,,,



降着円盤が磁力線をねじることにより
ヘリカル磁場
生成

磁気力で加速

磁気張力でジェットを細く絞る（ピンチ）

柴田さんがスーパーフレアに軸足を移して以降, 急速に日本から素MHDジェット研究が減少

MHDジェット駆動には,
大局的磁場の存在が必要か？

高原： 活動銀河核や連星系では大局的磁場は弱い（？）からMHDジェットはできない

工藤・柴田：
1）大局的磁場は弱くても、MHDジェットはできる！
2）局所的磁場でも、MHDジェットはできる！

ローレンツ因子～10は
磁場加速説では困難？

これまでの多くの研究では、降積円盤が強い磁場を持っていて、この磁場によってジェットの加速が起こるという仮説を採用していた。降積円盤がこのような強い磁場を持っているということは理論的にはありそうもないことであるが、他の加速機構も多くの困難を抱えているため磁場による加速という仮説が一定の支持を受けてきたのである。しかし、磁場による加速でも、ローレンツ因子が１０というような加速を起こすのに成功している例は皆無に近いということは多くの人には認識されていないのではなかろうか。数値シミュレーションできれいな絵をみせられると何となく納得してしまうという悪い例の一つであろう。近年の観測の進展によって相対論的ジェット中の磁場はかなり弱いことが判明し、磁場仮説は観測的にも問題を抱えることになってきた。またジェットの組成も電子陽子プラズマよりは電子陽電子対が主成分であることも強く示唆されている。

観測事実：AGN jet 中の粒子エネルギー＞＞磁気エネルギー

- 解決策
- 1） 磁気チューブの断面積が急激に広がっている (Kudoh et al. 1998)
- 2） 磁気リコネクションにより、磁気エネルギー＝＞粒子エネルギー(Blandford 2000)

降着円盤研究でやるべきことは？

✴この辺りの問題はどうなったのか？ ~いわゆる柴田-高原論争~

✴ 「輻射無しのMHD」で何が理解できて, 何が理解できないのか？

MHDジェット駆動には,
大局的磁場の存在が必要か？

→ダイナモ問題

高原： 活動銀河核や連星系では大局的磁場は弱い（？）からMHDジェットはできない

工藤・柴田：
1）大局的磁場は弱くても、MHDジェットはできる！
2）局所的磁場でも、MHDジェットはできる！

ローレンツ因子～10は
磁場加速説では困難？

これまでの多くの研究では、降積円盤が強い磁場を持っていて、この磁場によってジェットの加速が起こるという仮説を採用していた。降積円盤がこのような強い磁場を持っているということは理論的にはありそうもないことであるが、他の加速機構も多くの困難を抱えているため磁場による加速という仮説が一定の支持を受けてきたのである。<u>しかし、磁場による加速でも、ローレンツ因子が１０というような加速を起こすのに成功している例は皆無に近いということは多くの人には認識されていないのではなかろうか。数値シミュレーションできれいな絵をみせられると何となく納得してしまうという悪い例の一つであろう。</u>近年の観測の進展によって相対論的ジェット中の磁場はかなり弱いことが判明し、磁場仮説は観測的にも問題を抱えることになってきた。またジェットの組成も電子陽子プラズマよりは電子陽電子対が主成分であることも強く示唆されている。

観測事実：AGN jet 中の粒子エネルギー＞＞磁気エネルギー

- 解決策
- 1） 磁気チューブの断面積が急激に広がっている (Kudoh et al. 1998)
- 2） 磁気リコネクションにより、磁気エネルギー＝＞粒子エネルギー(Blandford 2000)

