

干渉効果を用いたブラックホール時空の検証

名古屋大学 南部保貞

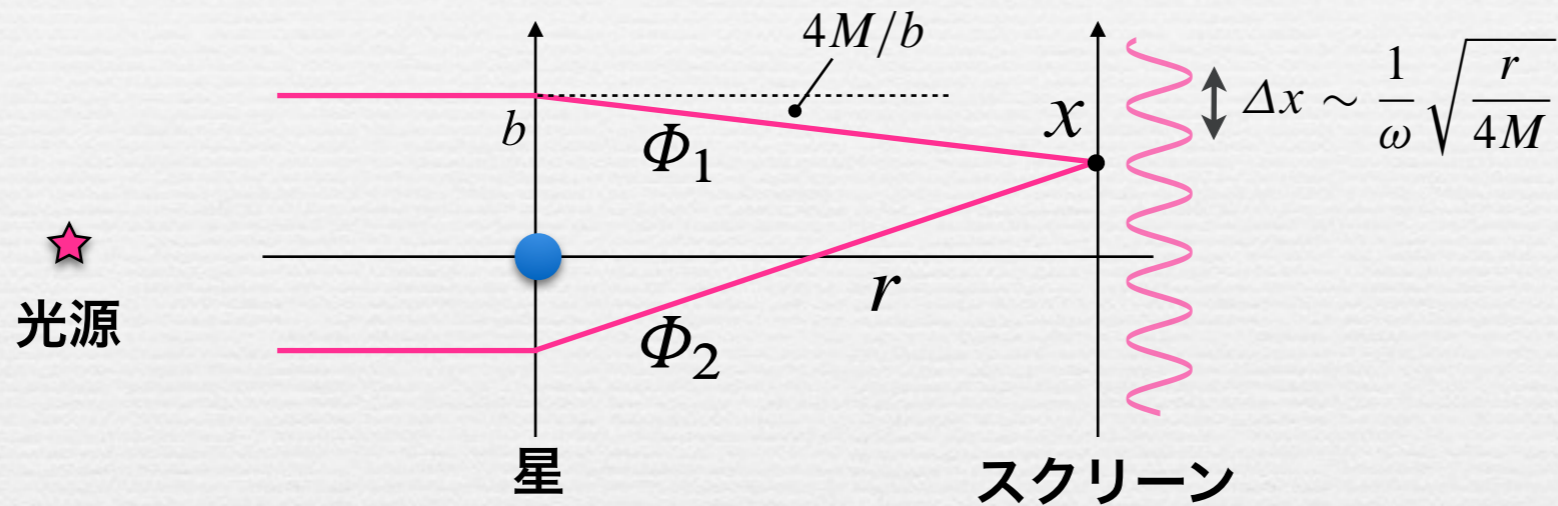
2014/11/15-16

長野ブラックホール天文教育研究会@戸隠（二澤旅館）

Wave Effect in Gravitational Lensing

干渉効果を用いて重力源の構造を探る

■ Weak lensing (weak gravitational field)



Φ_1, Φ_2 の干渉により干渉縞が作られる

光路長の差

$$\Delta \ell = x \sqrt{\frac{4M}{r}}$$

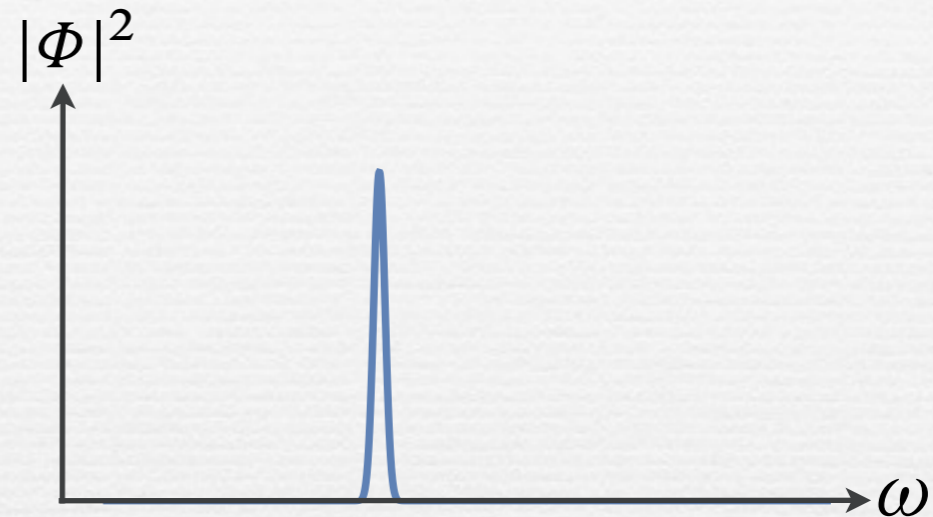
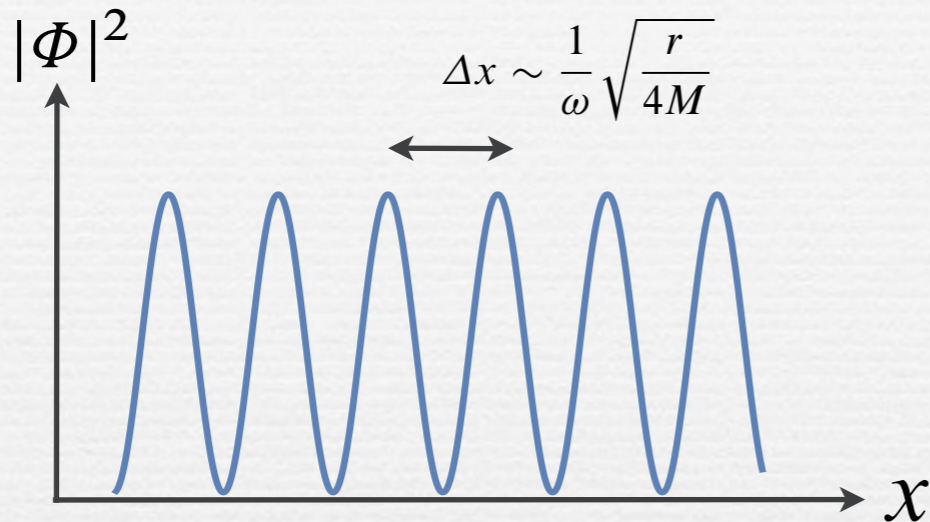
スクリーン上での強度

$$|\Phi|^2 = |\Phi_1 + \Phi_2|^2 \propto 1 + \cos \left(\omega \sqrt{\frac{4M}{r}} x \right)$$

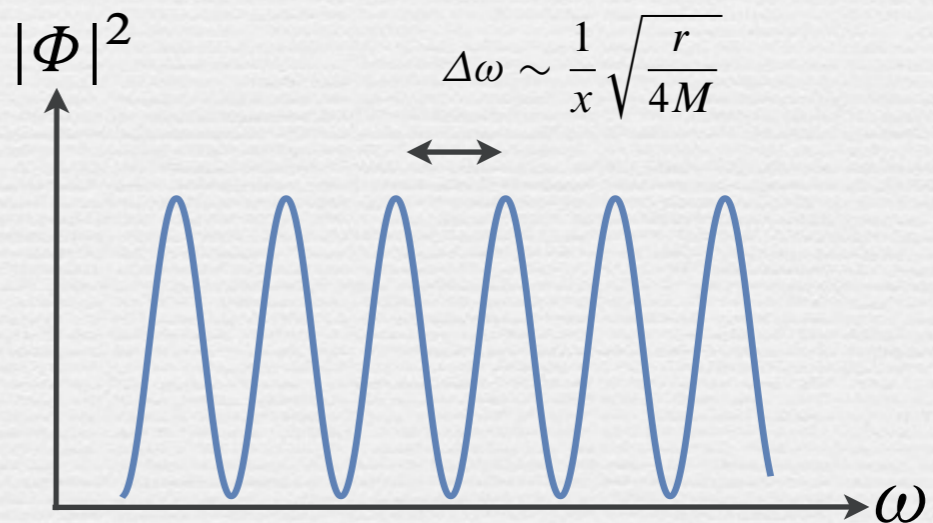
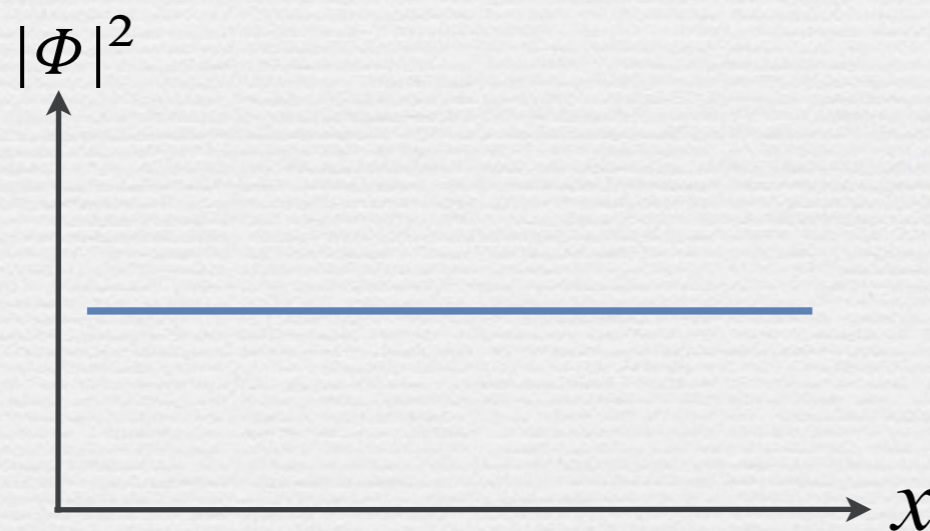
スクリーン上での強度

$$|\Phi|^2 = |\Phi_1 + \Phi_2|^2 \propto 1 + \cos\left(\omega \sqrt{\frac{4M}{r}} x\right)$$

