

A 銀河系と地球の公転・自転に関する次の文章を読み、下の問い(問1~3)に答

長野ブラックホール天文教育研究会(銀中祭り)

2014.11.15-16

# ブラックホール探査に向けての

理論的取り組み

太陽系は銀河中心から約8000パーセク離れた位置にある。地球から見た

地球は太陽のまわりを公転しながら自転している。アの証拠としてフーコーの振り子の実験があげられる。北極点で振り子を振ると、地球上に立つ人が上からみて振動面はイ。

高橋真聡 (愛教大)

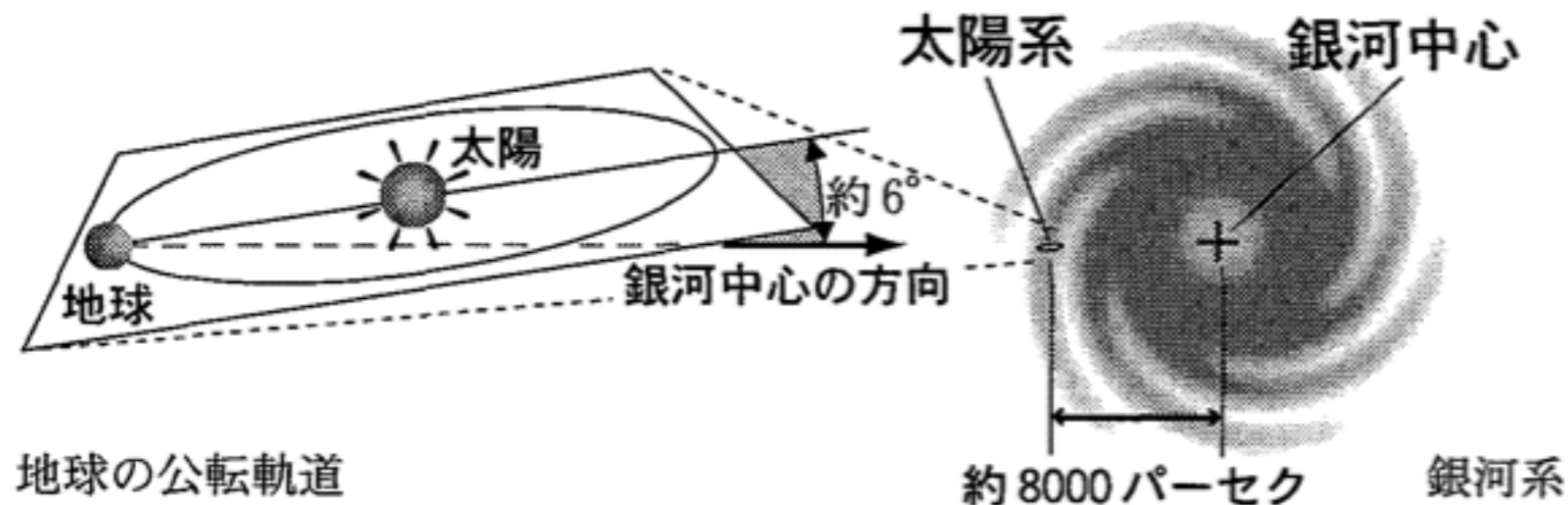


図1 銀河系における太陽系の位置と、地球の公転軌道の模式図

ブラックホール“候補”天体は数多く発見されているが、ブラックホールに固有な一般相対論的効果は未だ検出(証明)されていない。ブラックホール近傍に迫る観測はいくつか計画されているが、それらのアプローチに関わる理論的予測について整理・検討する。

(キーワード:ブラックホール影、鉄輝線、近日点移動)

理論的側面のレビュー (ブラックホールシャドウ, 等)

30分+質疑15分

一般相対論的な取り扱いによる、

# 天体ブラックホールの理論研究

1930に予言 (S.チャンドラセカール)

1967に命名 (J.ホイラー)

## \* ブラックホール時空の研究

(時空構造、重力レンズ、テスト粒子の運動、真空磁気圏)

1915~

'70~

'70~

'70~

'60~

\* 強重力場での流体力学

(ガス降着、トーラス状円盤)

1973

1976

'70~

\* + 強磁場の下でのプラズマ現象

(BZ機構、相対論的ジェット)

1977

'80~

\* ブラックホール周辺環境のモデル

(MHD降着流、降着円盤、磁気圏、ジェット形状 & 加速)

1986~

1991

2000~

'90~

\* 観測量の推定

(BH質量、スピン、ガス降着率、磁場)



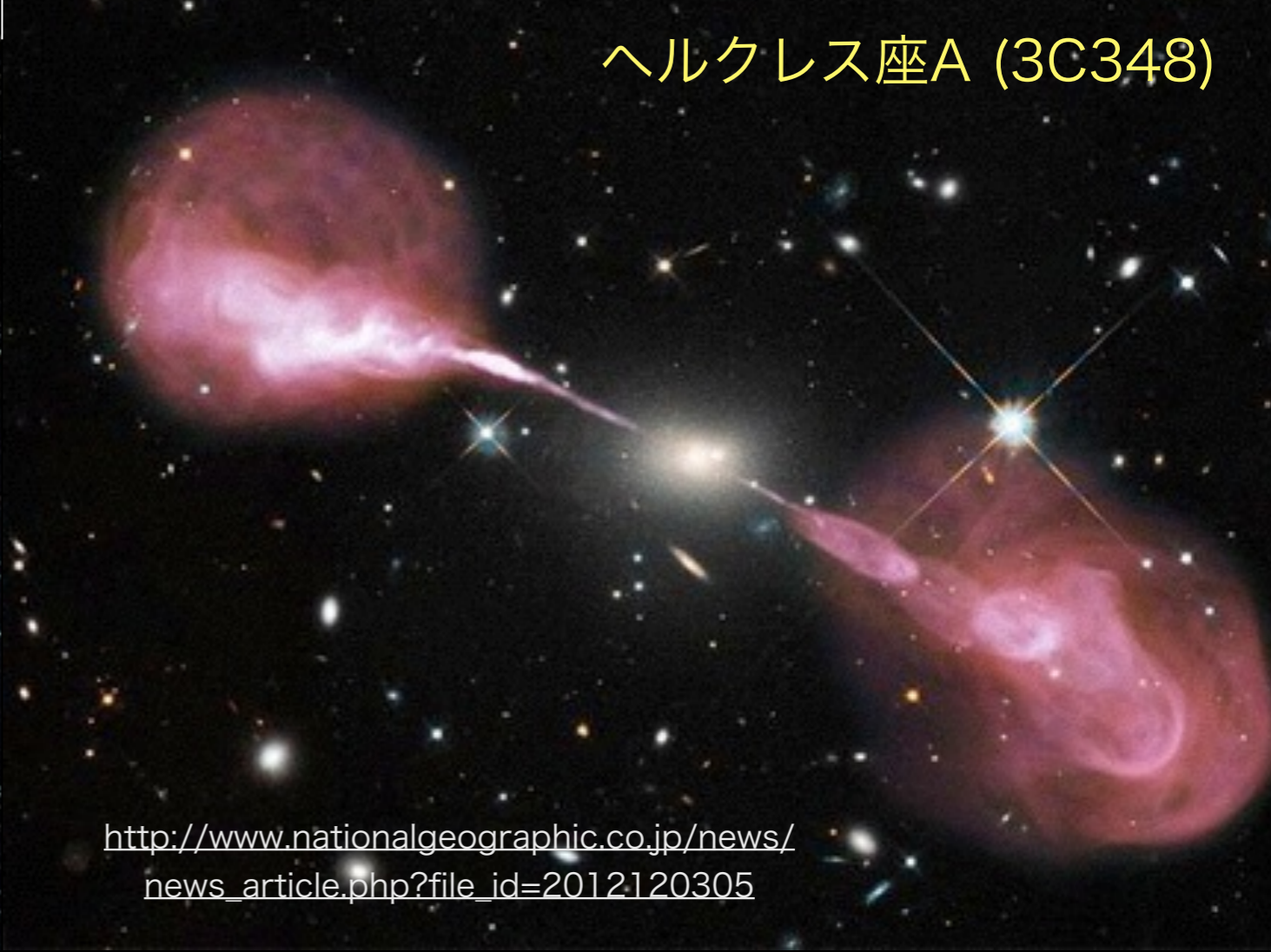
実際の天体観測との比較

ケンタウルス座A (NGC5128)



<http://www.wired.com/wiredscience/2009/01/spectacular-new/>

ヘルクレス座A (3C348)



[http://www.nationalgeographic.co.jp/news/news\\_article.php?file\\_id=2012120305](http://www.nationalgeographic.co.jp/news/news_article.php?file_id=2012120305)

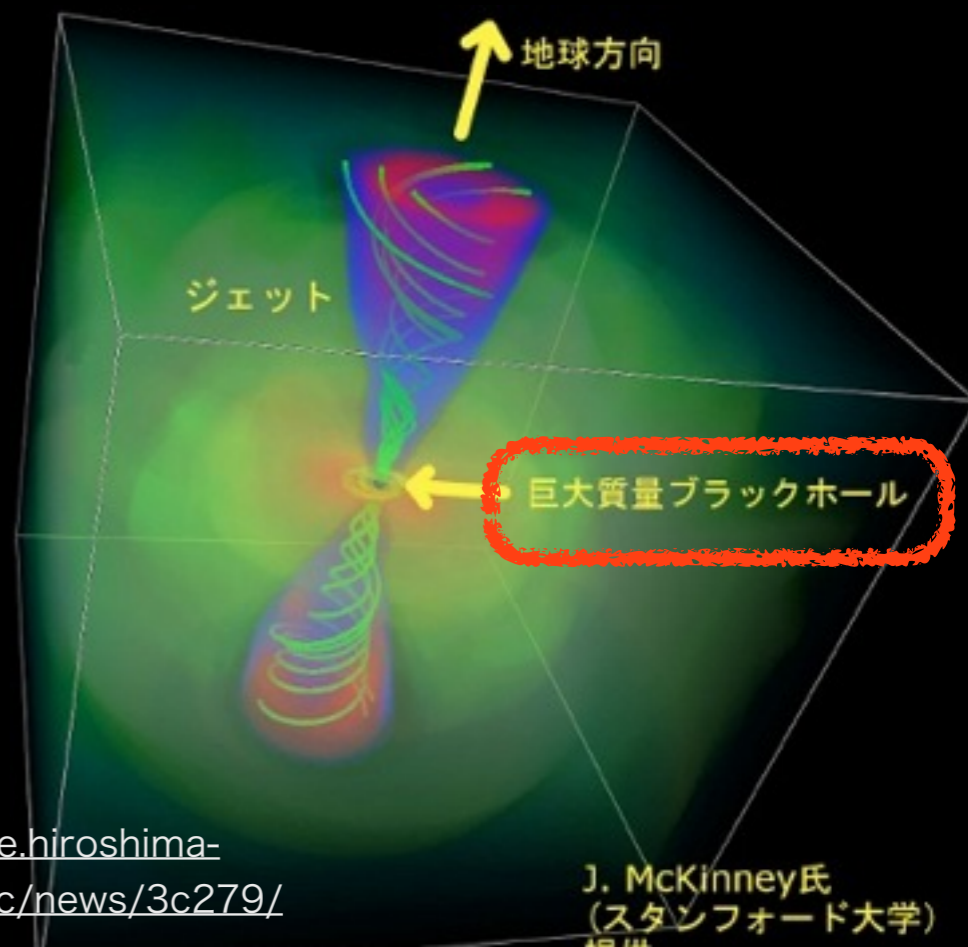


おとめ座A (M87)