→円盤+ジェット系の超長時間進化

「円盤＋ジェット系の超長時間発展→ジェット加速」を調べる研究が必要

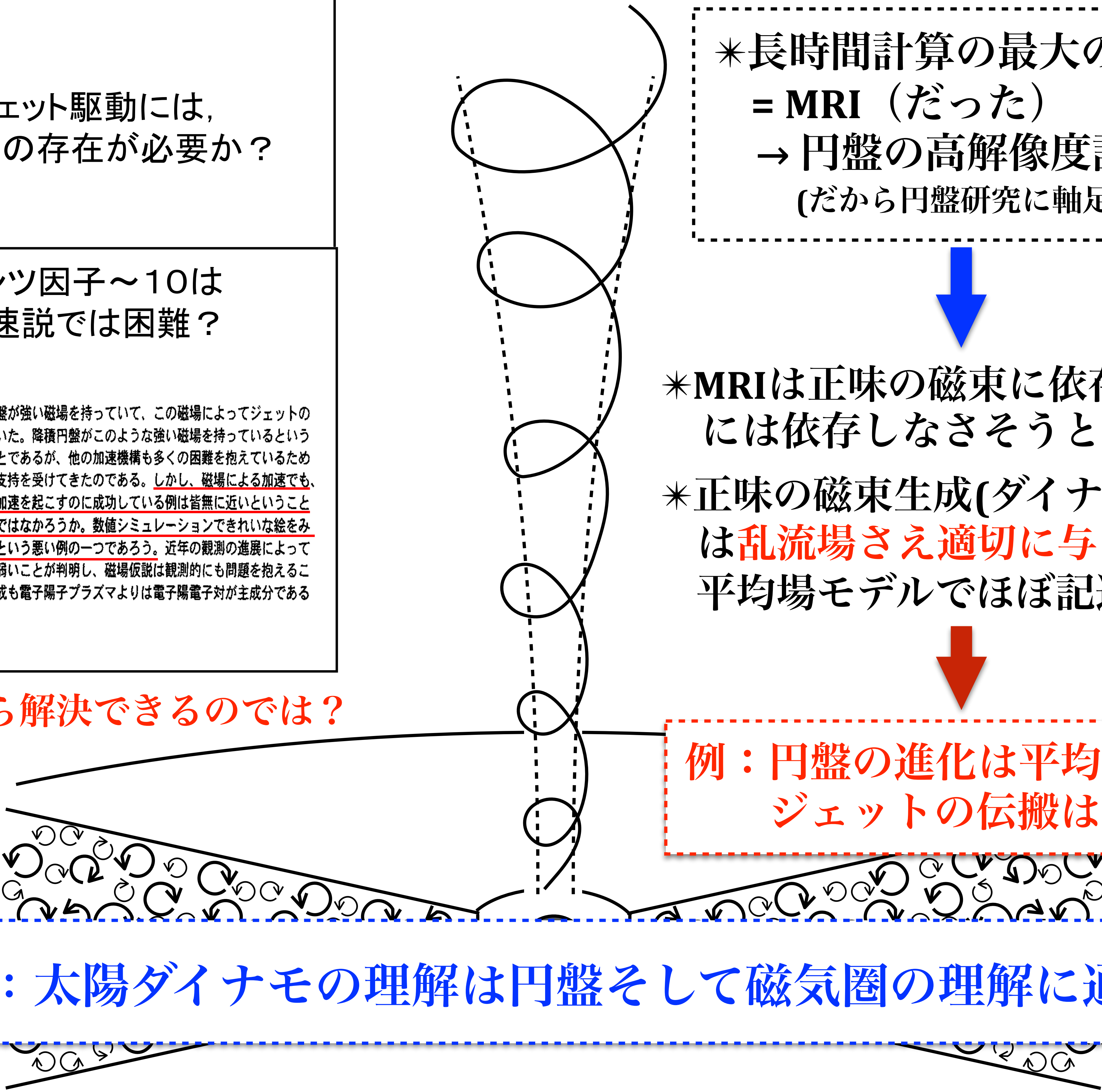
私の回答 - 円盤進化をジェットの形成に無矛盾に繋げること -

MHDジェット駆動には,
大局的磁場の存在が必要か？

ローレンツ因子～10は
磁場加速説では困難？

これまでの多くの研究では、降積円盤が強い磁場を持っていて、この磁場によってジェットの加速が起こるという仮説を採用していた。降積円盤がこのような強い磁場を持っているということは理論的にはありそうもないことであるが、他の加速機構も多くの困難を抱えているため磁場による加速という仮説が一定の支持を受けてきたのである。しかし、磁場による加速でも、ローレンツ因子が１０というような加速を起こすのに成功している例は皆無に近いということは多くの人には認識されていないのではなかろうか。数値シミュレーションできれいな絵をみせられると何となく納得してしまうという悪い例の一つであろう。近年の観測の進展によって相対論的ジェット中の磁場はかなり弱いことが判明し、磁場仮説は観測的にも問題を抱えることになってきた。またジェットの組成も電子陽子プラズマよりは電子陽電子対が主成分であることも強く示唆されている。

どっちも今なら解決できるのでは？



＊長時間計算の最大のネック
= MRI（だった）
→ 円盤の高解像度計算
(だから円盤研究に軸足が移った面も)

＊MRIは正味の磁束に依存し, 解像度には依存しなさそうという段階

＊正味の磁束生成(ダイナモ)に関しては乱流場さえ適切に与えれば,
平均場モデルでほぼ記述できそう.

例：円盤の進化は平均場モデルで
ジェットの伝搬はMHDで

まとめ：太陽ダイナモの理解は円盤そして磁気圏の理解に通ずる