単色波



周波数スペクトル幅が広い波



$$\Delta \omega \times \tau_c \sim 1$$

スペクトル幅 コヒーレンス時間

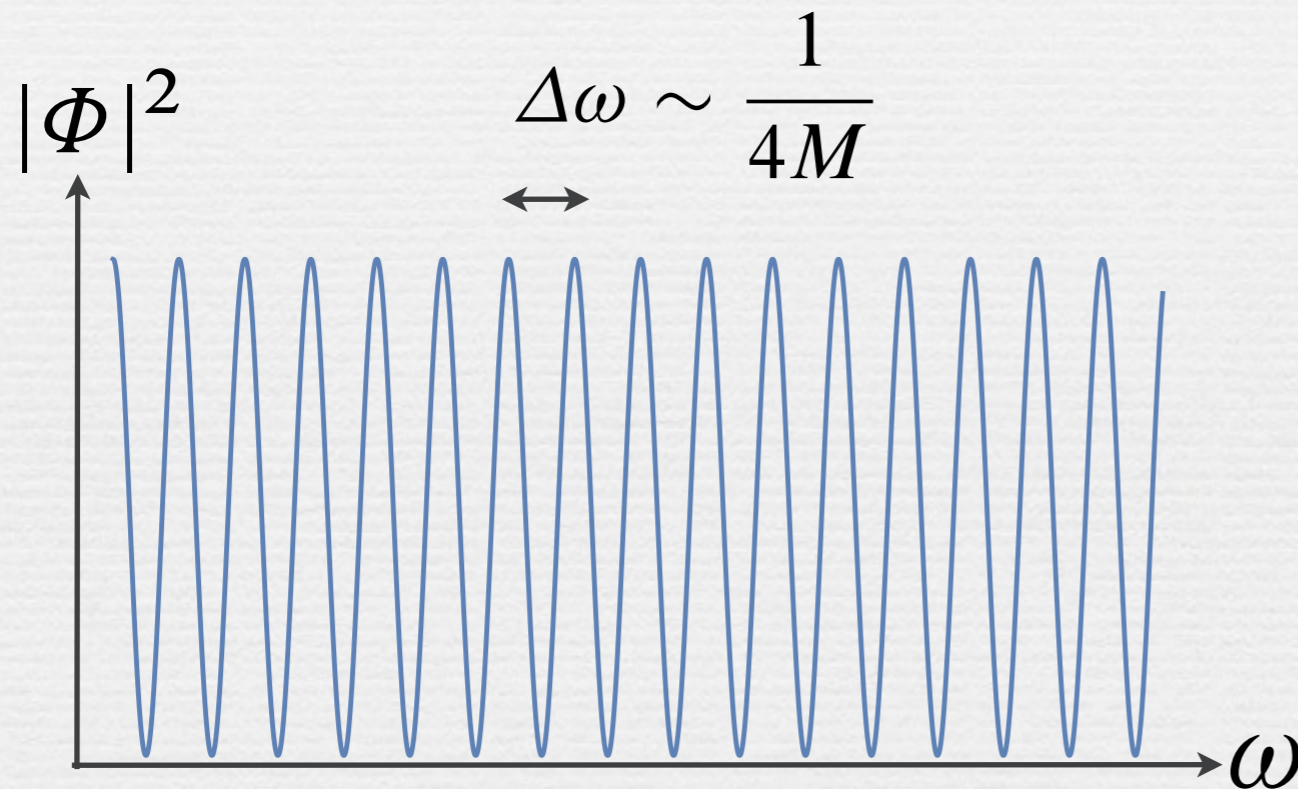
干渉効果が見えるための条件

$$\tau_c > 1, \Delta \omega < 1 \text{ あるいは } \tau_c < 1, \Delta \omega > 1$$

自然光

光源のコヒーレンス時間が短くても、周波数スペクトルには干渉効果が現れる

- point mass lens



femto-lensing of gamma ray burster

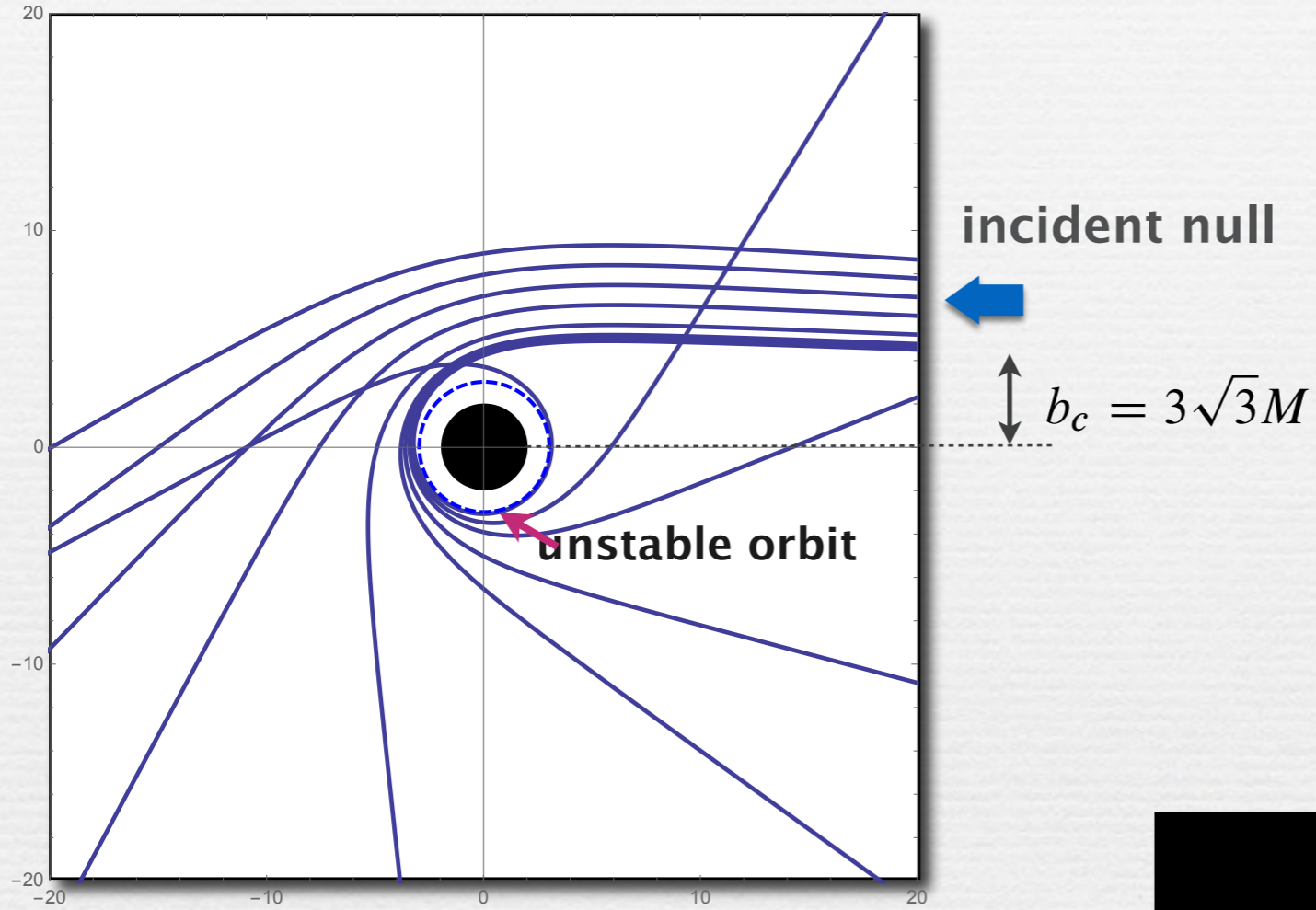
A. Gould 1992

$$M \sim 10^{-16} M_{\odot}$$

$$\theta_E \sim \text{femto-arcsec} \\ 10^{-15}$$

重力源（レンズ天体）の質量，存在比が推定できる

BH (Schwarzschild) 時空の特徴



不安定円軌道の存在

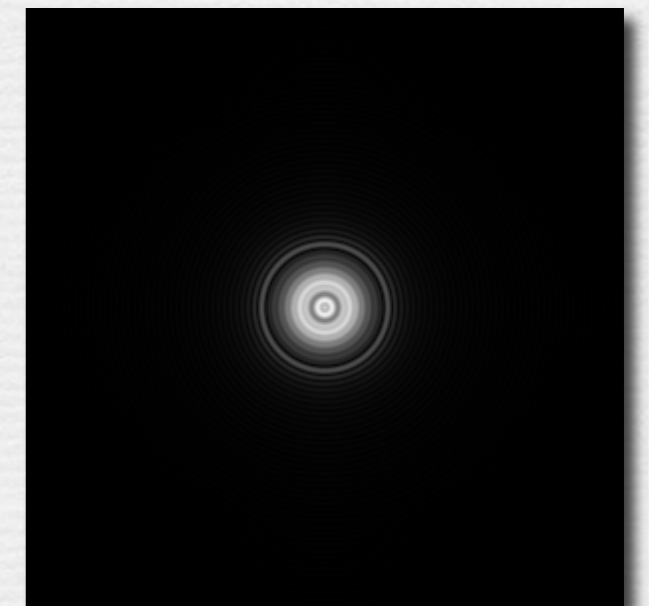


forward glory
backward glory

BH準固有振動と関係

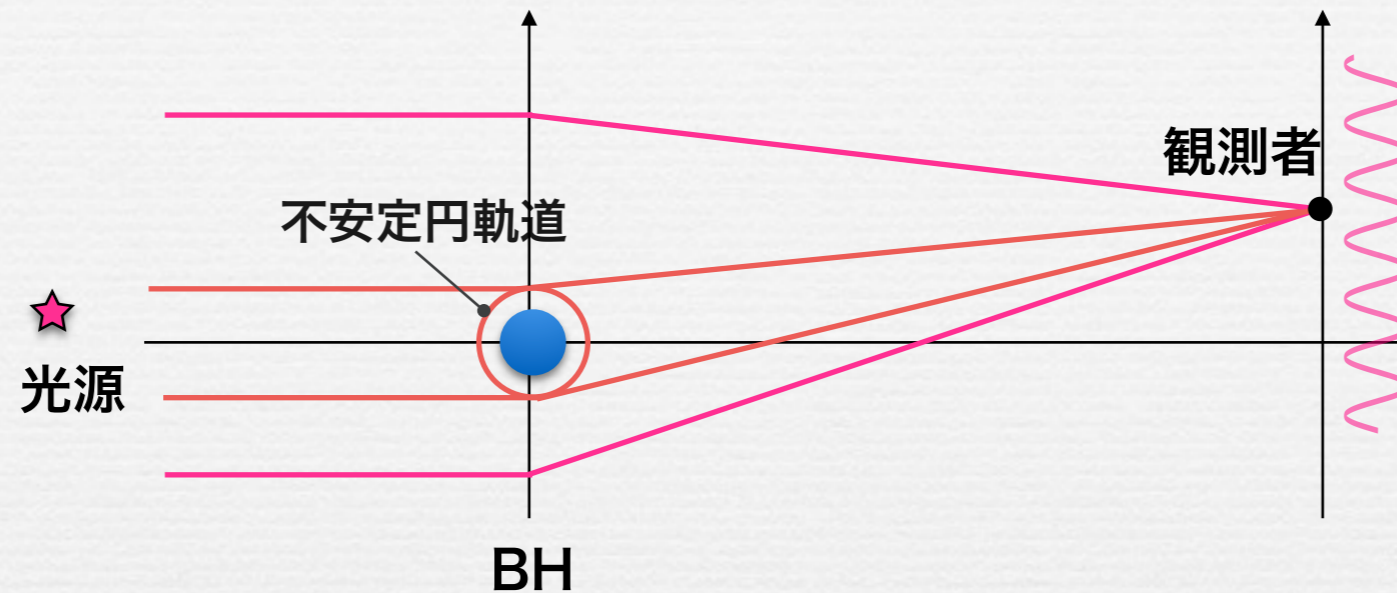


forward glory



backward glory

BH重力レンズ系における干渉効果