<http://hubblesite.org/gallery/album/pr2000020a/>

# 宇宙ジェット

## ブラックホールが 駆動している？



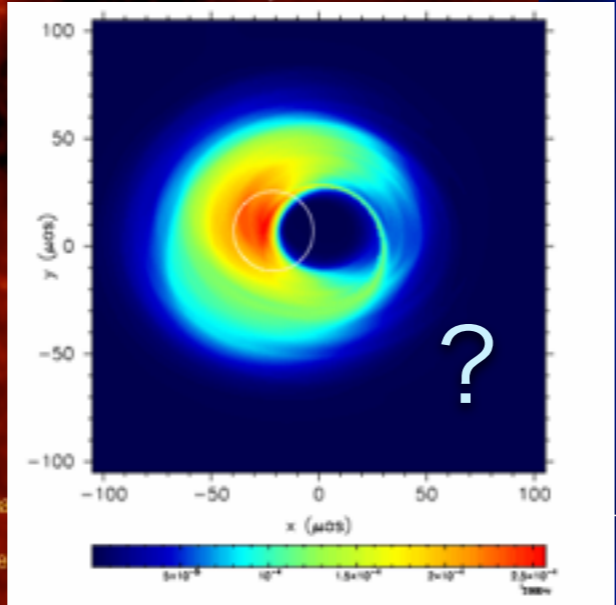
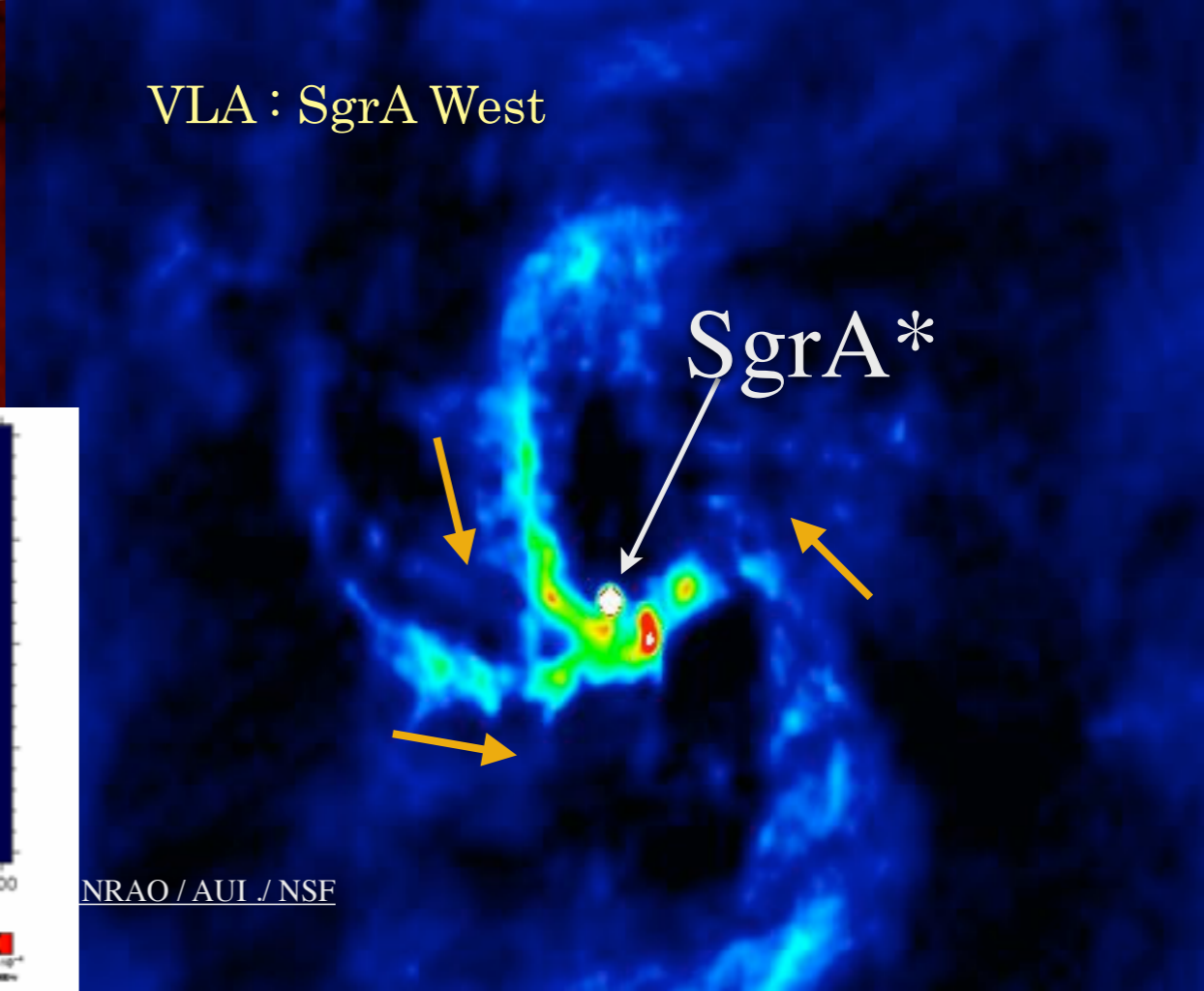
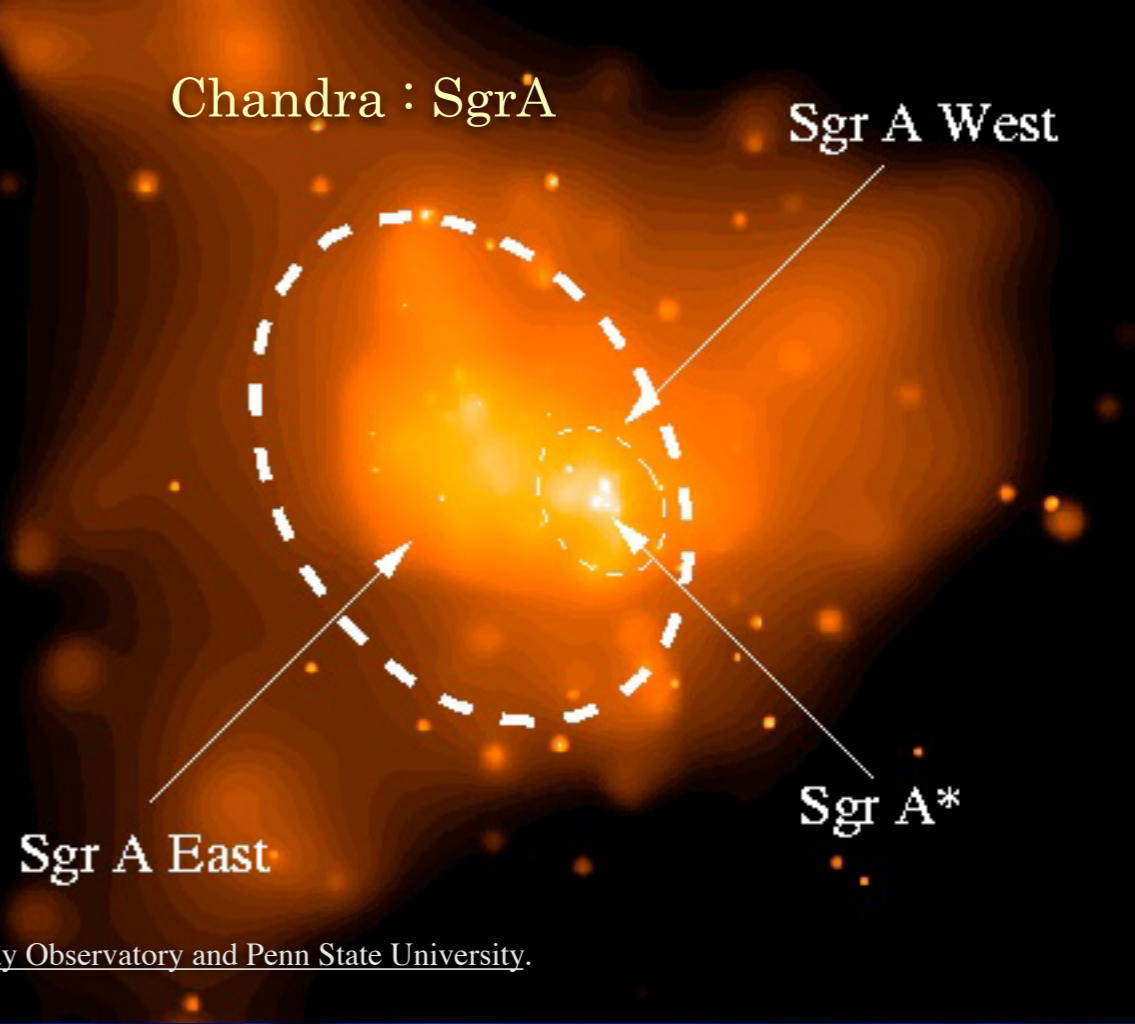
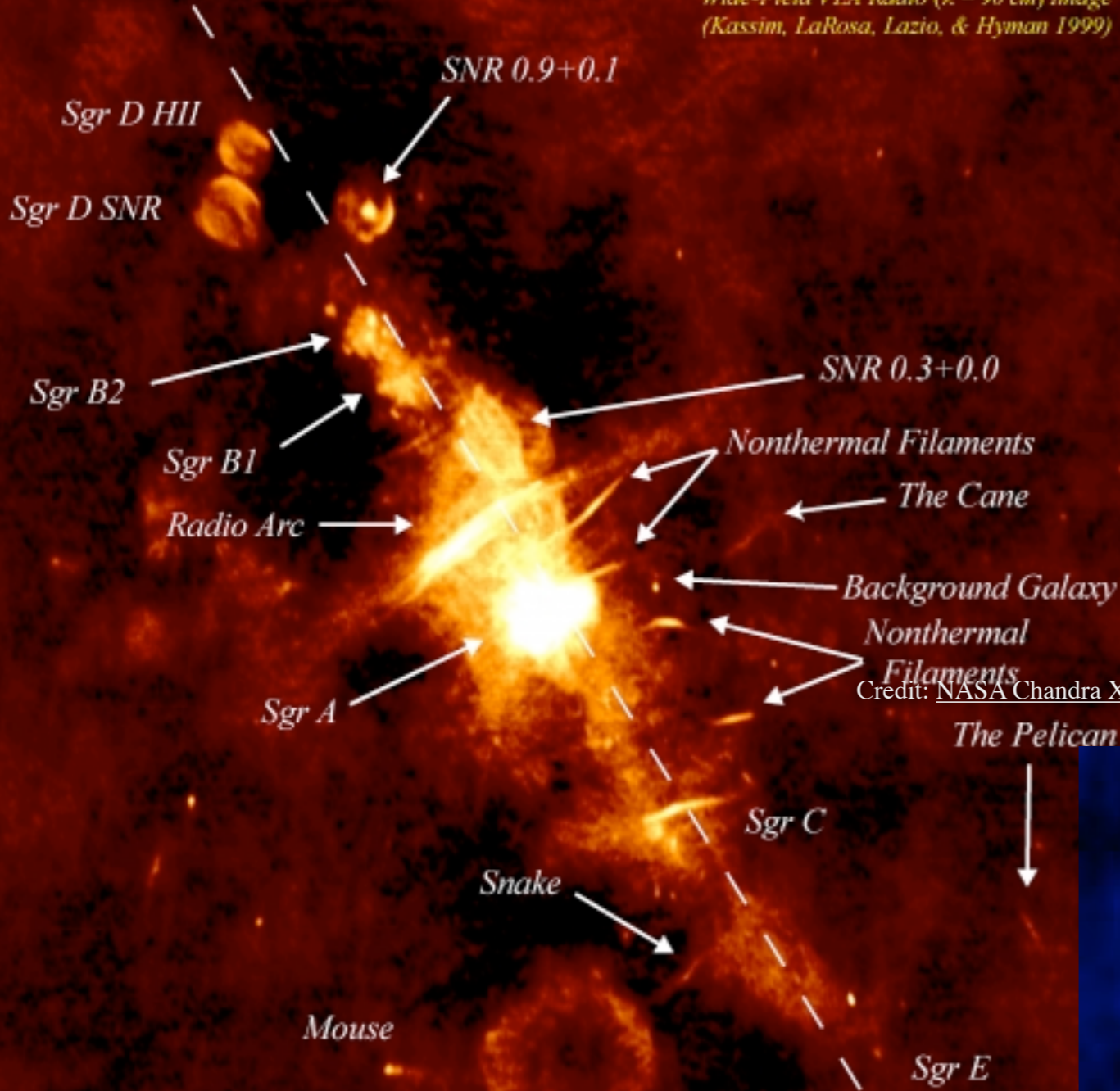
<http://home.hiroshima-u.ac.jp/hasc/news/3c279/>

J. McKinney氏  
(スタンフォード大学)



# The Galactic Center

Wide-Field VLA Radio ( $\lambda = 90$  cm) Image  
(Kassim, LaRosa, Lazio, & Hyman 1999)



$\sim 0.5^\circ$   
 $\sim 75$  pc  
 $\sim 240$  light years

比較的最近の・・・

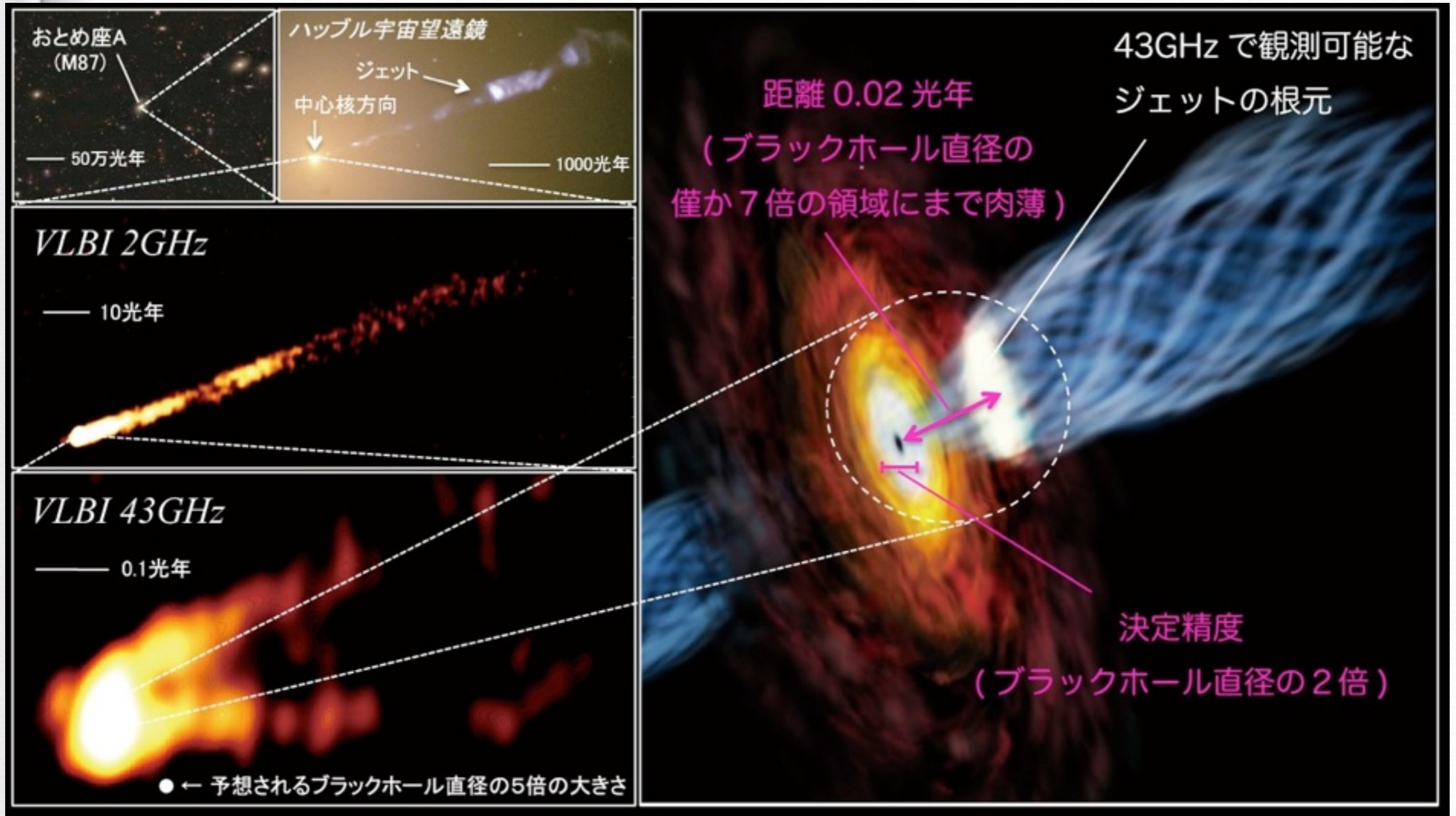
# ブラックホール観測

- \* 渦巻銀河IC2560の中心に太陽の280万倍の質量の巨大ブラックホールの確実な証拠
- \* りょうけん座の渦巻銀河NGC4258に太陽質量の400万倍もの大質量が存在
- \* 「チャンドラ」と「HST」による観測から、Cyg-X1に「事象の地平」が存在する強い証拠
- \* **Stellar Orbits Around the Galactic Center Black Hole**  
A. M. Ghez et al, ApJ, 2005, 620, 744
- \* Measuring spin of a supermassive black hole at the Galactic centre - implications for a unique spin,  
Y. Kato, M. Miyoshi, R. Takahashi, H. Negoro, R. Matsumoto, M. N. Letters, 403, L74 (2010)
- \* Relativistic Jet Activity from the Tidal Disruption of a Star by a Massive Black Hole,  
D. N. Burrows, et al. , Nature 476, 421–424 (25 August 2011)  
「きぼう」に搭載されたMAXI:マキシと米国スウィフト衛星を用いた観測  
**巨大ブラックホールに星が吸い込まれる瞬間を世界で初めて観測**
- \* An origin of the radio jet in M87 at the location of the central black hole,  
Kazuhiro Hada et Nature 477, 185–187 (08 September 2011)  
**銀河中心の巨大ブラックホールに直径2個分まで肉薄**

まだまだ遠いところしか観測できていない

# Where is the black hole power transported to? Hada et al. (2011)

Relativistic Jet : Its origin is still unknown.



# ブラックホールは実在するか？

- \* ブラックホールの存在は確実だろう
- \* ただし、その証明までには、まだ、数ステップ必要  
まだまだ遠いところしか観測できていない

**Event Horizon**  $r_H = M + \sqrt{M^2 - a^2}$

< *Inner Light Surfaces*

ブラックホール影

< **Ergosphere**  $r_0 \sim 2M$

$r_{ps} \sim 3M$

< Unstable Circular Orbit of photon (**Photon sphere**)

< Innermost Stable Circular Orbit of particle (**ISCO**)