不安定円軌道の存在 (BH shadowに対応)

それに伴う干渉効果とパワースペクトルへの影響

パワースペクトルを用いてBH時空の直接検証が可能か？

- 波の散乱問題：解析的取り扱い
- power spectrumに現れうるBH時空の特徴

Wave Scattering Theory in BH Spacetimes

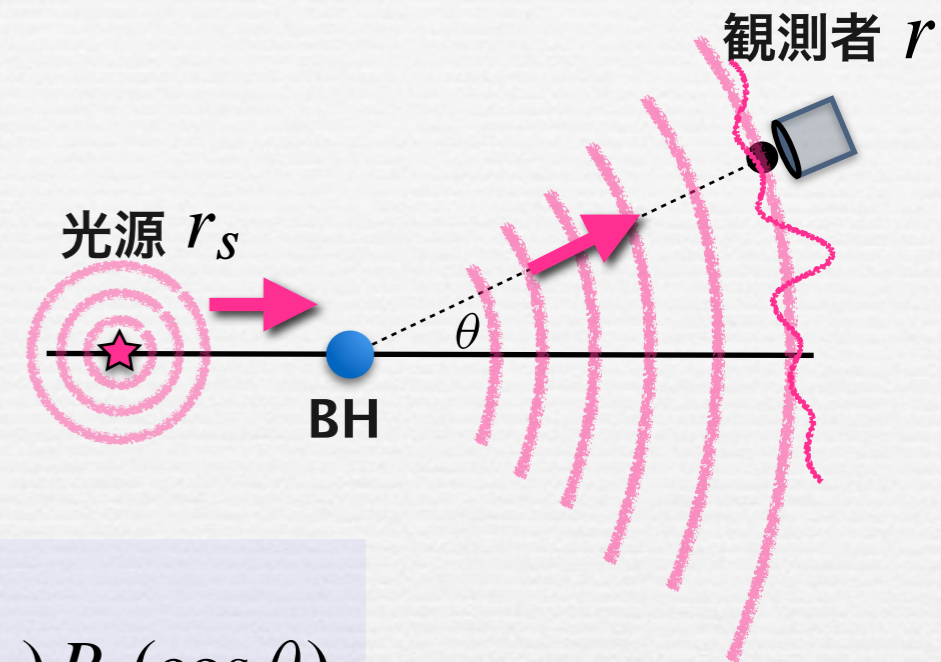
• wave scattering problem

$\square\Phi = S$ massless scalarを定常問題として解く

$$\Phi \propto e^{-i\omega t}$$

Green関数の部分波展開

$$\Phi(r, \theta) = \frac{e^{-i\omega t}}{4\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1) (-)^{\ell} R_{\ell}^{(1)}(r) R_{\ell}^{(2)}(r_s) P_{\ell}(\cos \theta)$$



BHによる散乱波は次のように求まる：

$$\Phi \approx e^{i\omega \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_s} \right)^{-1}} \left[c_1 J_0(b_E \omega \theta) + c_2 J_0(b_c \omega \theta) \right]$$