$r_{isco} \sim 6M$

< *Outer Light Surfaces*

ジェットの付け根の付近？  $r_{ls} \sim (10 - 100)M$

- \* 「ブラックホール時空」に固有な現象の検証が不可欠



# ブラックホール探査いろいろ

ー ブラックホール近傍からのシグナル検出 ー

たぶん最速で成果が得られる・・・

1。 銀河系中心 S2 天体の軌道 近赤外線

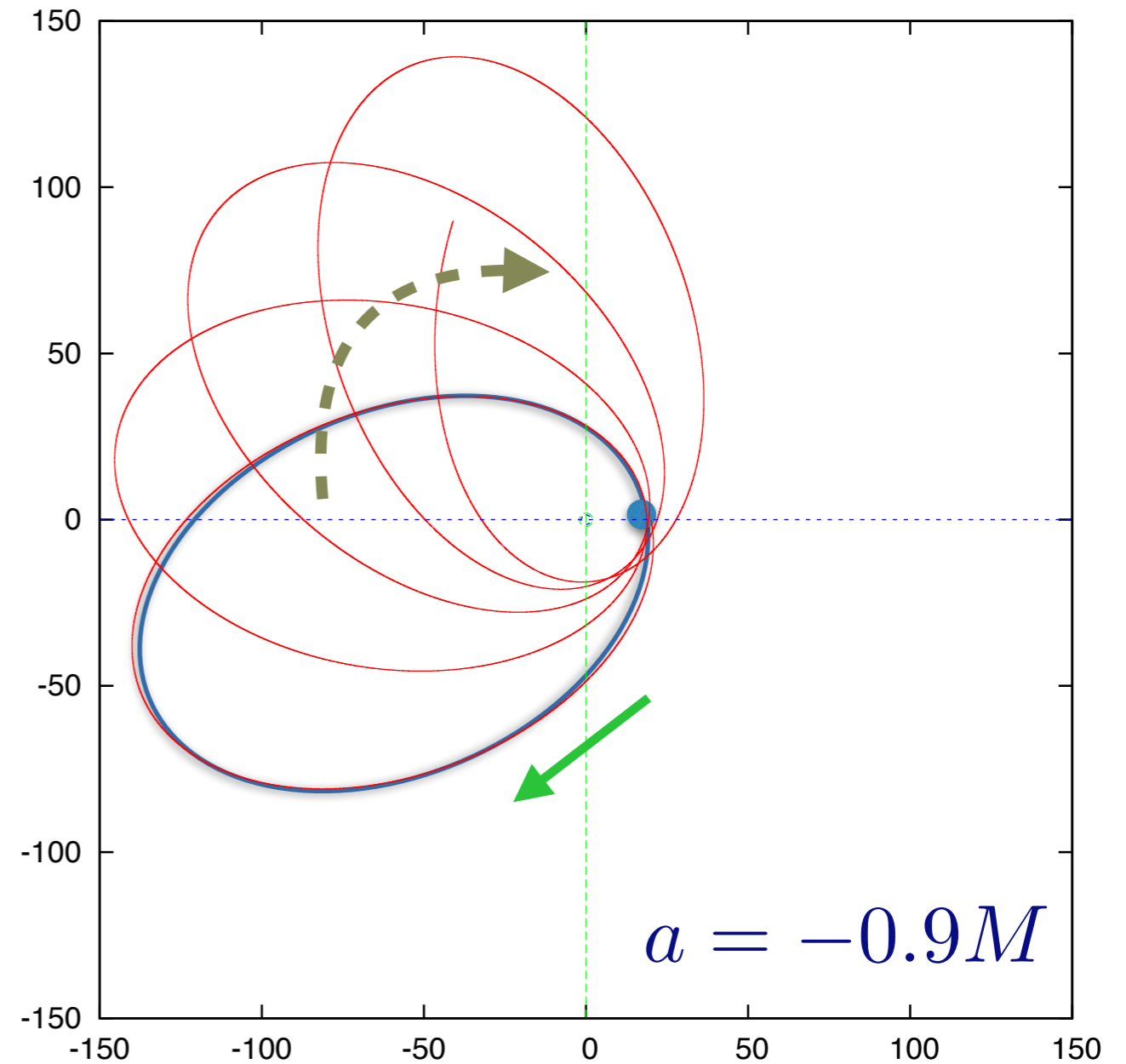
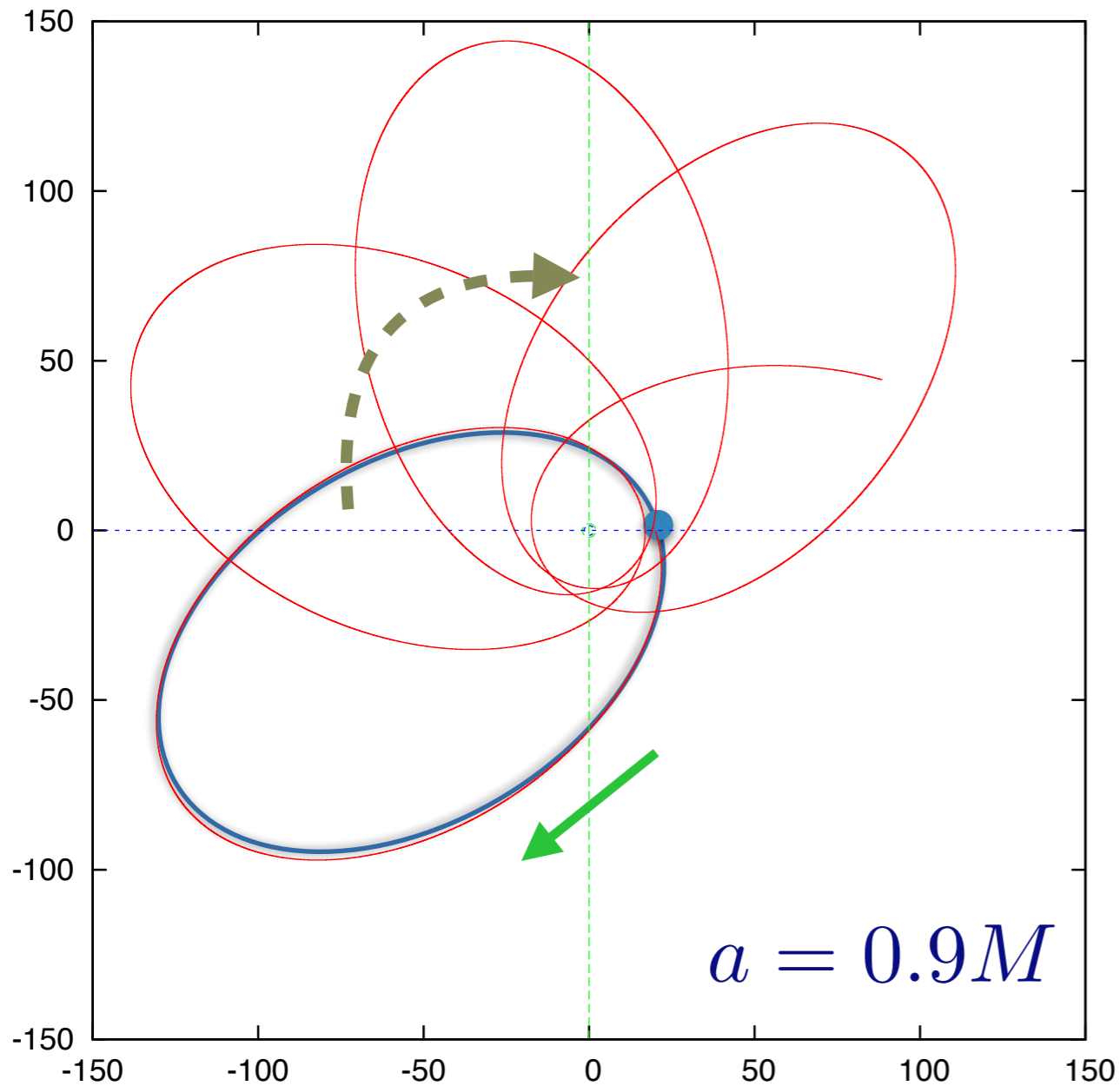
もっと内側は・・・？

2。 時間変動からBH時空情報を！

3。 鉄輝線の広がり観測 X線

4。 「BH影」撮像観測 電波 (サブミリ波)

# 近星点移動 (BHごく近傍天体の場合)



一般相対論効果で近星点移動する  
他のS天体からの摂動も重要！

$$L = -6.0$$

$$E = 0.994$$

$$r_0 = 20M$$

# 恒星の軌道 光線の軌道

$$v/c \propto O(\epsilon)$$

$$\mathcal{H}_{\text{Kerr}} = \frac{(r^2 + s^2)^2 - s^2 \Delta \sin^2 \theta}{2\rho^2 \Delta} p_t^2 - \frac{\Delta}{2\rho^2} p_r^2 - \frac{1}{2\rho^2} p_\theta^2 - \frac{\Delta - s^2 \sin^2 \theta}{2\Delta \rho^2 \sin^2 \theta} p_\phi^2 + \frac{2sr}{2\rho^2 \Delta} p_t p_\phi,$$

Hamiltonian

$$r \rightarrow \epsilon^{-2} r, \quad p_r \rightarrow \epsilon p_r, \quad p_\theta \rightarrow \epsilon^{-1} p_\theta, \quad \text{and} \quad p_\phi \rightarrow \epsilon^{-1} p_\phi$$

$$\mathcal{H}_{\text{star}} = -\frac{p_t^2}{2} + \left( \frac{p_r^2}{2} + \frac{p_\theta^2}{2r^2} + \frac{p_\phi^2}{2r^2 \sin^2 \theta} - \frac{p_t^2}{r} \right) \epsilon^2 - \left( \frac{2p_t^2}{r^2} + \frac{p_r^2}{r} \right) \epsilon^4 - \frac{2sp_t p_\phi}{r^3} \epsilon^5.$$

$$\mathcal{H}_{\text{star}} = \mathcal{H}_{\text{static}} + \epsilon^2 \mathcal{H}_{\text{Kep}} + \epsilon^4 \mathcal{H}_{\text{Schw}} + \epsilon^5 \mathcal{H}_{\text{FD}}.$$

$$r \rightarrow \epsilon^{-2} r, \quad p_\theta \rightarrow \epsilon^{-2} p_\theta \quad \text{and} \quad p_\phi \rightarrow \epsilon^{-2} p_\phi$$

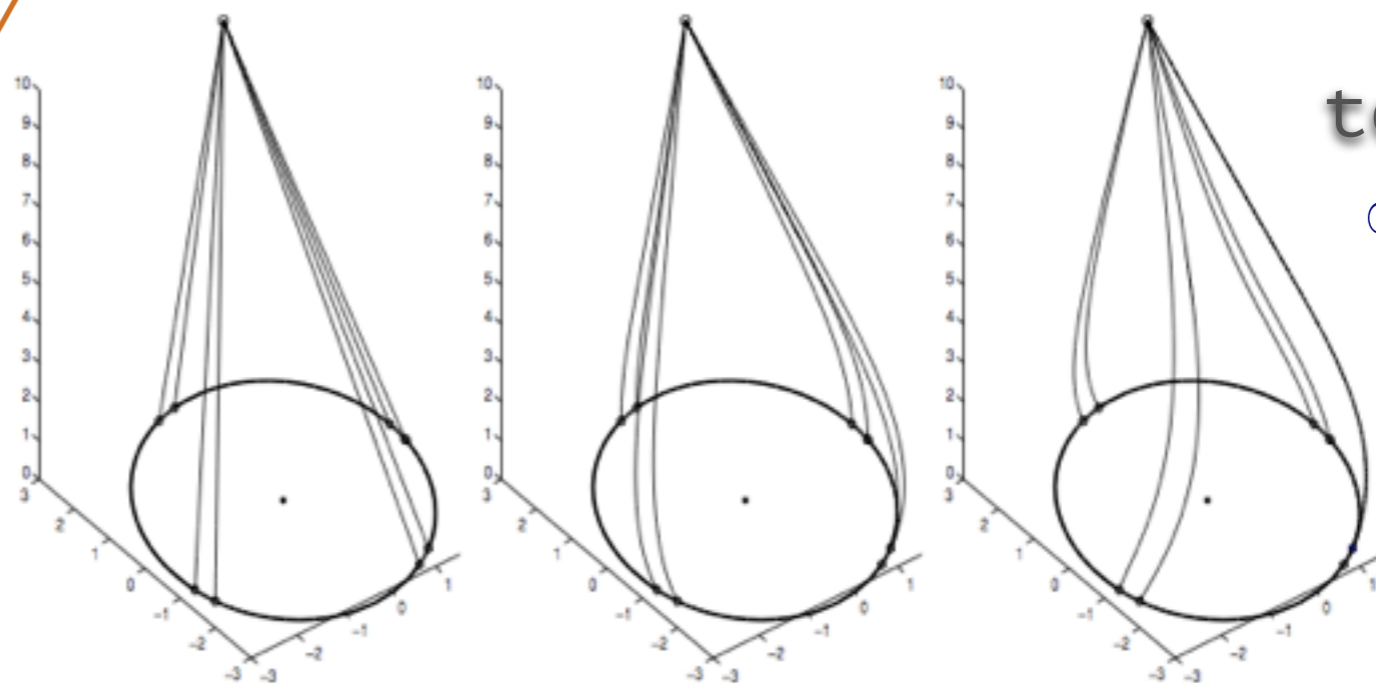
$$\mathcal{H}^{\text{null}} = -\frac{p_t^2}{2} + \frac{p_r^2}{2} + \frac{p_\theta^2}{2r^2} + \frac{p_\phi^2}{2r^2 \sin^2 \theta} - \left( \frac{p_t^2}{r} + \frac{p_r^2}{r} \right) \epsilon^2 + \left( \frac{2p_t^2}{r^2} + \frac{2sp_t p_\phi}{r^3} - \frac{s^2 \sin^2 \theta}{2r^2} p_r^2 + \frac{s^2 \cos^2 \theta}{2r^4} p_\theta^2 \right) \epsilon^4,$$

$$\mathcal{H}^{\text{null}} = \mathcal{H}^{\text{Mink}} + \epsilon^2 \mathcal{H}^{\text{SLO}} + \epsilon^4 (\mathcal{H}^{\text{SNLO}} + \mathcal{H}^{\text{FD}} + \mathcal{H}^{\text{torq}}).$$

Keplanian

Schwarzschild  
*prericenter precession*

Field-Dragging



torque  
 $\propto (\text{spin})^2$

**Figure 1.** Schematic illustration of the method. Pairs of photons are emitted at slightly different proper times along the orbit, in precisely the right direction to reach the observer. Finding these photons is a boundary-value problem, and once found, each photon pair allows us to calculate the redshift at that point on the orbit by evaluating Equation (5). Left: Minkowski photons, which move in straight lines. Middle: Schwarzschild photons, which are lensed. Right: frame-dragged photons. The time difference between the emission of each photon in a pair has been exaggerated here for visual clarity. Note that it is only the star's unrealistic proximity to the black hole that allows for such a visible depiction of the different effects.

次は2018年

次は2016年

# the velocity of the star S2 at pericenter

$$v \sim 5 \times 10^3 \text{ km/s}$$

S2 orbit

1. The weak-field **Schwarzschild effect** on the stellar orbit, which contributes to redshift at  $\mathcal{O}(\beta^3)$ . For S2 it is  $\simeq 7 \text{ km s}^{-1}$ .

2. The frame-dragging effect of black hole spin on the stellar orbit, which perturbs the redshift at  $\mathcal{O}(\beta^4)$ . For S2 it would be  $\sim 10^{-1} \text{ km s}^{-1}$  for maximal spin.

3. The weak-field Schwarzschild effect on the light traveling from the star to us, which gives a redshift perturbation at  $\mathcal{O}(\beta^3)$ . For S2 it is  $\simeq 2 \text{ km s}^{-1}$ .

4. Frame dragging plus next-order Schwarzschild perturbation of the photon paths. These contribute at  $\mathcal{O}(\beta^5)$  to the redshift, and we estimate these as  $\sim 10^{-2} \text{ km s}^{-1}$  for S2.

photon

# もっと内側は？

銀河系中心の

ブラックホール近傍の撮像計画

**BH+降着ガス円盤**

**サブミリ波VIBI観測**

# ブラックホール周辺は？

- **ガスが落下しているだろう、、、**
- **落下していくガスは発光しだす（→観測できる）**  
ブラックホール候補天体は輝いているからこそ、それとわかる
- **ブラックホール自身は光らない！**  
しかしながら、**輝くガスを背景に影として**見える！
- **磁場があると、ブラックホールから離れた場所にも影響が出る**  
(磁場の力が作用する)