primary wave

$$\Phi_0$$

winding wave

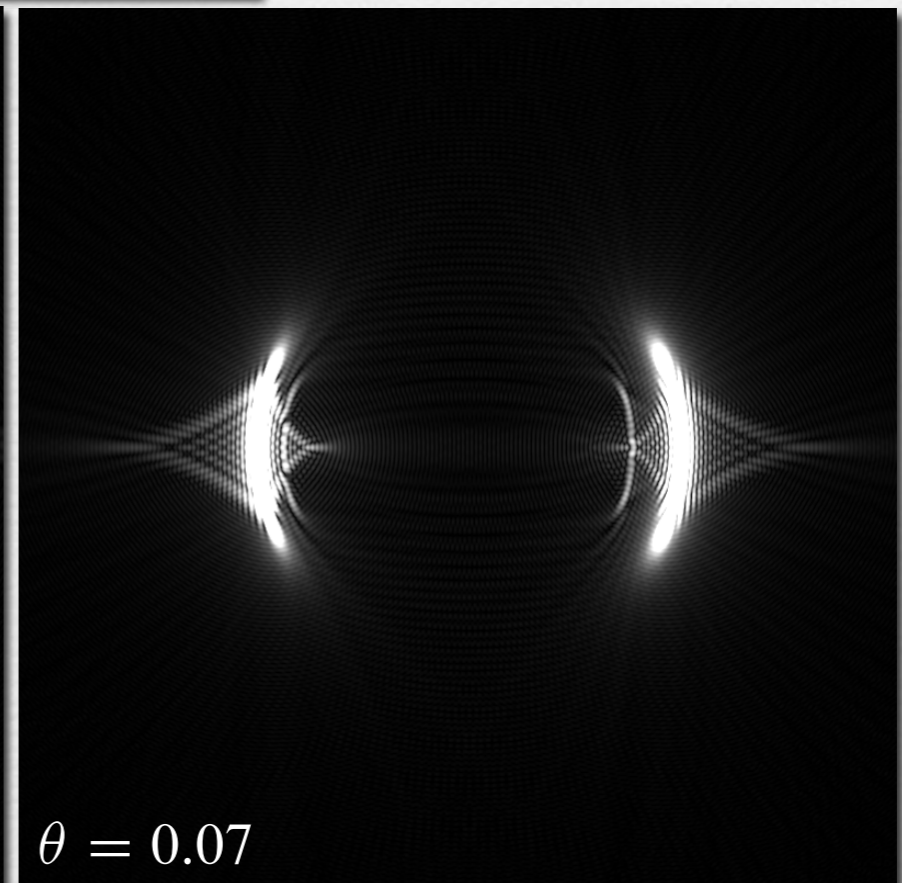
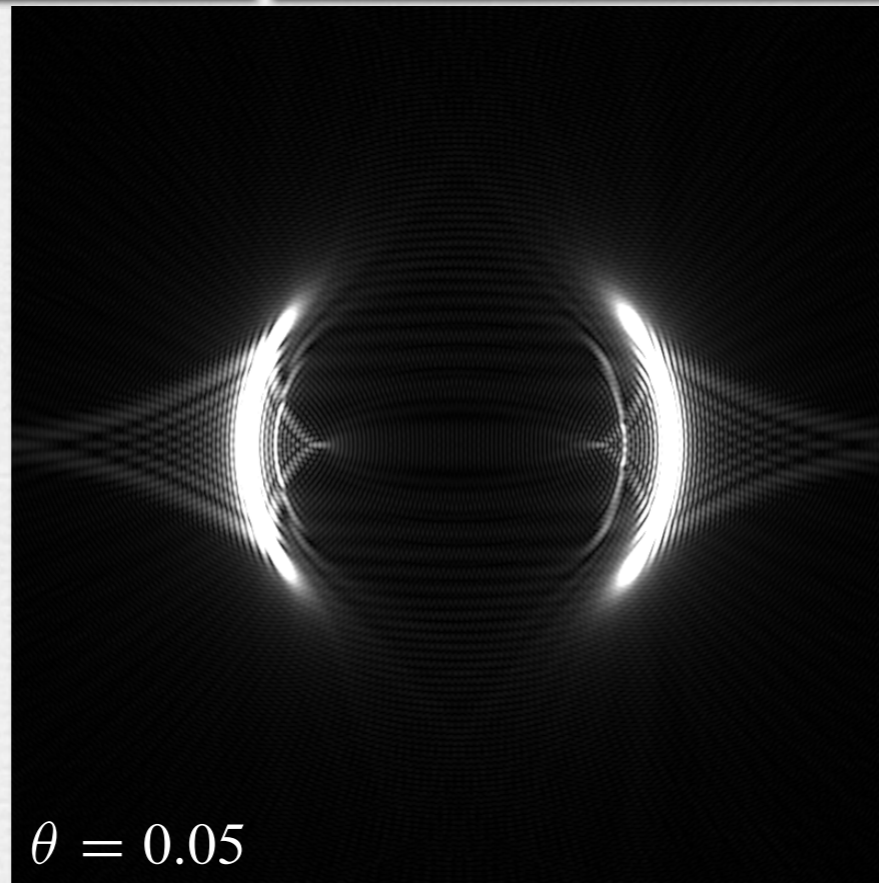
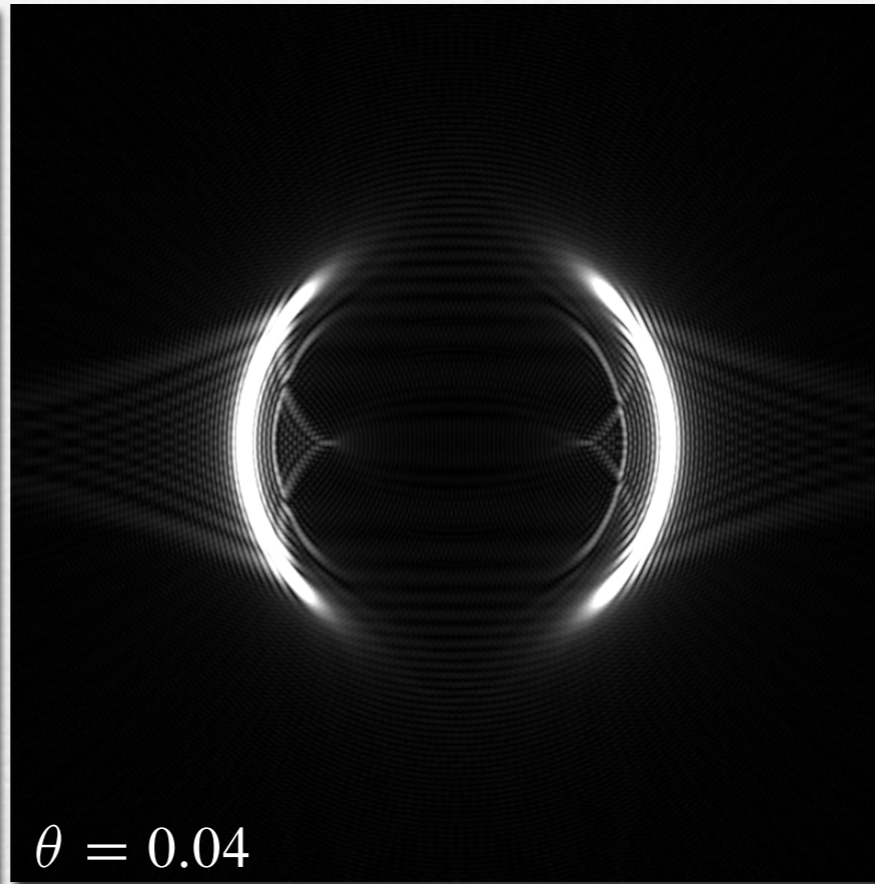
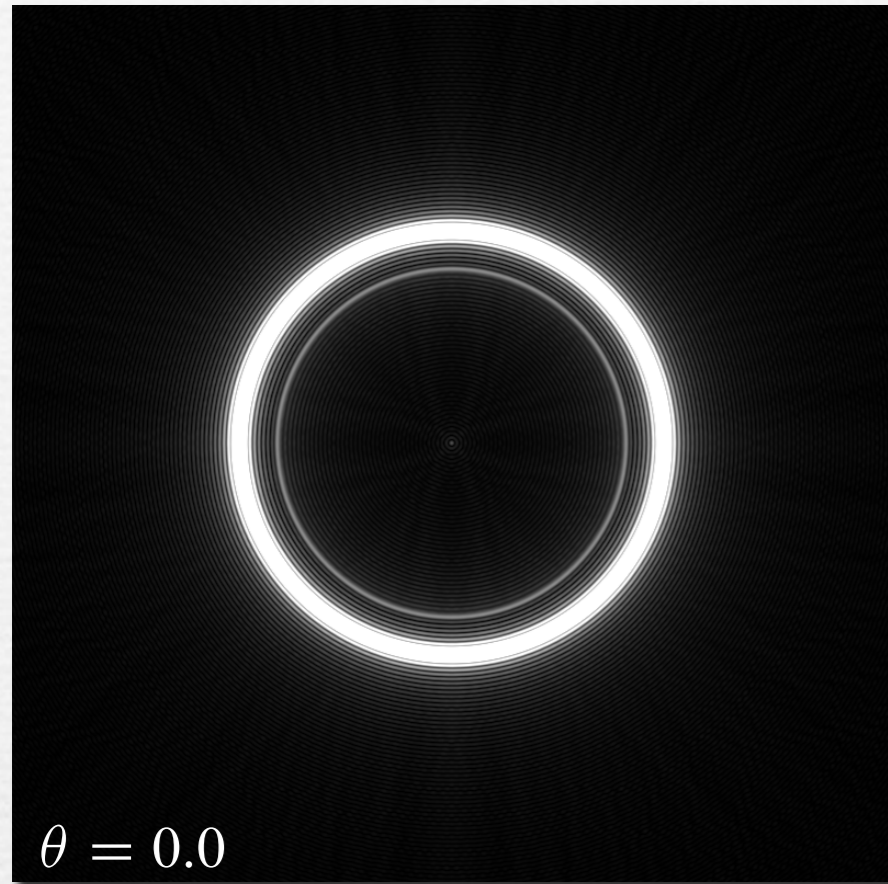
$$\Phi_1$$

$$b_E = \sqrt{4Mr_s}$$

$$b_c = 3\sqrt{3}M$$

Wave Optical Image of BH

scattering waveのFourier変換



$$M\omega = 800$$

$$r_s = 10M$$

$$\delta = 0.03 \quad \text{size of aperture}$$

Einstein ring
photon sphere

Power Spectrum (sourceはwhite noise)