ブラックホールなら

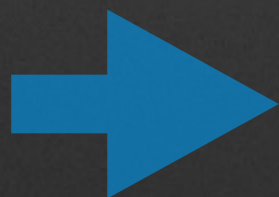
**相対論の効果** が見られるはず！

真空中の**光の速さ**は光源の運動状態に依らずに一定  
= **誰にとっても一定の速さで見える**

ガラスや水など媒質中での光速度は遅くなる。

同様に、**重力場があると光速度は遅くなる。**

**物差しは縮む / 時計の刻みは遅くなる**



- ドップラー効果、ビーミング効果
- 光線は湾曲する、重力赤方偏移

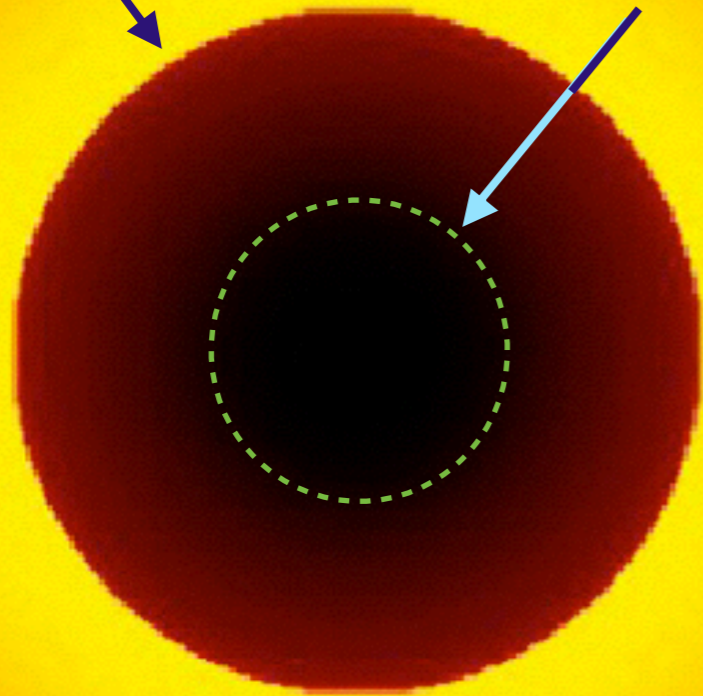
# ブラックホール影

質量とスピンのみで  
個性が決まる

周りのガスが輝くことで「影」が見えるはず！

黒い輪郭

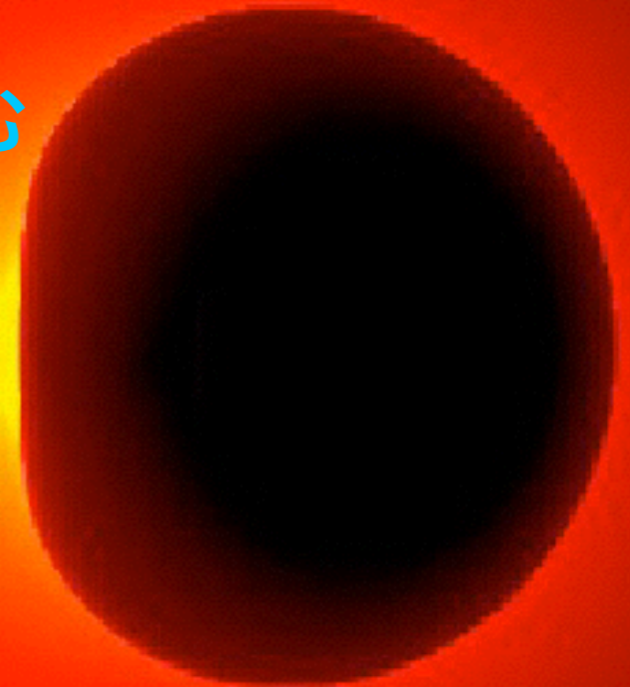
Event Horizon



降着ガス：内側ほど明るい

自転している場合

形が歪む



こちらに向かう側が  
明るくなる

R.Takahashi

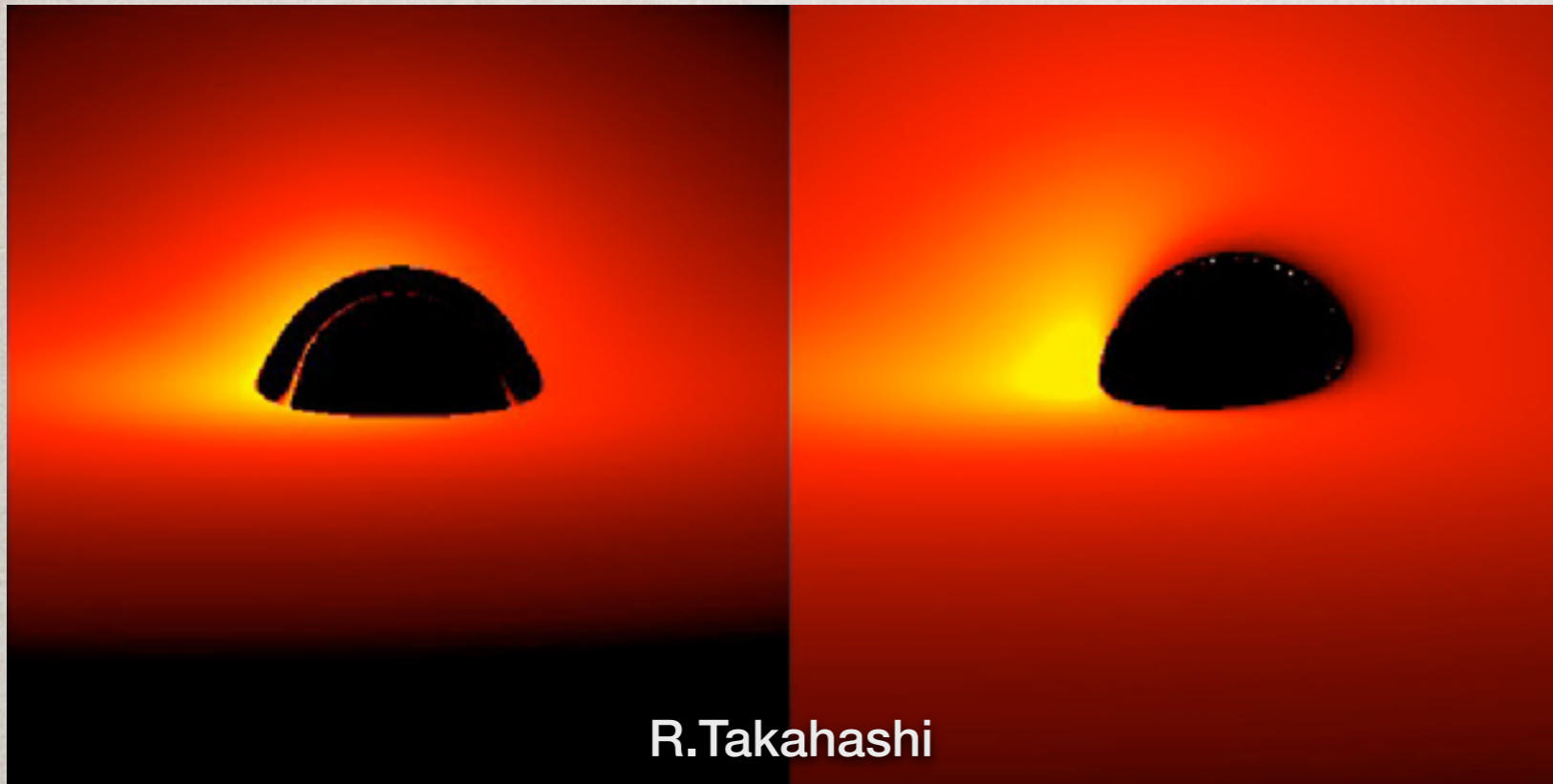


# 銀河系中心核領域に何がみえるか？

<理論計算による予想図>  
R.Takahashi & M.Takahashi

降着円盤がある時のブラックホール影  
宇宙の蟹気楼

ブラックホール上空に  
『オーロラ』が見える！？



自転している場合

+



磁気圏がある場合

ブラックホールの重力で光線が曲がるため、  
円盤の向こう側が浮いているように見える

# 電波望遠鏡をつないで巨大望遠鏡とする

(南半球、アンデス高地)

銀河系中心がよく見える位置

高地は水蒸気量が少ない！

1000km~2000kmのベースラインが必要

**La Silla** 2400m  
SEST15m鏡 (Closed, but alive)

**Peru**  
**Huancayo** 3300m

900km

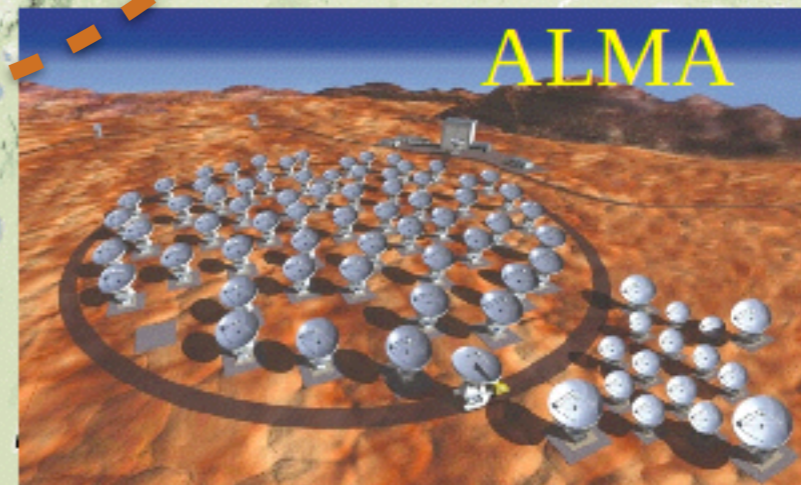
ALMA

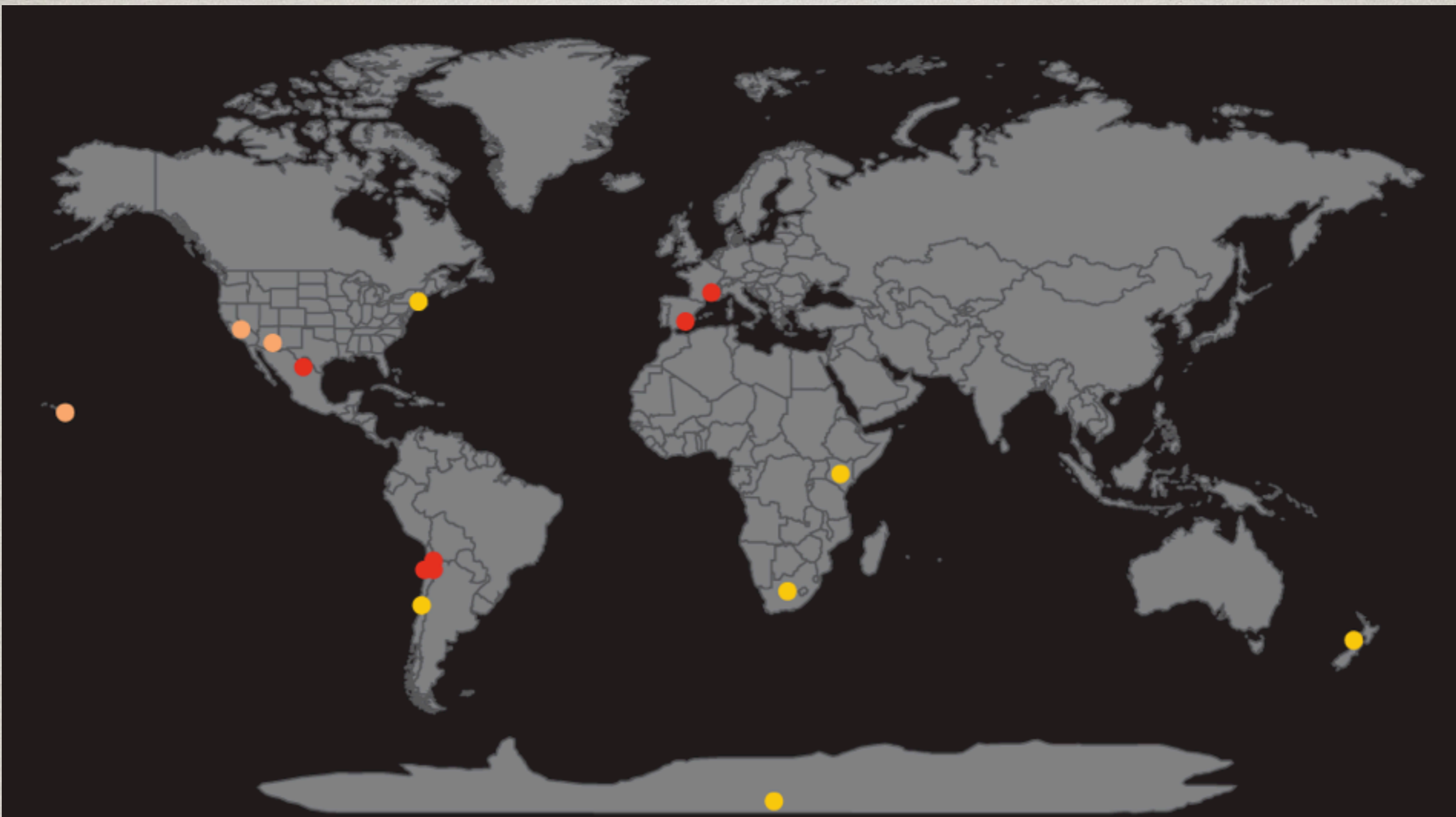
Near Bolivia La Paz 5300m  
The highest Ski slope in the world  
Cosmic Ray Observatory

**Cerro Chacaltaya**

? **Mirabel station** 4600m

ALMA





## Signals that span the globe

Through a process called very long baseline interferometry, the Event Horizon Telescope would combine data from more than a dozen instruments operating in sync around the world, from Arizona to Spain to the South Pole.

- Currently used
- Planned member
- Possible additions

# 撮像シミュレーション どのように見える？

基線長について Miyoshi 2013

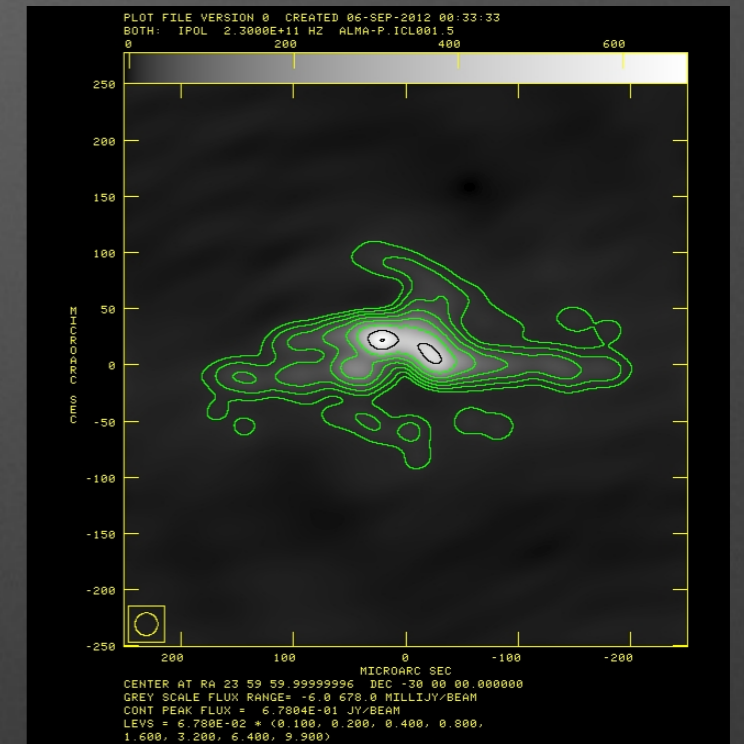
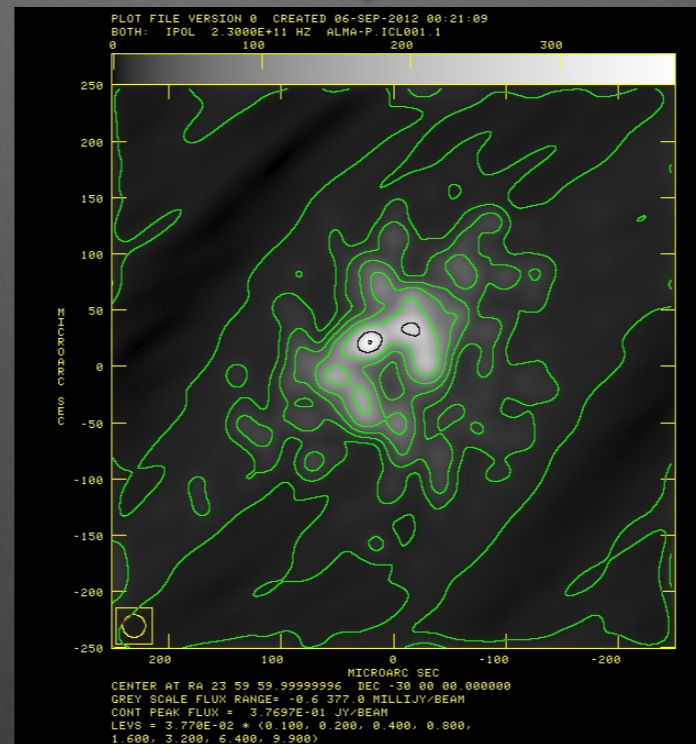
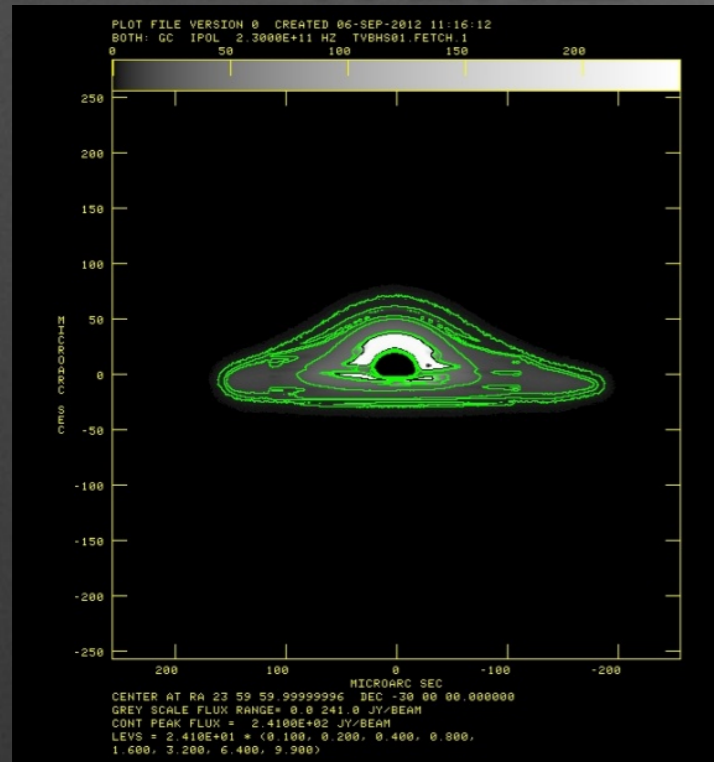
UV面をどのように埋めるか

像のモデル

BH+降着円盤

EHT+pALMA

左図+きゃらばん



輝度分布  
円盤近くが  
局所的に輝く

~2000km基線が  
欠けている場合

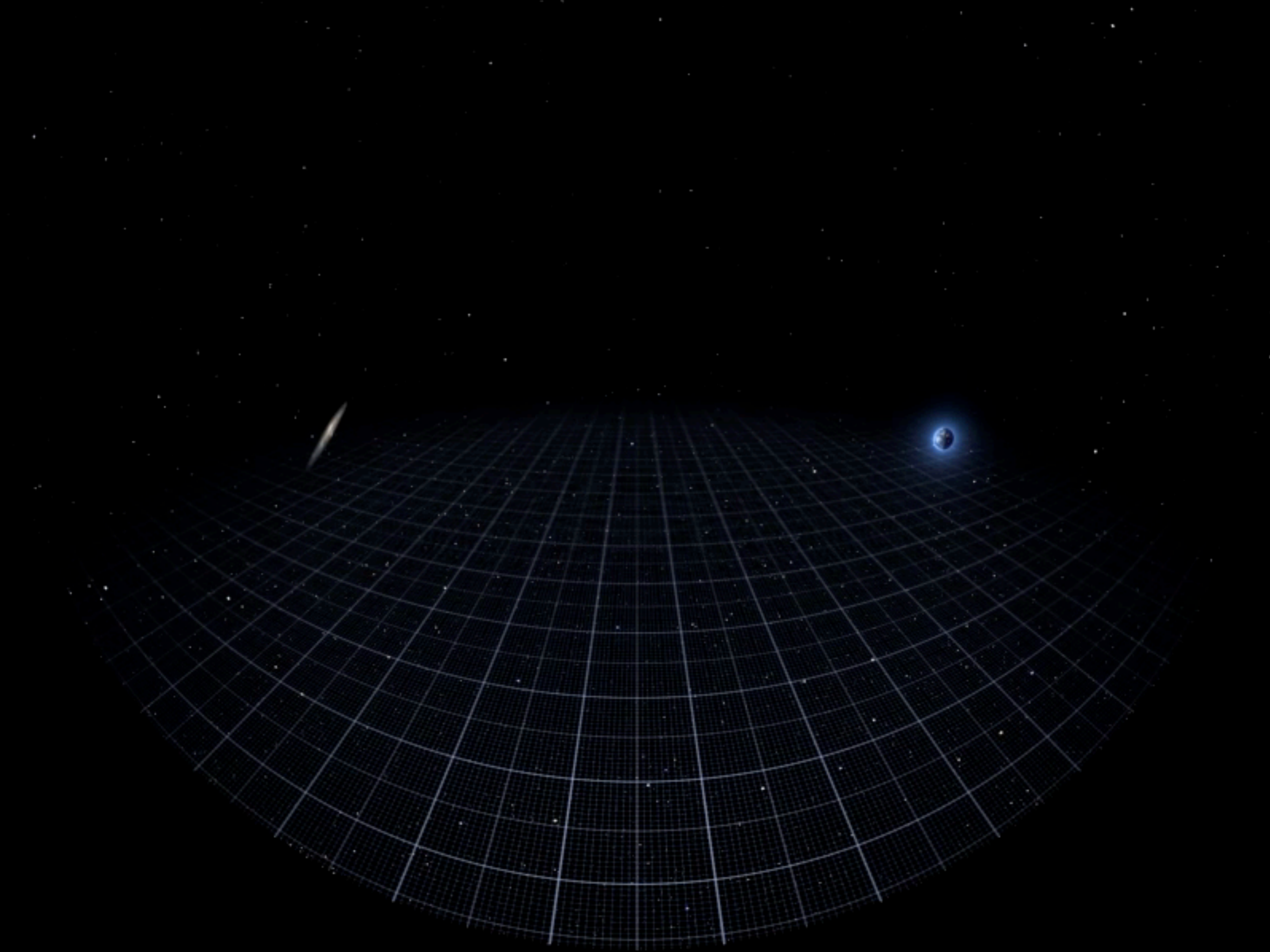
影のような構造は見えるが  
リアルとは言えない？

元の像に近いが  
影が見えている  
とは言えない？

降着円盤は確認可！

# 重力レンズ効果

- 1) 光源が遠方天体の場合（近似解法）
- 2) 光源がブラックホール周辺の場合  
ブラックホール・リングについて  
（重力レンズ効果 + 高速回転の効果）



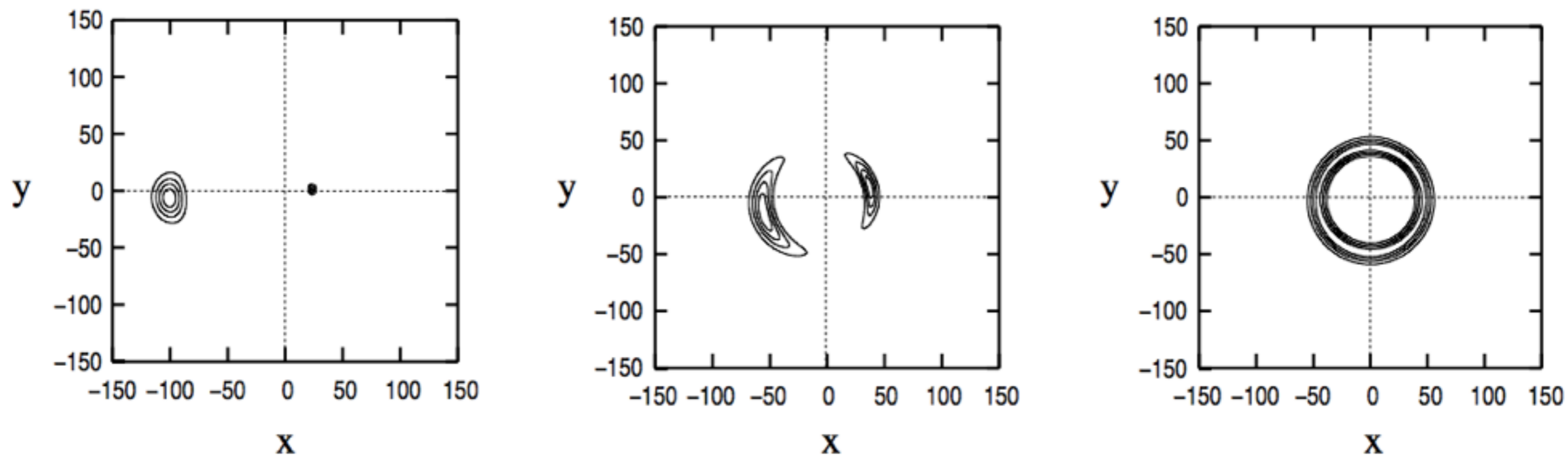
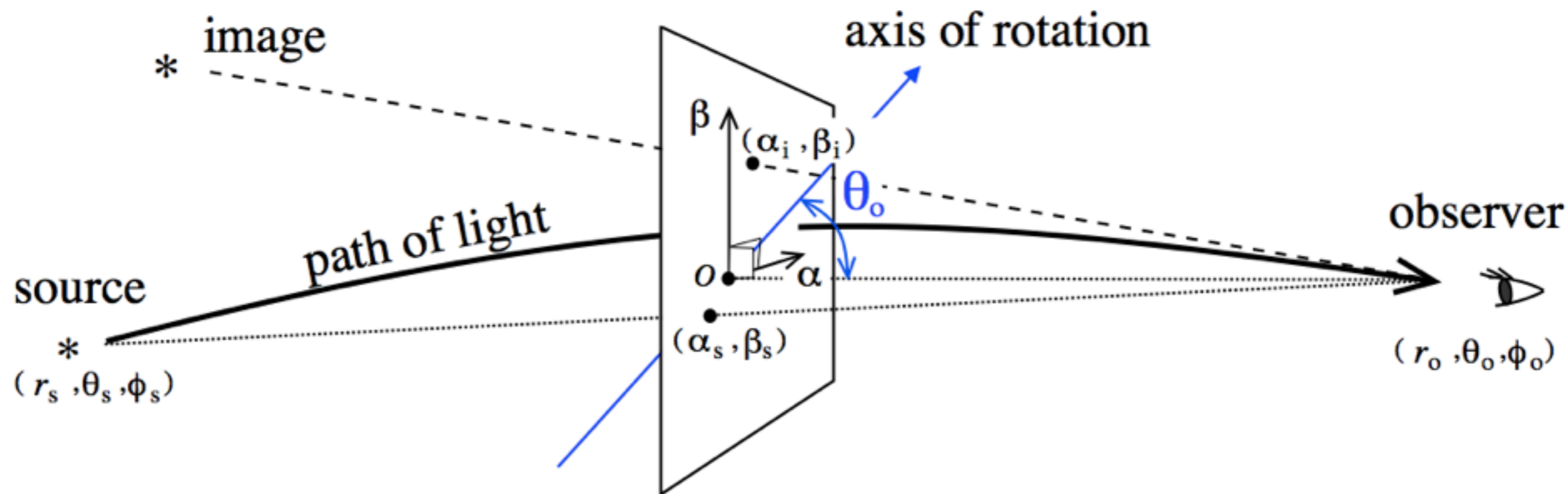


図 51.1 重力レンズ像. レンズ天体 (ブラックホール) は原点に位置する. 遠方天体の見かけの位置は  $(80,5)$ ,  $(20,5)$ ,  $(0,5)$  とした. レンズ天体から遠方天体までの距離, およびレンズ天体から観測者までの距離は 1000 とした. なお, 長さの単位はブラックホール半径である.



<sup>1</sup>Bray, I., Phys. Rev. D34, 367 (1986) を参照. (1988)  
 3 次のオーダーまでの公式については Ishihara, H., Takahashi, M., & Tomimatsu, A., Phys. Rev. D38, 472

**APPENDIX: DEFLECTION OF THE LIGHT RAY  
BY KERR BLACK HOLE**

The spatial orbit of a null geodesic joining two positions  $(r_s, \theta_s, \phi_s)$  and  $(r_o, \theta_o, \phi_o)$  is determined by the equations

$$\int^r \frac{|dr|}{[R(r)]^{1/2}} = \int^\theta \frac{|d\theta|}{[\Theta(\theta)]^{1/2}}, \quad (\text{A1})$$

$$\begin{aligned} \phi_o - \phi_s = & \int^r \frac{r^2 + 2mr(a - \lambda)}{\Delta[R(r)]^{1/2}} |dr| \\ & + \int^\theta \frac{\lambda \cot^2 \theta}{[\Theta(\theta)]^{1/2}} |d\theta|, \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

$$\frac{m}{r_{\min}}, \frac{a}{r_{\min}} \ll 1 \quad \frac{r_{\min}}{r_o}, \frac{r_{\min}}{r_s} \ll \frac{m}{r_{\min}}, \frac{a}{r_{\min}}$$

Ishihara, Takahashi & Tomimatsu (1988)

where integrations are performed along a path

$$r_s \rightarrow r_{\min} \rightarrow r_o, \quad \theta_s \rightarrow \theta_{\min/\max} \rightarrow \theta_o, \quad (\text{A3})$$

and

$$\begin{aligned} R(r) = & r[r(r^2 + a^2) + 2a^2m] - 4amr\lambda \\ & - (r^2 - 2mr)\lambda^2 - \Delta\eta, \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

$$\Theta(\theta) = \eta + a^2 \cos^2 \theta - \lambda^2 \cot^2 \theta. \quad (\text{A5})$$

として3次まで展開

$$\begin{aligned} \int^r \frac{|dr|}{[R(r)]^{1/2}} \sim & r_{\min}^{(0)-1/2} (1 + \frac{1}{2}\bar{a}^2) [\pi(1 - \frac{3}{4}\bar{a}^2\bar{\eta} + \frac{15}{4}\bar{m}^2 - 15\bar{a}\bar{m}^2\bar{\lambda}) + 4\bar{m} - 8\bar{m}\bar{a}\bar{\lambda} \\ & + \frac{128}{3}\bar{m}^3 + 10\bar{m}\bar{a}^2 - 16\bar{m}\bar{a}^2\bar{\eta}] - \frac{r_s + r_o}{r_s r_o}. \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

Next, we integrate the right-hand side of Eq. (A1) to obtain the result

$$\begin{aligned} \int^\theta \frac{|d\theta|}{[\Theta(\theta)]^{1/2}} = & \mp \left[ \int_{\theta_s}^{\theta_{\min/\max}} \frac{d\theta}{[\Theta(\theta)]^{1/2}} - \int_{\theta_{\min/\max}}^{\theta_o} \frac{d\theta}{[\Theta(\theta)]^{1/2}} \right] \\ \sim & r_{\min}^{(0)-1/2} (1 + \frac{1}{2}\bar{a}^2) (1 - \frac{3}{4}\bar{a}^2\bar{\eta}) \{ \pi \mp \arctan[(1 + \frac{1}{4}\bar{a}^2\bar{\eta})\cot\sigma_s] \mp \arctan[(1 + \frac{1}{4}\bar{a}^2\bar{\eta})\cot\sigma_o] \}, \end{aligned} \quad (\text{A9})$$



## 51.3 研究 回転ブラックホールが作る重力レンズ像 (近似計算)

### (1) Bray (1986) の近似公式

自転しているブラックホールが重力レンズとして作用しているときの重力レンズ像を描いてみよう。ブラックホールの質量を  $M$ 、角運動量を  $J$  とすると、ブラックホールの自転の効果は、スピンパラメータ  $a \equiv (GJ/c^3)/(GM/c^2)$  によって記述される。ただし、 $|a| \leq (GM/c^2)$  である。

ブラックホールの自転の効果を取り入れるため、ここでは微小量  $\tilde{M}$ 、 $\tilde{a} (\equiv a/r_{\min} \ll 1)$  の2次のオーダーまでを考える。このとき、本文で説明した  $\Delta\theta$  と  $\Delta\phi$  は、以下のように拡張される<sup>1</sup>；

$$\text{bending angle } \Delta\theta = \pm \frac{\mu}{\sin \theta_o} \delta - \frac{1}{2} \tilde{\lambda}^2 \frac{\cos \theta_o}{\sin^3 \theta_o} \delta^2 + O(3), \quad (51.3)$$

$$\begin{aligned} \Delta\theta &\equiv \theta_o + \theta_s - \pi \\ \Delta\phi &\equiv \phi_o - \phi_s - \pi \end{aligned} \quad \Delta\phi = 4\tilde{M}\tilde{a} + \tilde{\lambda}\delta \left( 1 \pm \frac{\mu \cos \theta_o}{\sin^2 \theta_o} \delta \right) \frac{1}{\sin^2 \theta_o} + O(3). \quad (51.4)$$

ここで、

$$\delta \equiv 4\tilde{M} - 8\tilde{M}\tilde{a}\tilde{\lambda} + \frac{15\pi}{4}\tilde{M}^2 - \left( \frac{r_{\min}^{(0)}}{r_o} + \frac{r_{\min}^{(0)}}{r_s} \right). \quad (51.5)$$

である。この公式を用いて、ブラックホールの自転の効果は、重力レンズ像にどのような修正を及ぼすか調べよ。

$$\lambda \sim \frac{-r_o \sin \theta_o \alpha_i}{\sqrt{\beta_i^2 + \alpha_i^2 + (r_o - \beta_i \cot \theta_o)^2}} \quad (51.8)$$