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1$$

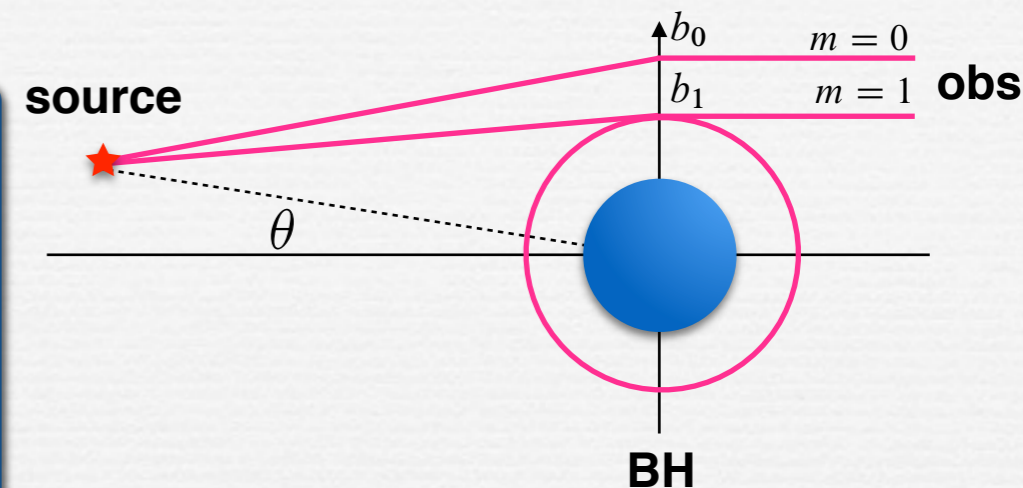
$$|\Phi|^2 = |\Phi_0|^2 + \underbrace{2\text{Re}[\Phi_0\Phi_1^*]}_{\text{interference}} + |\Phi_1|^2$$

$\sim 0.1|\Phi_0|^2$ intensity of $\sim 0.002|\Phi_0|^2$

interference between $m=0$ and $m=1$



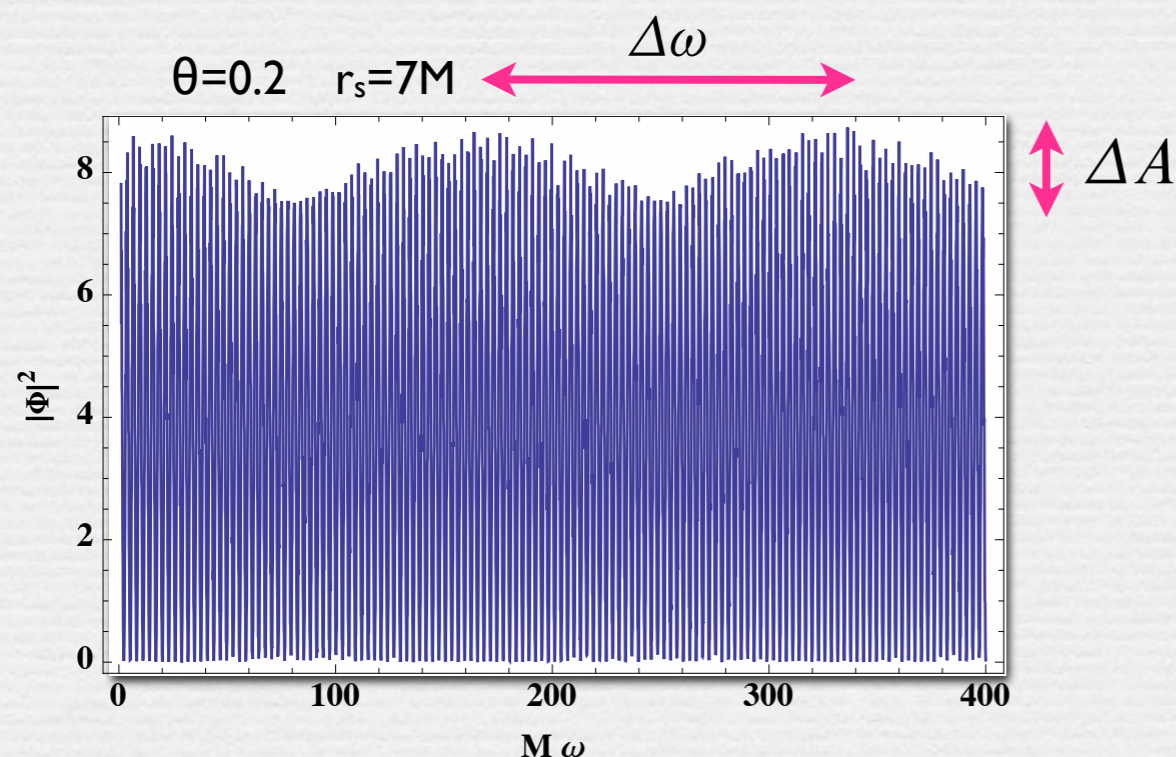
“beat” in the power



幾何光学での評価

$$|\Phi_1|^2 \sim e^{-2\pi} |\Phi_0|^2 \sim 0.0019 |\Phi_0|^2$$

$$|\Phi_1| \sim 0.04 |\Phi_0|$$



$$\frac{\Delta A}{A} \sim 0.1 \left(\frac{r_s}{7M} \right)^{-1/2} \quad \text{visibility } 0.05$$

$$\Delta\omega = \frac{\pi}{3\sqrt{3}M} \sqrt{\frac{r_s}{M}} \left(\sqrt{\frac{4}{27} \frac{r_s}{M}} - 1 \right)^{-1}$$