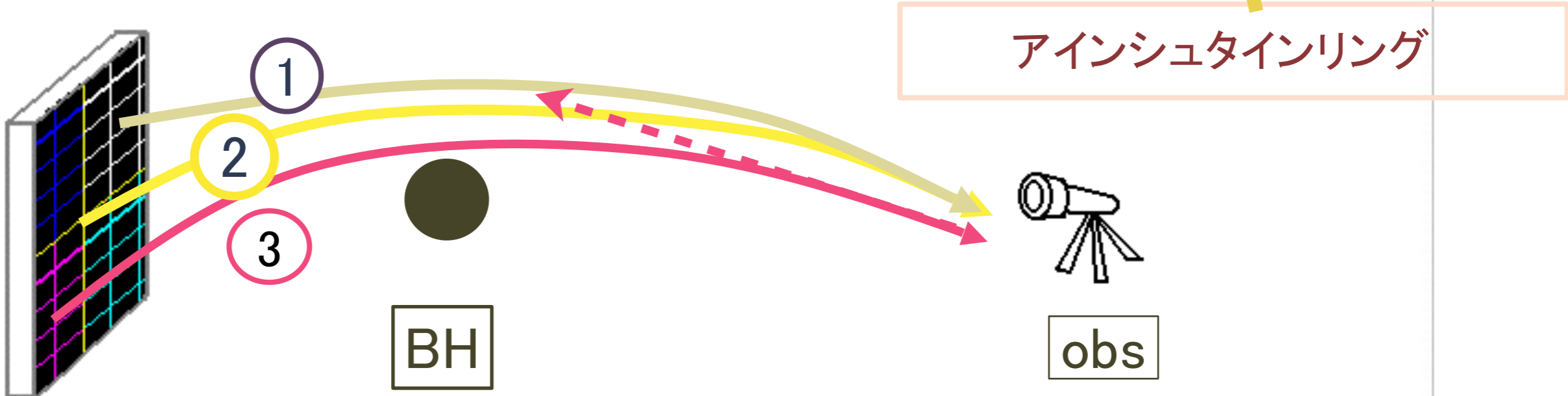
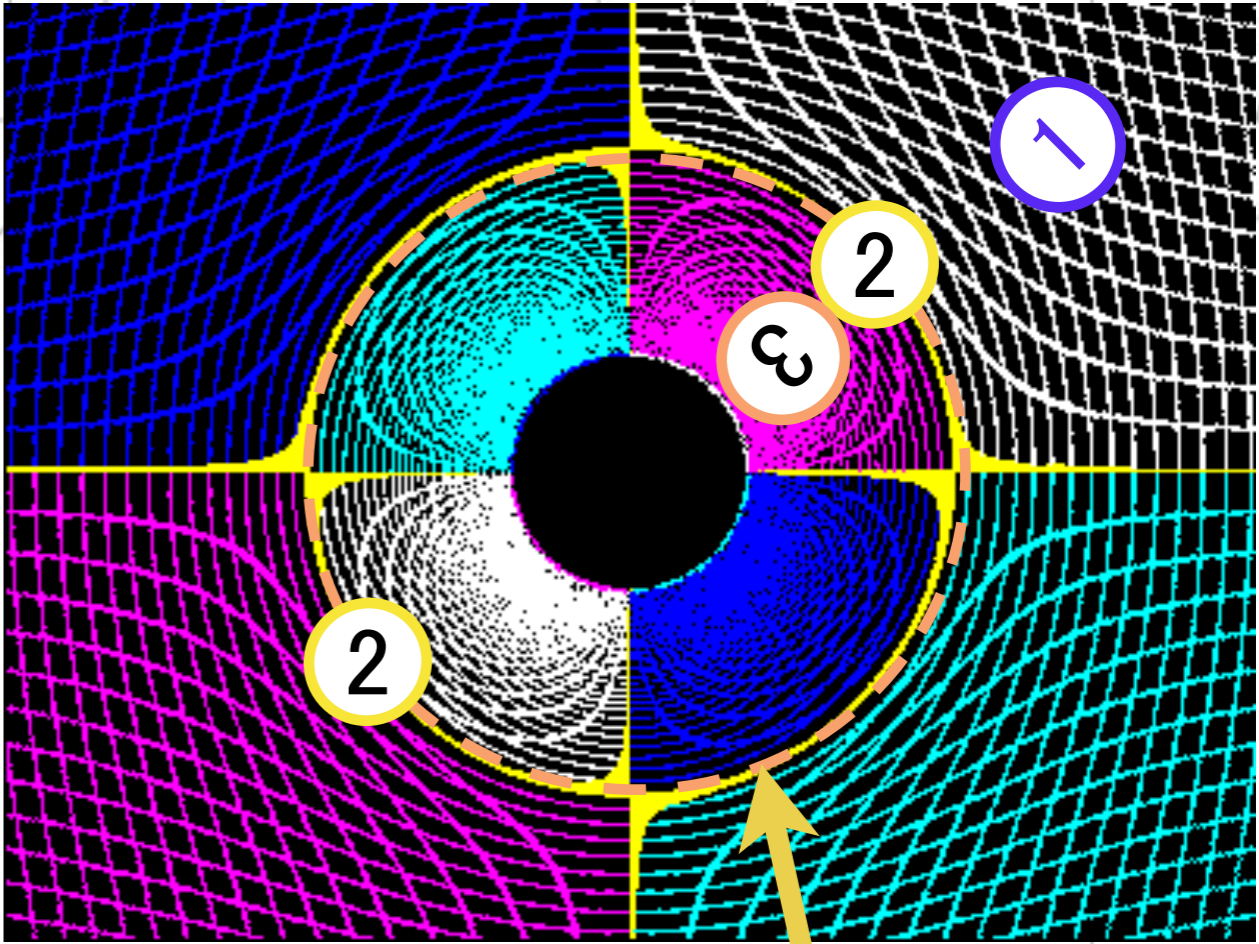
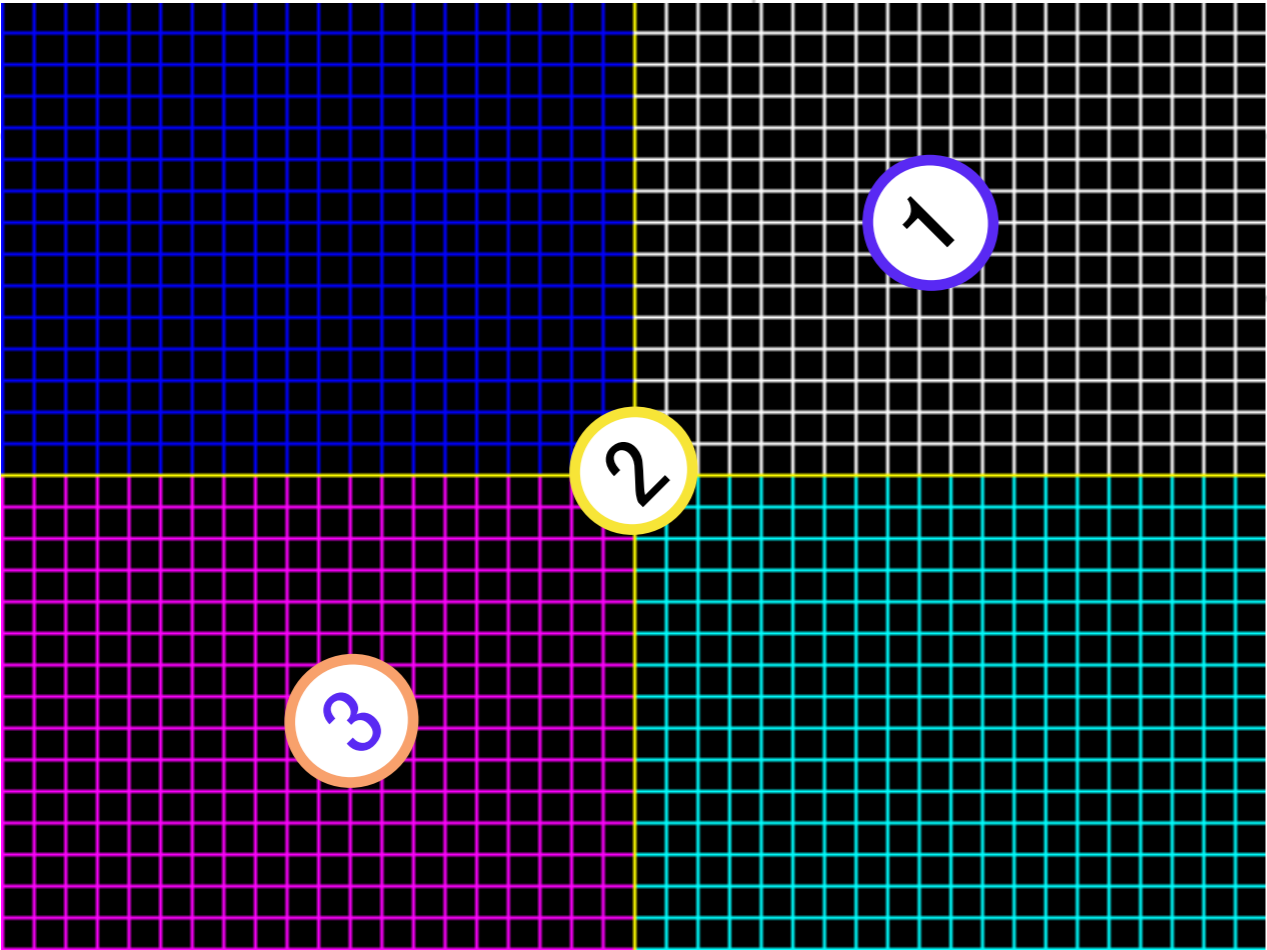
$$\sqrt{\eta} = \frac{\mp r_o \sqrt{\beta_i^2 + \alpha_i^2 \cos^2 \theta_o}}{\sqrt{\beta_i^2 + \alpha_i^2 + (r_o - \beta_i \cot \theta_o)^2}} \quad (51.9)$$

を得る。観測者が十分遠方にいる ( $r_o \gg r_{\min}$ ) ことを考慮すると、上式は  $\lambda \sim -\sin \theta_o \alpha_i$ 、 $\sqrt{\eta} \sim \beta_i$  となる。また、 $r_{\min} = \sqrt{\lambda^2 + \eta} + O(\tilde{M})$  を得る。

# 重力レンズ効果

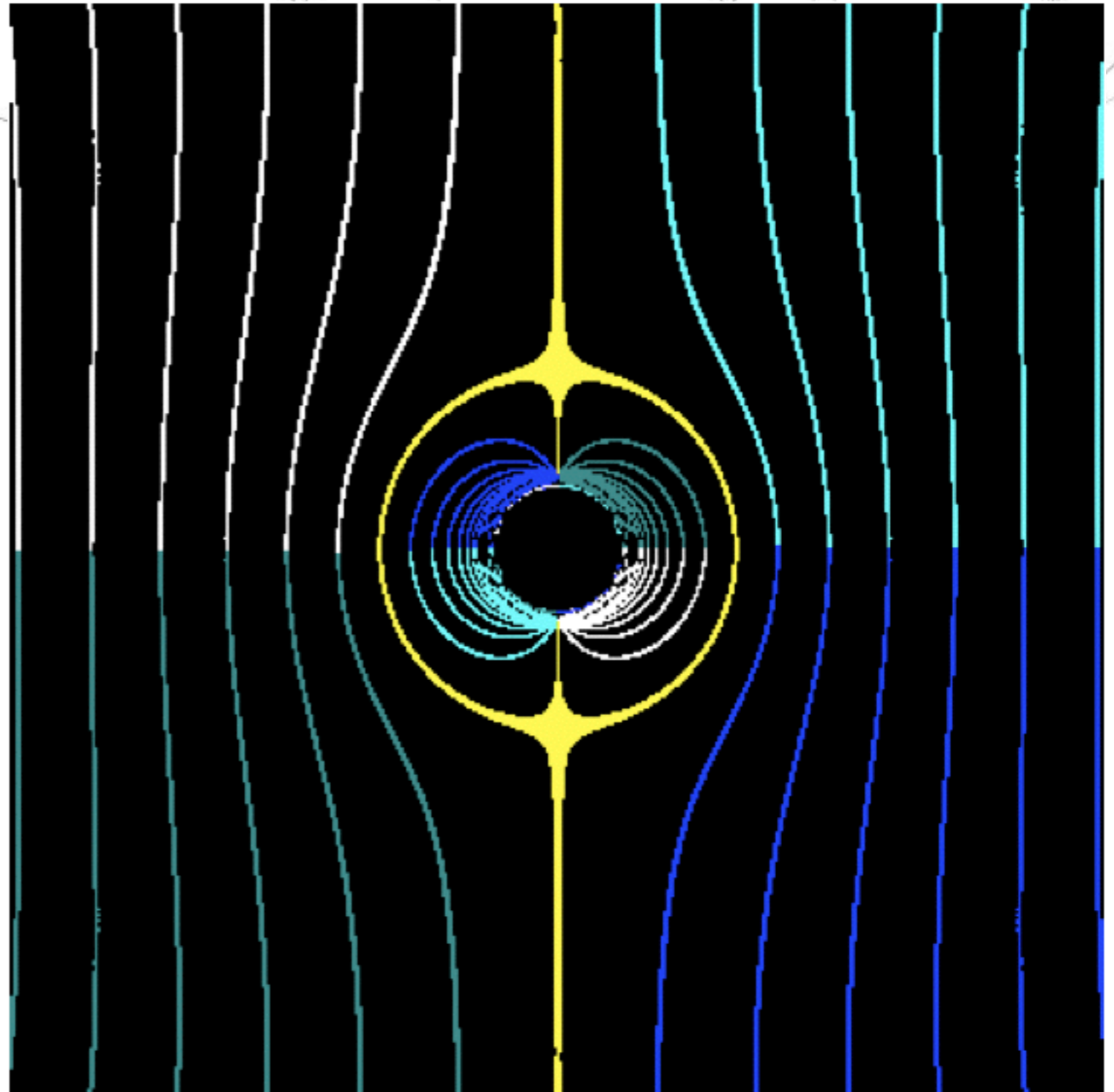
BH地平平面近くについては数値的に求める

熊沢(2006)



# 重力レンズ効果 (2)

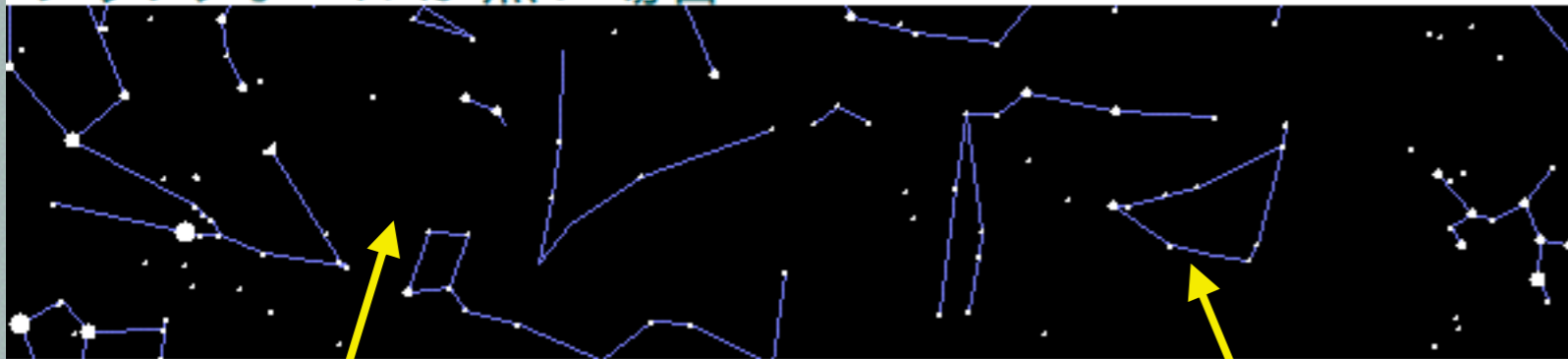
経線のみの場合  
(一様磁場など)



# どう見えるの？

ブラックホール本体は見えませんが、  
後ろの星空を背景として、**黒い影** として見えます。

ブラックホールが無い場合



90°

0°

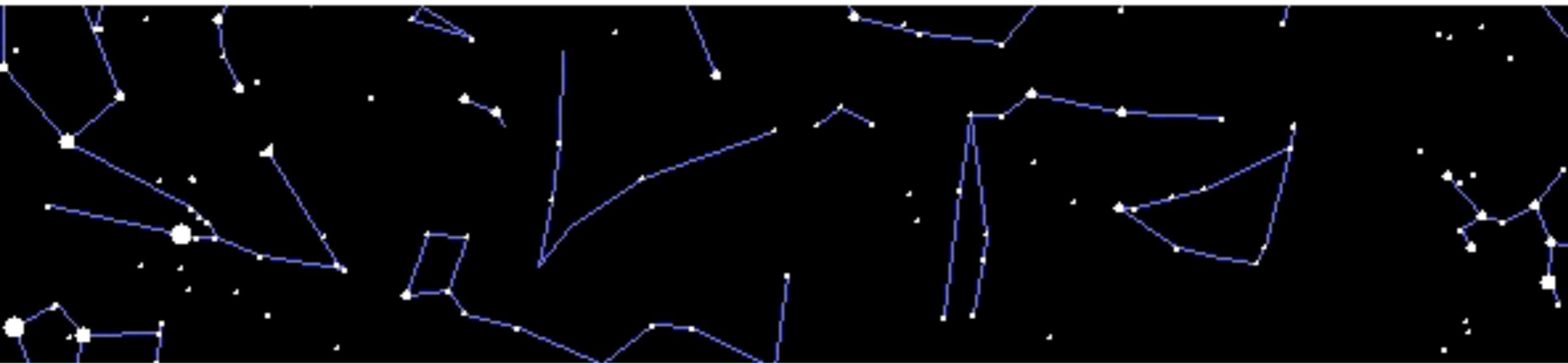
270°

ブラックホールがある場合



重力で光が曲げられるため  
星座の形が歪みます。

ブラックホールの周りに  
明るいリングが見えます。



90°

0°

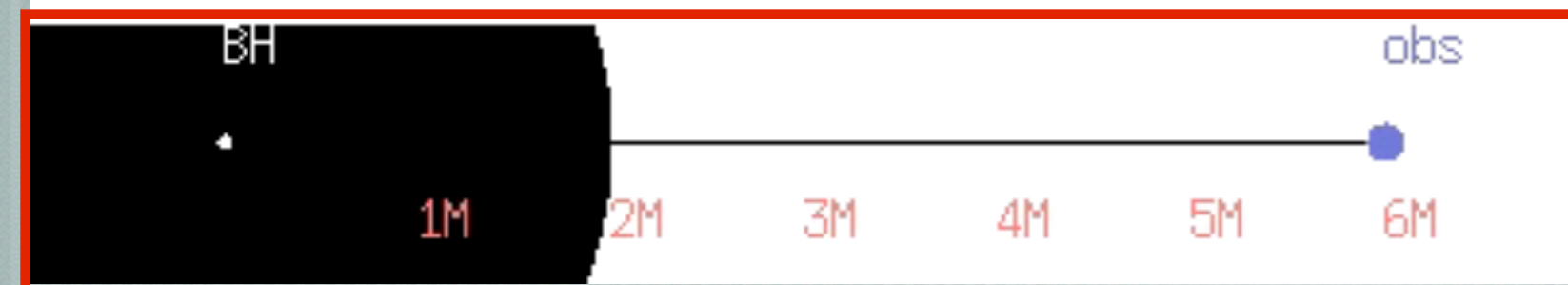
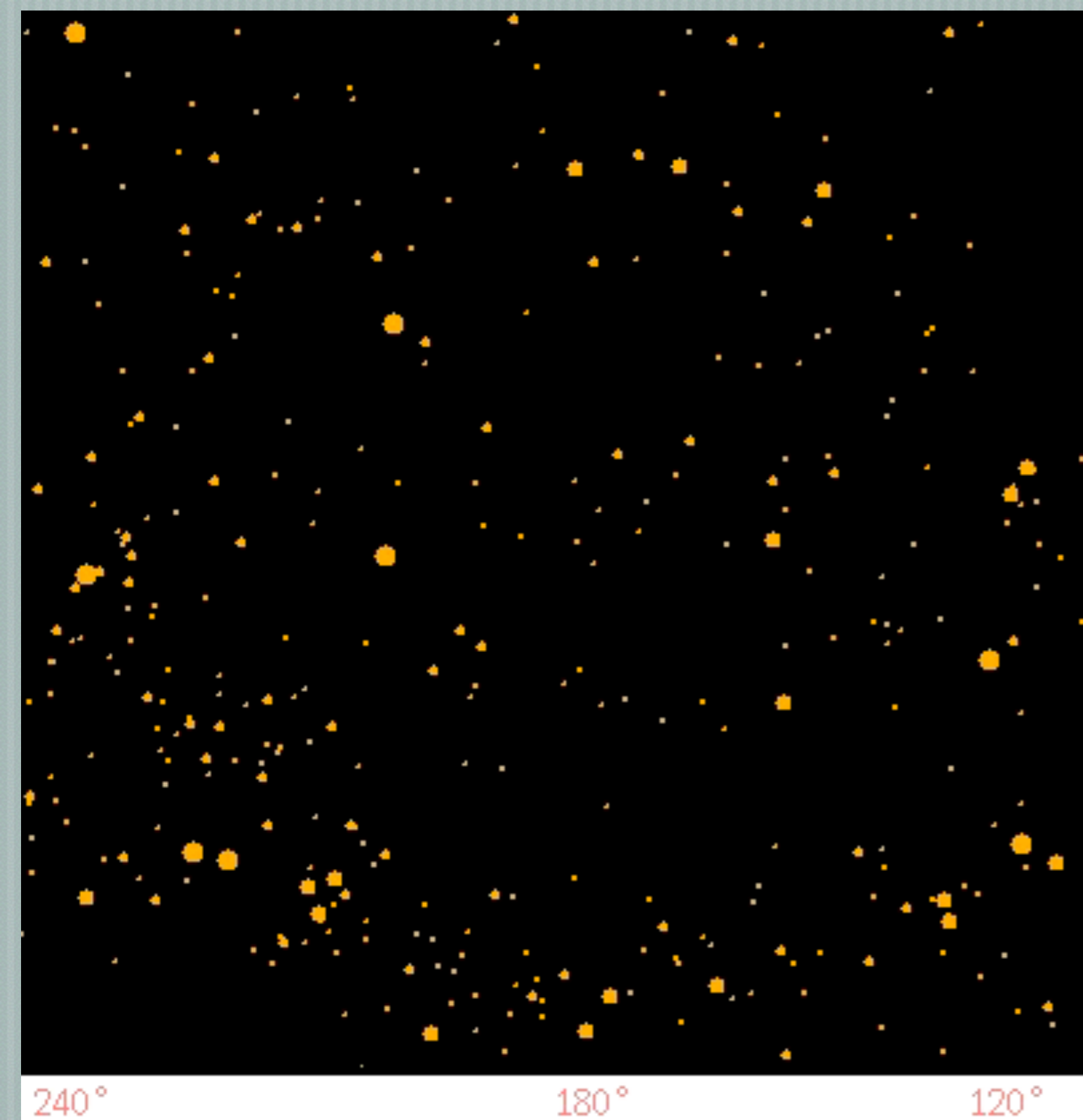


ブラックホールの周りを1周すると...  
ブラックホール近くの星像の歪み方に着目！

# ブラックホール から見た星空

ブラックホールに背を  
向けて星空を見ながら  
ブラックホールに  
落下する...

- \* 視野が狭くなる
- \* 青方変位する



# BH-ring の見え方

光の測地線を解く

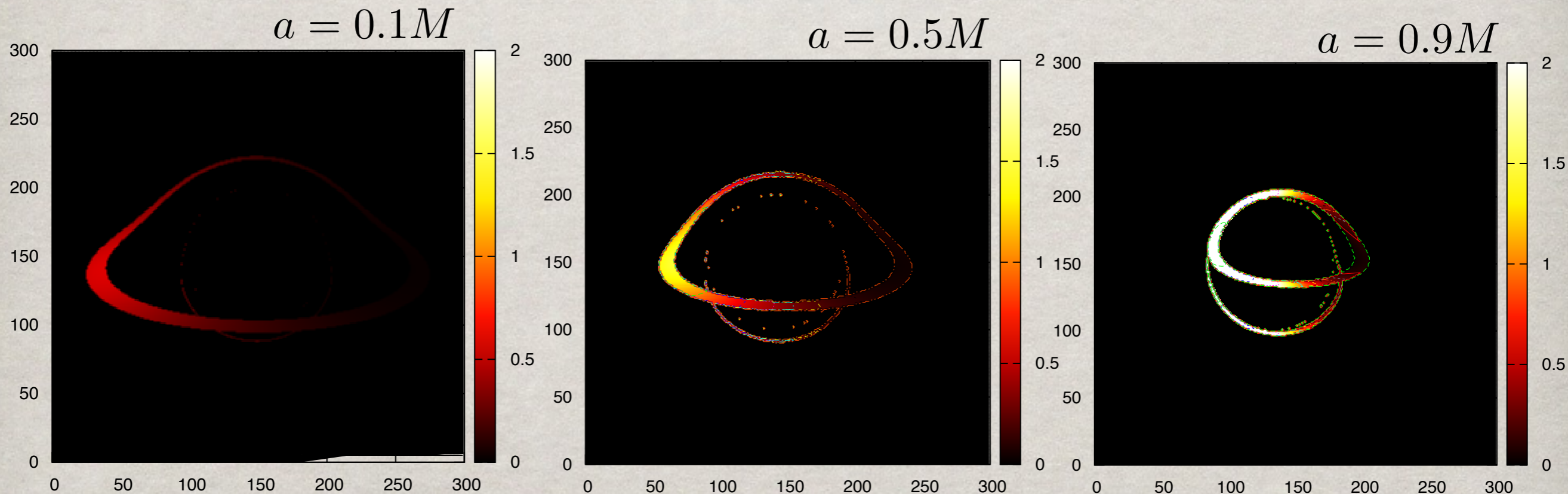
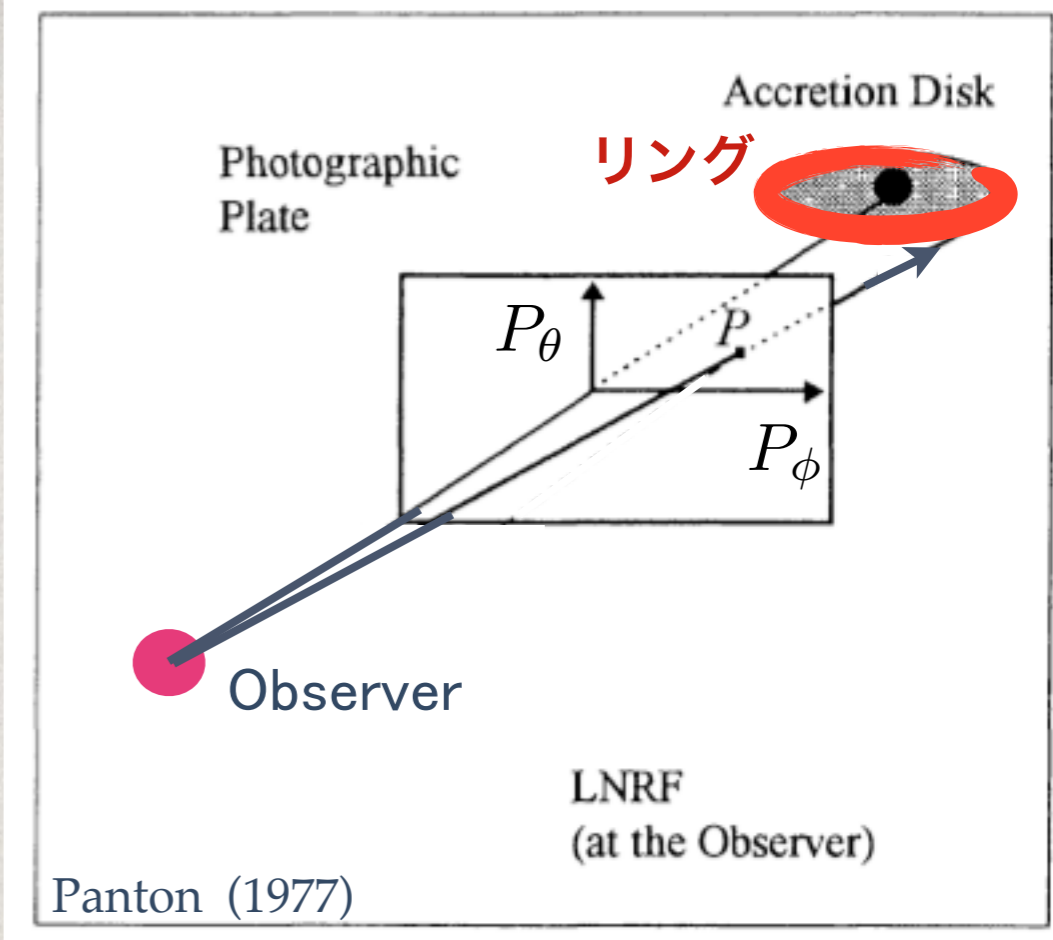
$P_\theta$  これらのパラメータ  
 $P_\phi$  について走査する



リングに到達したら  
位置と入射角を格納



重力赤方偏移、  
ドップラー効果、  
フラックスを計算



Equatorial ring around Kerr BH  $\theta = 0.4\pi$

特殊相対性理論によると、自由な物質粒子の運動は最小作用の原理

$$\delta \int ds = 0 \quad (1.32)$$

によって決まる。この原理によれば、粒子の世界線は与えられた世界点を結ぶ停留曲線となる — 今の場合直線となり、通常の3次元空間では一様な直線運動に対応する。さて、世界間隔  $ds$  は、以下のように書くことができる：

$$ds = (g_{\alpha\beta} \dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta)^{1/2} d\lambda \quad (1.33)$$

ここで、 $\dot{x}^\alpha \equiv dx^\alpha/d\lambda = p^\alpha = mu^\alpha$  であり、 $\lambda$  は世界線に沿った任意のパラメータである。これより、

$$\delta \int ds = \delta \int (g_{\alpha\beta} \dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta)^{1/2} d\lambda = \delta \int \mathcal{L} d\lambda = 0. \quad (1.34)$$

と書ける。ここで  $\mathcal{L}$  はラグランジアンである。この粒子の運動に対して、(1.34) が実現するためにはラグランジアン

$$\mathcal{L} = (g_{\alpha\beta} \dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta)^{1/2} \quad (1.35)$$

に対する Euler-Lagrange 方程式

$$\frac{d}{d\lambda} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\alpha} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\alpha} = 0 \quad \longleftrightarrow \quad \frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{ds} \frac{dx^\gamma}{ds} = 0$$

が満足されなければならない、これを解くことで粒子の軌跡が得られる。

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu}(x^\alpha) p^\mu p^\nu &= m^2 && \text{for particle} \\ g_{\mu\nu}(x^\alpha) p^\mu p^\nu &= 0 && \text{for photon} \end{aligned}$$



(ii) アイコナル方程式

Hamiltonian function は、 $H \equiv p_\alpha p^\alpha = 0$  により与えられる。これより、光線の運動方程式は、次の Hamiltonian's canonical equation:

$$\frac{\partial x^\alpha(\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{\partial H(x^\alpha, p_\alpha)}{\partial p_\alpha}, \quad \frac{\partial p_\alpha(\lambda)}{\partial \lambda} = -\frac{\partial H(x^\alpha, p_\alpha)}{\partial x^\alpha} \quad (1.74)$$

となる (geodesic equation と等価となる)。この一階の連立微分方程式を、ルンゲクッタ法などで数値的に解けばよい。光源から一定の時間隔たった面、 $x^0 = \text{constant}$  面が波面となる。

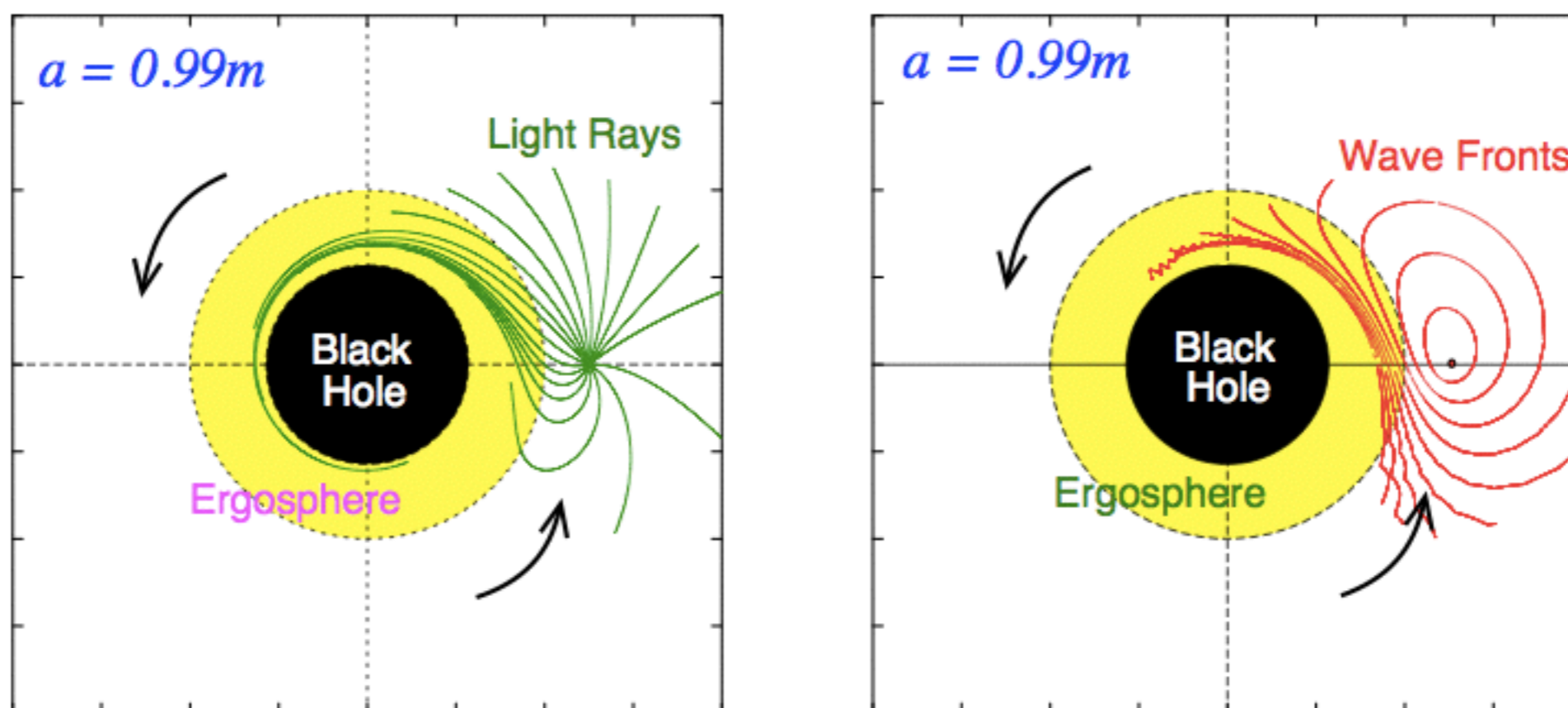
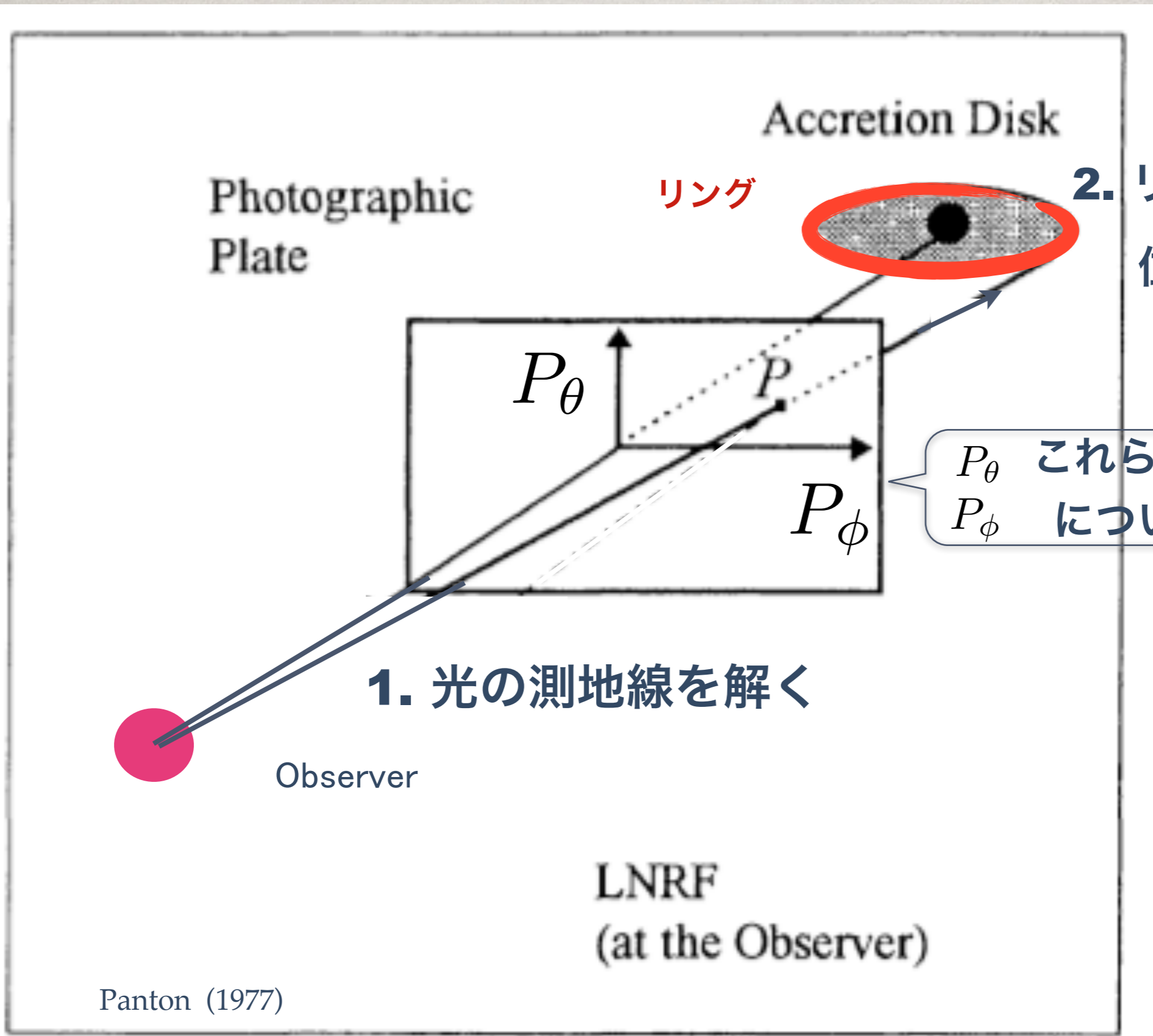