$$\sim \frac{1}{4M} \times 300 \quad \text{for } r_s/M = 7$$

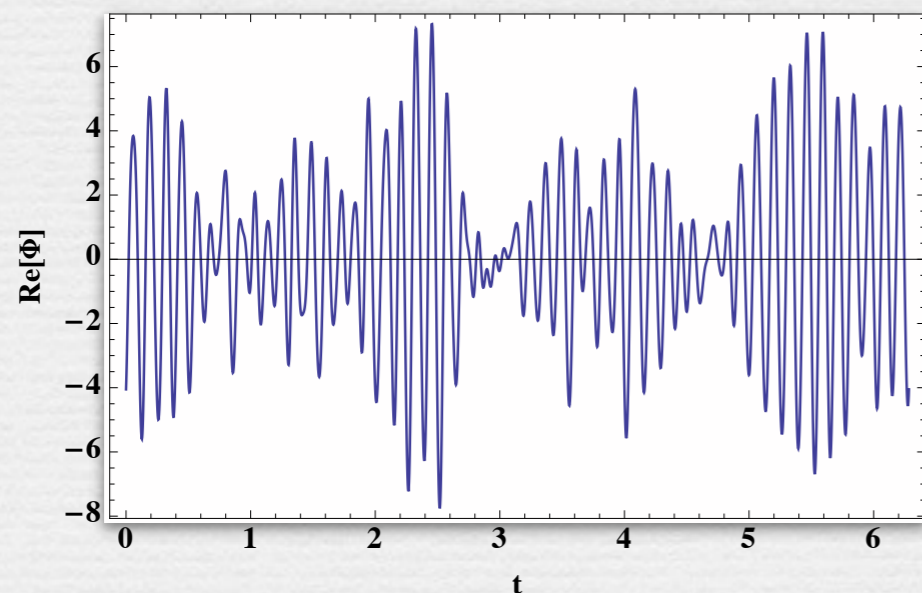
Power Spectrumに現れる「うなり」の振動数

$$r_s = 7M$$

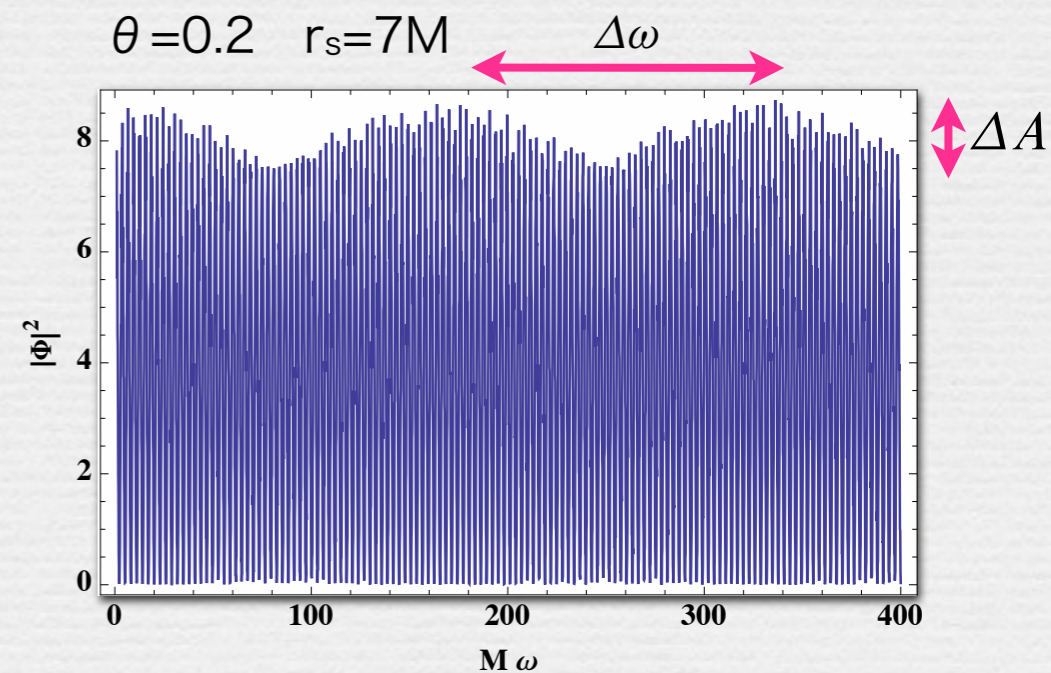
	$10^6 M_\odot$ galactic core BH	$10^3 M_\odot$ intermediate mass BH	$10 M_\odot$ stellar mass BH
$\Delta A/A$	0.1	0.1	0.1
$\Delta\omega$	70Hz	70kHz	7MHz

$$\Delta\omega \sim \frac{1}{4M} \times 300 \quad \text{for } r_s/M = 7$$

時間波形

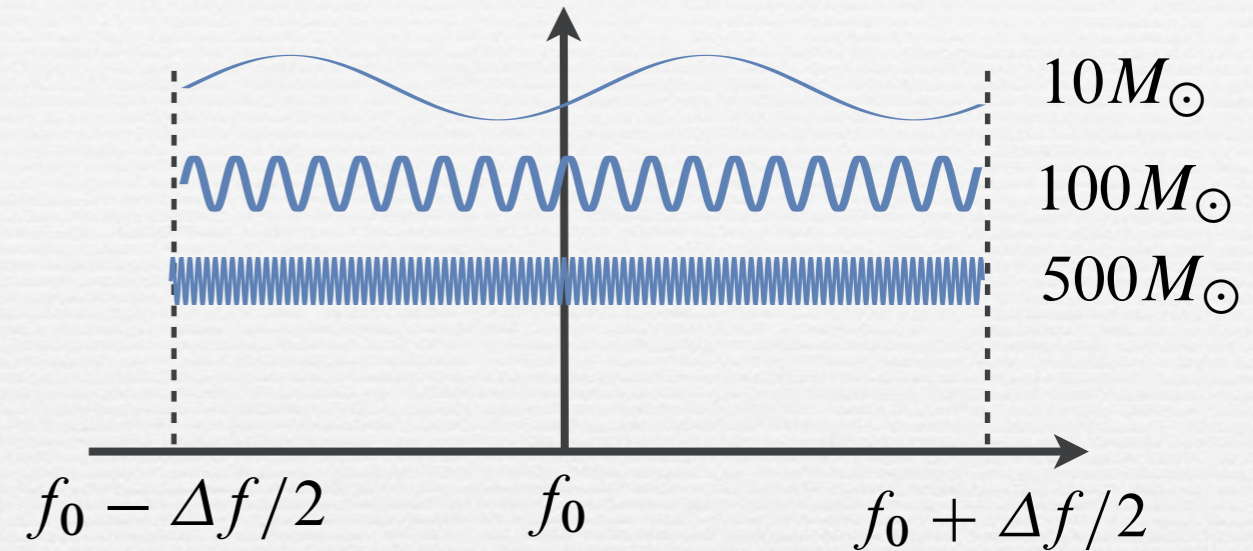


Fourier変換



測定可能性

中心周波数	$f_0 = 100\text{GHz}$
帯域幅	$\Delta f = 500\text{MHz}$
周波数分解能	100kHz



野辺山45m

参考：宇宙の観測II 電波天文学
中井・坪井・福井（編）

パワースペクトルを用いた「BH shadow」の検証

$10M_\odot \sim 1000M_\odot$ に対しては可能？

検出可能なBHの質量上限値は周波数分解能で決まる

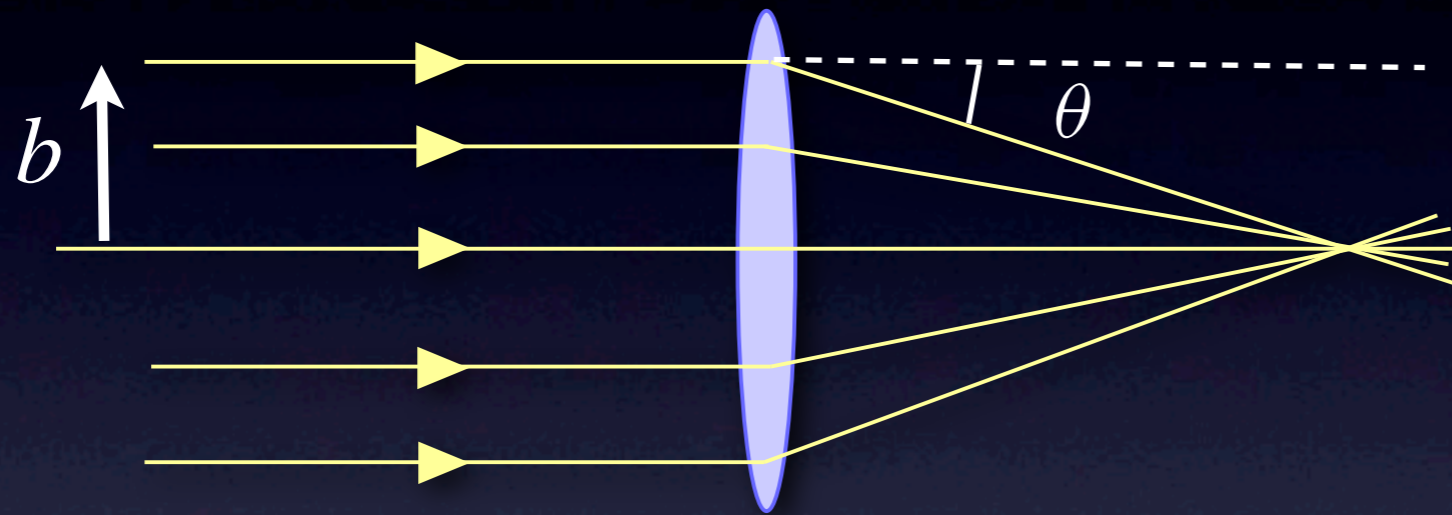
質量下限値は帯域幅で決まる

Summary

- 散乱理論を用いたBH時空での波動の振舞い
- Schwarzschild BHに対する解析的表式
 - image of BH
 - power spectrumにおけるうなり
 - unstable orbitの存在による干渉効果
 - BH時空の観測的検証？
- 現実のBH周辺環境
 - クリーンでない（プラズマの影響），観測周波数で回避可？
 - 光源の場所，運動の影響（disk）
- Kerr BHでの評価

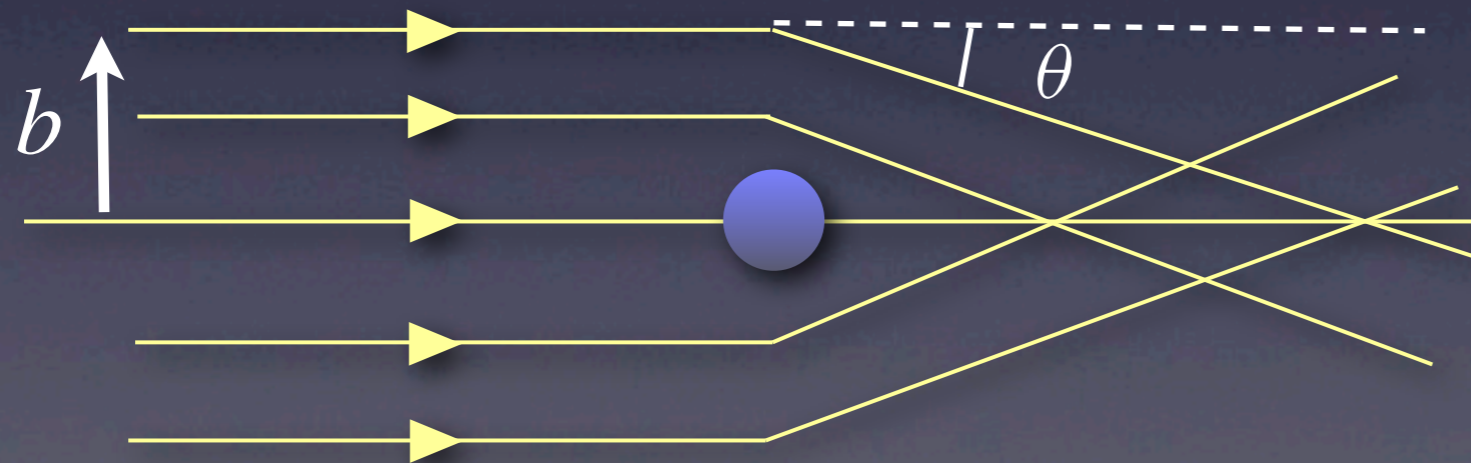
重力レンズを作る

- 等価な光学レンズ



凸レンズ

$$\theta \propto b$$

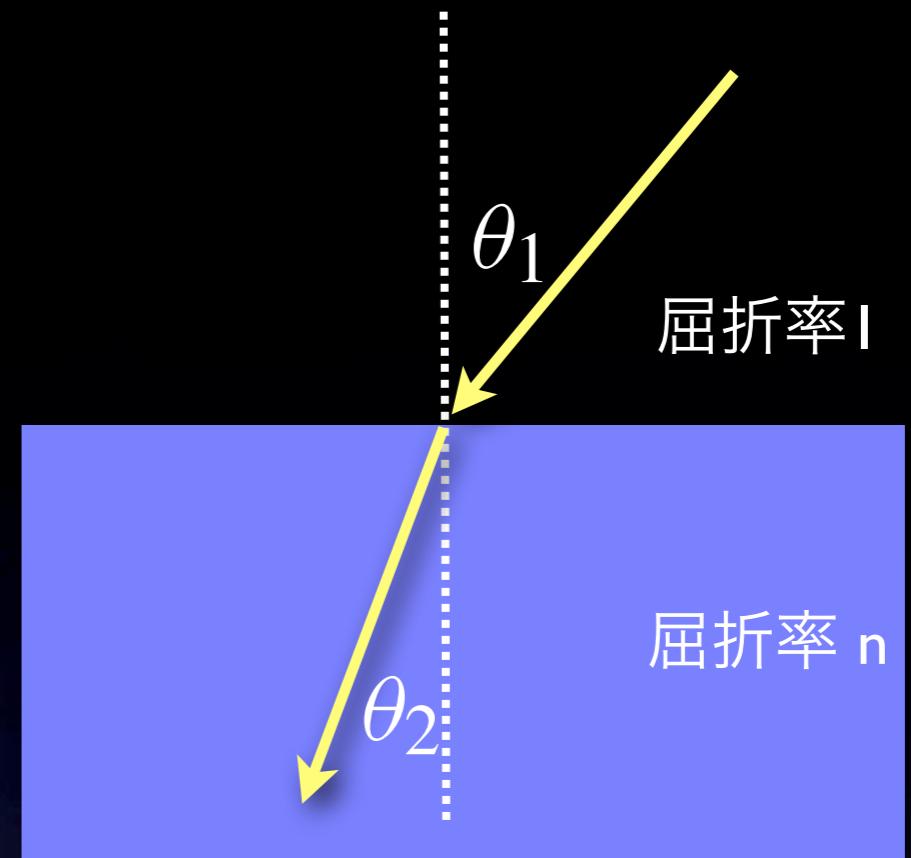


重力レンズ

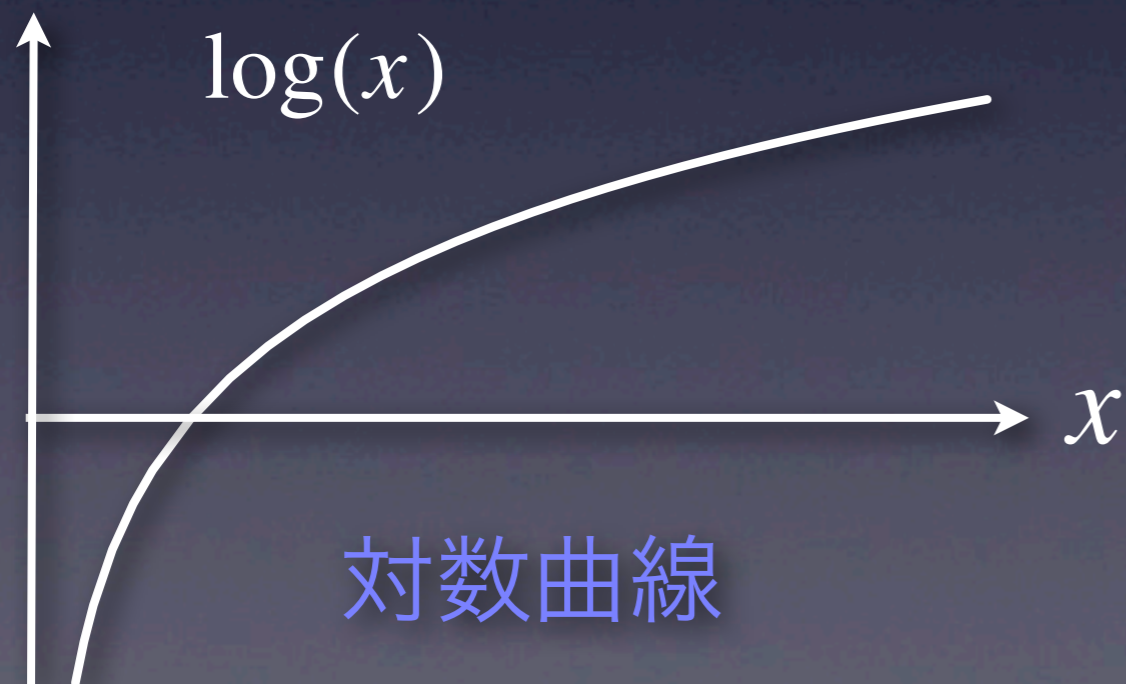
$$\theta \propto 1/b$$

- スネルの法則

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n$$

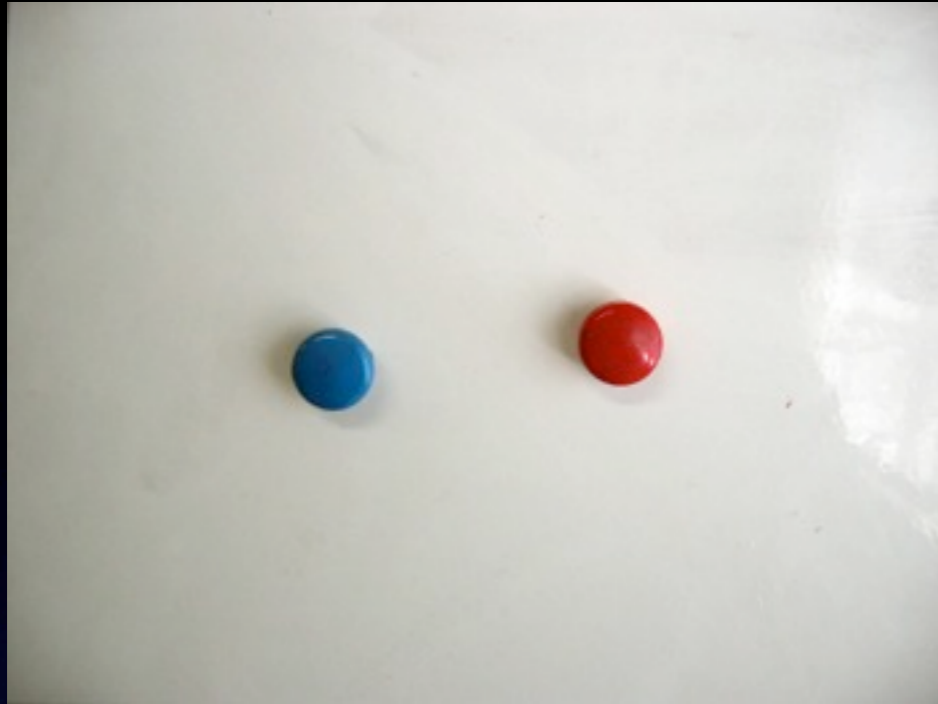


重力レンズと同じ性質を持つ光学レンズを設計する

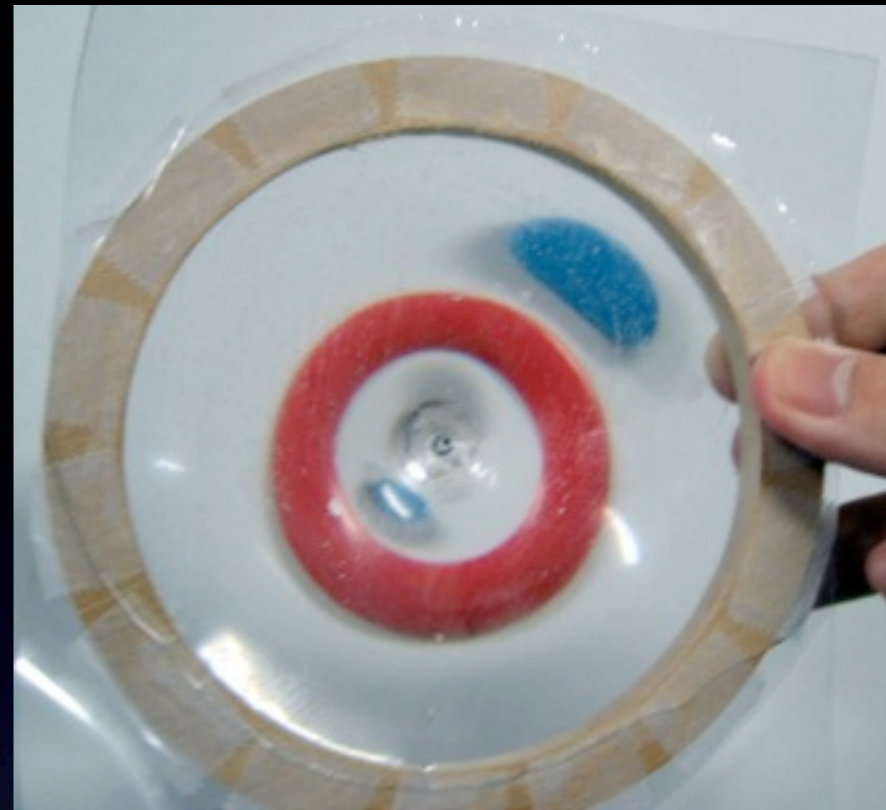


レンズの断面

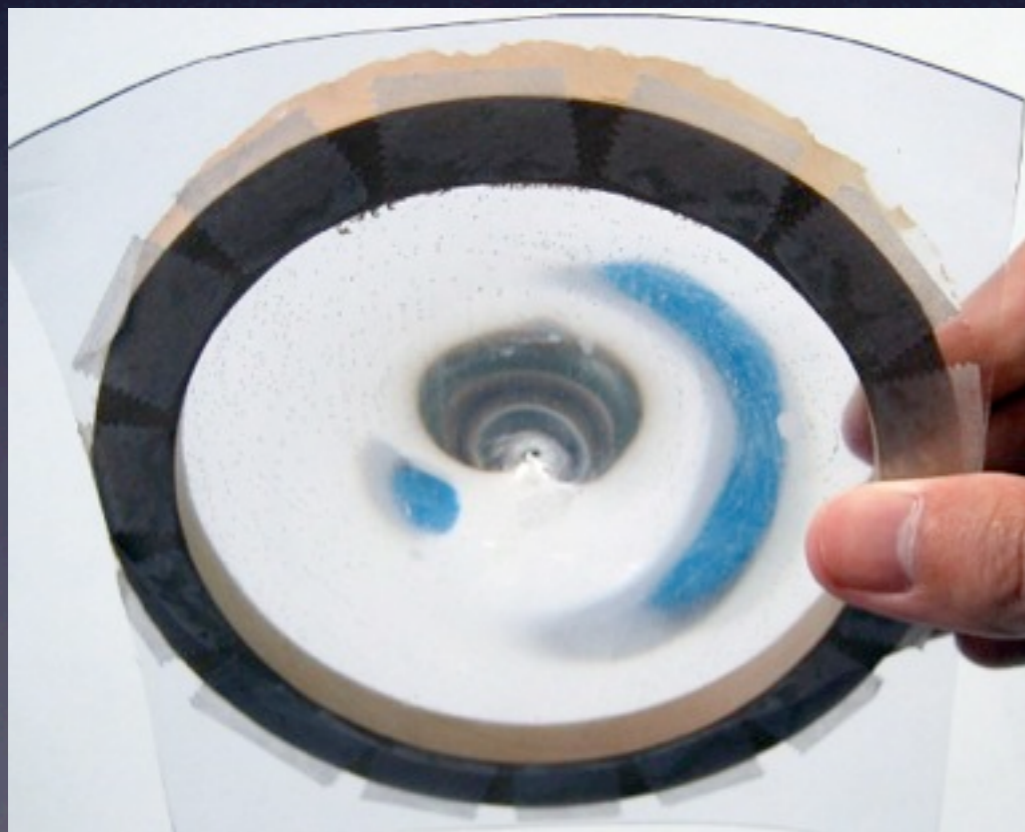




source objects



Einstein ring



arc



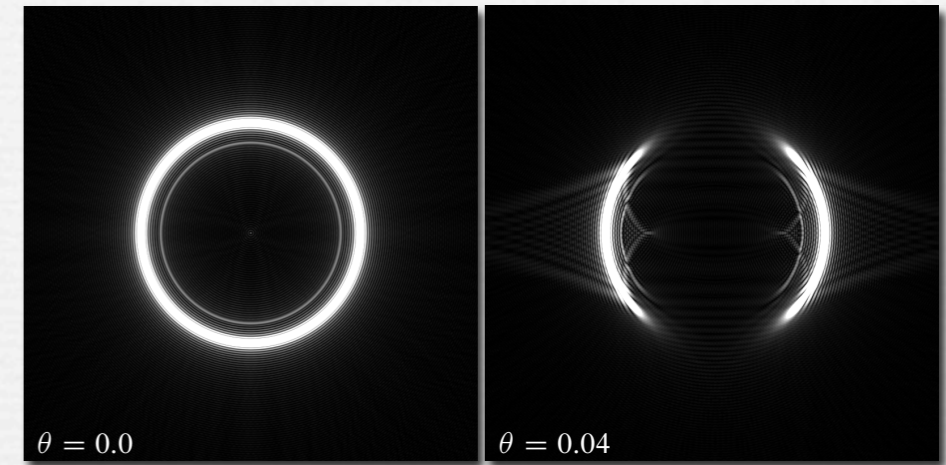
Einstein cross

BH時空の模型

- ホログラフィー（計算機ホログラフィー）

black hole時空の3次元可視化

波の情報（振幅, 位相）は求まっている



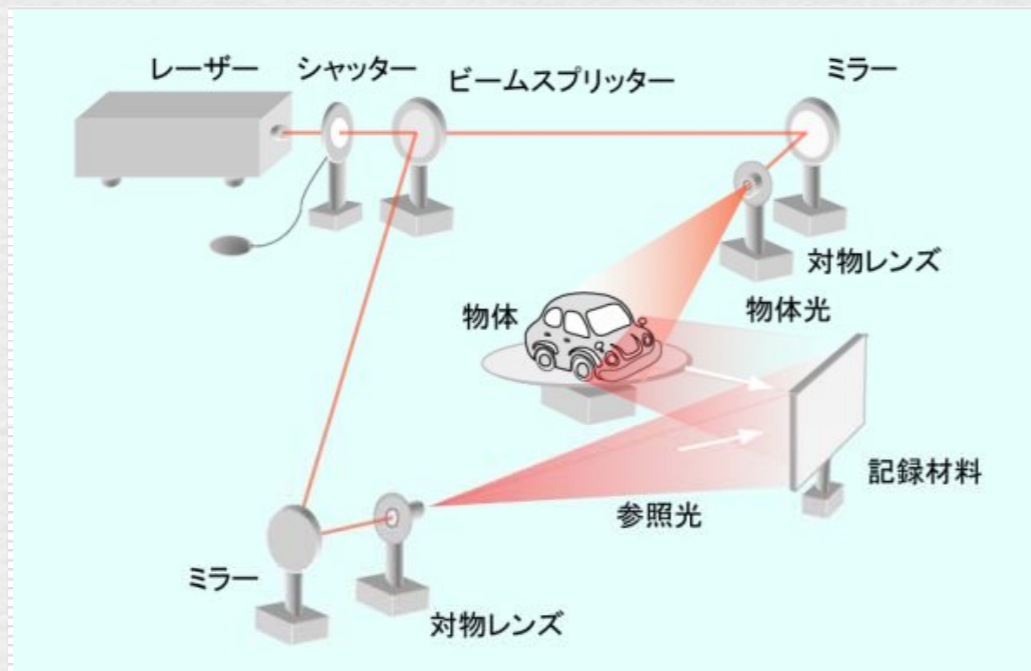
左眼

右眼

強度分布 → 立体視

BHの立体像

物体光波面の記録



物体光波面の再生