図 1.7: カー時空 (自転する BH の場合) における光線の軌道 (left) と光波面 (right)。



1. 光の測地線を解く

2. リングに到達したら位置と入射角を格納

$P_\theta$  これらのパラメータ  
 $P_\phi$  について走査する

3. 重力赤方偏移、ドップラー効果、フラックスを計算

# 例) 降着円盤からのフラックス

The Observed Flux  $F_{\text{obs}}$  (for disk image of a thin disk ; Page & Thorne 1974 )

The time-averaged flux of radiant energy,  $F(r)$ , (energy per unit proper time  $\tau$  per unit proper area  $A$ ) flowing out of upper face of disk, as measured by an observer on the upper face who orbits with the time-averaged motion of the disk's matter

$$F(r) = \frac{\dot{M}}{4\pi r} f, \quad (1.93)$$

where  $\dot{M}$  is the time-averaged rest-mass accretion rate. We define that  $a_* \equiv a/M$ ,  $x \equiv (r/M)^{1/2}$ ,  $x_0 \equiv (r_{\text{ms}}/M)^{1/2}$ . The function  $f$  is given by

$$f = \frac{3}{2M} \frac{1}{x^2(x^3 - 3x + 2a_*)} [x - x_0 - (3/2)a_* \ln(x/x_0) - K(x; x_1, x_2, x_3; a_*, x_0) - K(x; x_2, x_3, x_1; a_*, x_0) - K(x; x_3, x_2, x_1; a_*, x_0)] \quad (1.94)$$

where

$$K(x; x_1, x_2, x_3; a_*, x_0) \equiv \frac{3(x_1 - a_*)^2}{x_1(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} \ln \left( \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \right). \quad (1.95)$$

上記において  $x_0 \equiv (r_{\text{ms}}/M)^{1/2}$  で marginally stable orbit に対応し、

$$x_0 = \left[ 3 + Z_2 - \text{sgn}(a_*) [(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)]^{1/2} \right]^{1/2}, \quad (1.96)$$

$$Z_1 \equiv 1 + (1 - a_*^2)^{1/3} \left[ (1 + a_*)^{1/3} + (1 - a_*)^{1/3} \right]^{1/3}, \quad Z_2 \equiv (3a_*^2 + Z_1^2)^{1/2}. \quad (1.97)$$

また、 $x_1, x_2, x_3$  は、 $r^3 - 3Mr \pm 2a\sqrt{Mr} = 0$  の解で、

# 観測されるフラックス

$$F_{\text{obs}} = g^4 F_{\text{emi}}$$

## The Observed Flux $F_{\text{obs}}$ (for Line profiles)

From the relativistic invariance of  $I_\nu/\nu^3$  ( $= I_\mu/E^3$ ), i.e.,  $I_\nu^{\text{obs}}/\nu_{\text{obs}}^3 = I_\nu^{\text{em}}/\nu_{\text{em}}^3$ , the observed flux distribution  $F_\nu$  is given by <sup>11</sup>

$$dF_\nu^{\text{obs}}(E_{\text{obs}}) = I_\nu^{\text{obs}}(E_{\text{obs}}) d\Theta = (E_{\text{obs}}/E_{\text{em}})^3 I_\nu^{\text{em}}(E_{\text{em}}) d\Theta, \quad (1.87)$$

where  $d\Theta$  is the solid angle subtended by the disk in the observer's sky. Here, we define the redshift factor (GR version of Doppler factor) as

$$g \equiv \frac{\nu_{\text{obs}}}{\nu_{\text{em}}} = \frac{E_{\text{obs}}}{E_{\text{em}}} = \frac{(p_\alpha u^\alpha)_{\text{obs}}}{(p_\alpha u^\alpha)_{\text{em}}} = \frac{(p_t u^t)_{\text{obs}}}{[p_t u^t (1 + \Omega p_\phi/p_t)]_{\text{em}}} = \tilde{\alpha}_Z^{-1/2} [1 + \Omega (p_\phi/p_t)]_{\text{em}}^{-1}, \quad (1.88)$$

where  $\Omega \equiv u^\phi/u^t$  is the angular velocity of the emitting particle and

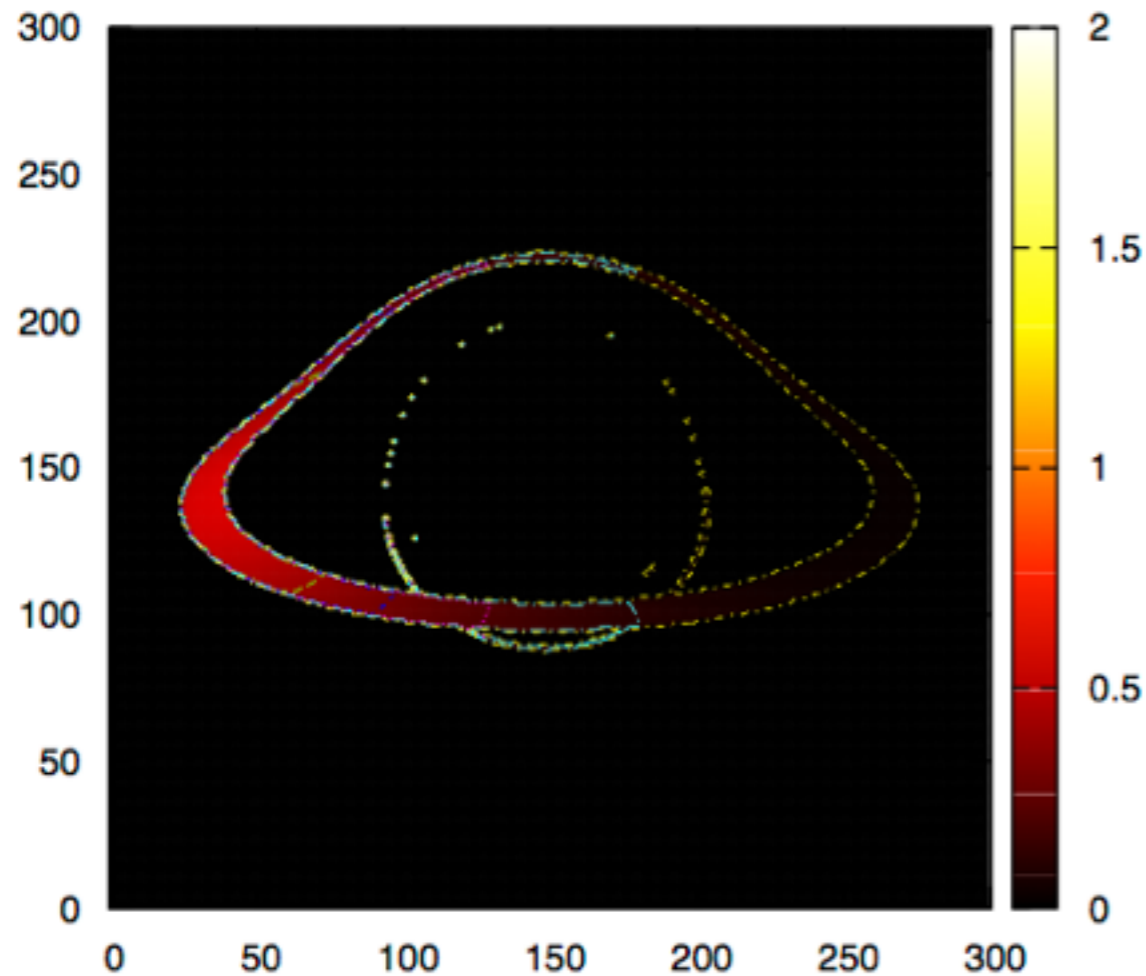
$$u_{\text{em}}^t = (g_{tt} + 2g_{t\phi}\Omega + g_{\phi\phi}\Omega^2)^{-1/2} \equiv \tilde{\alpha}_Z^{-1/2} \quad (1.89)$$

is the gravitational redshift factor for the rotating emitting matter. Note that  $u_{\text{obs}}^t = 1$  and  $p_t^{\text{em}} = p_t^{\text{obs}}$ . The value of constant  $p_\phi/p_t$  ( $\equiv -\lambda$ ) is determined by the angle between the rotational direction of the emitter and the direction of the photon trajectory at the disk surface (Luminet 1979) <sup>12</sup>.

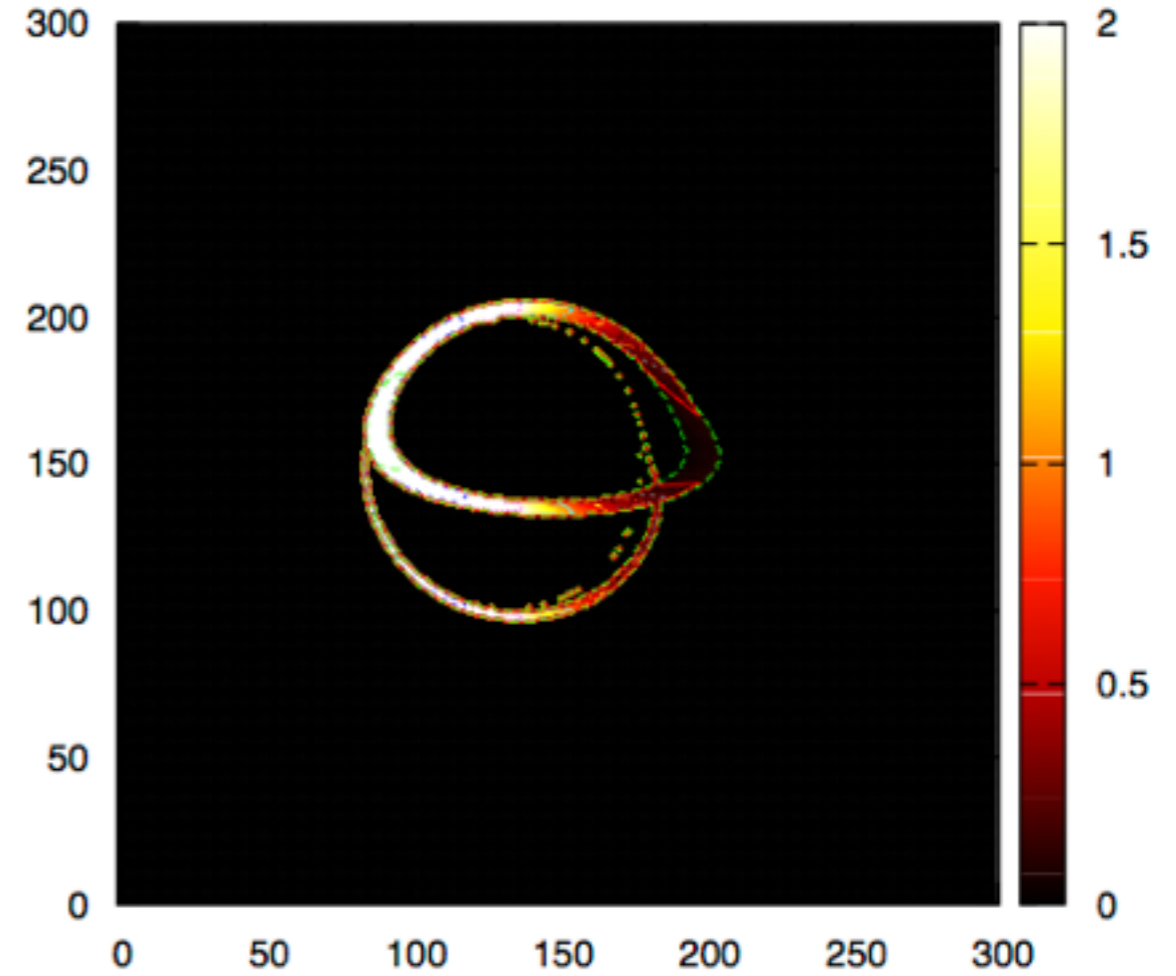
# フラックス分布：

$$\theta = 0.4\pi$$

スピン小  $a = 0.1 m$



スピン大  $a = 0.9 m$



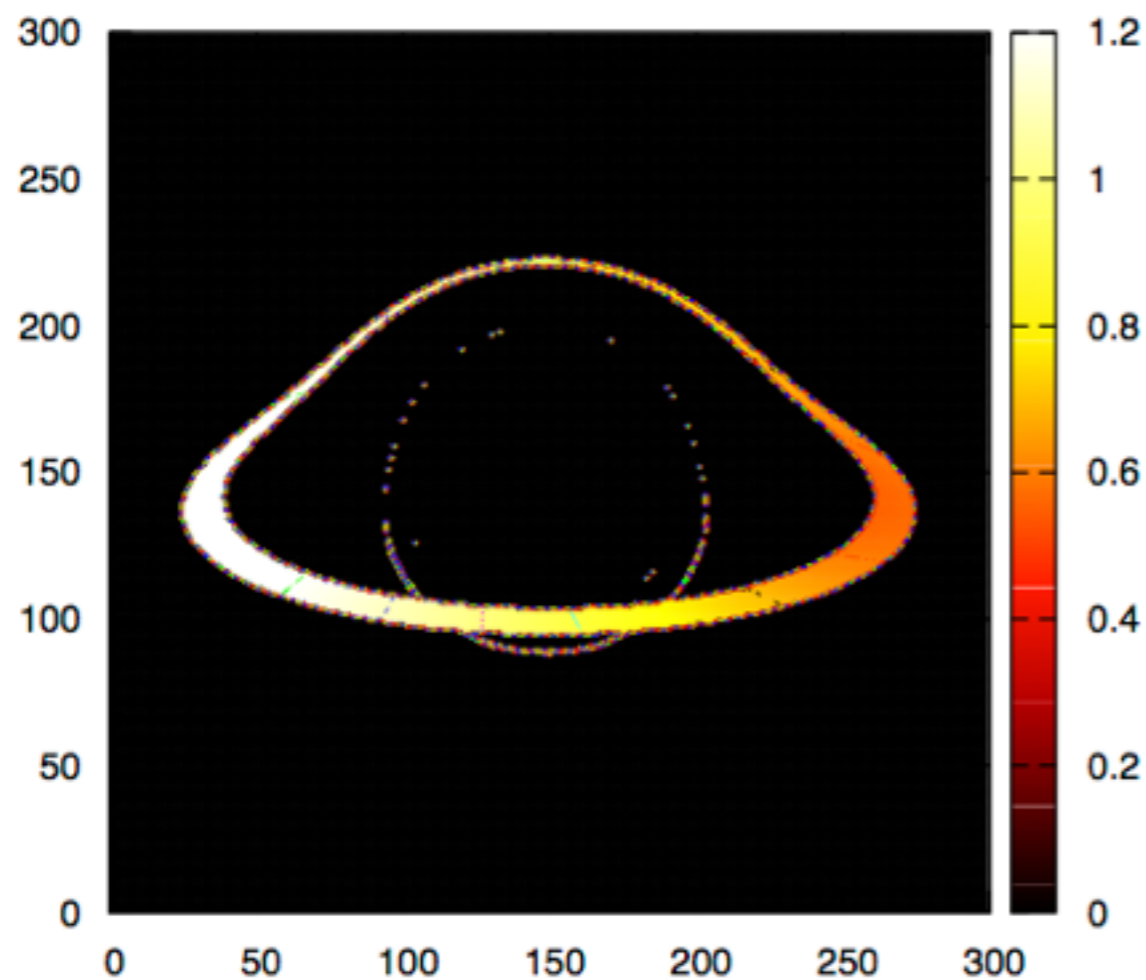
より内側を周回できる  
高速回転になる

リングの高速回転による強いビーミング効果（立体角の変化）  
+ 強重力場による**重力レンズ効果**（一般相対論効果）

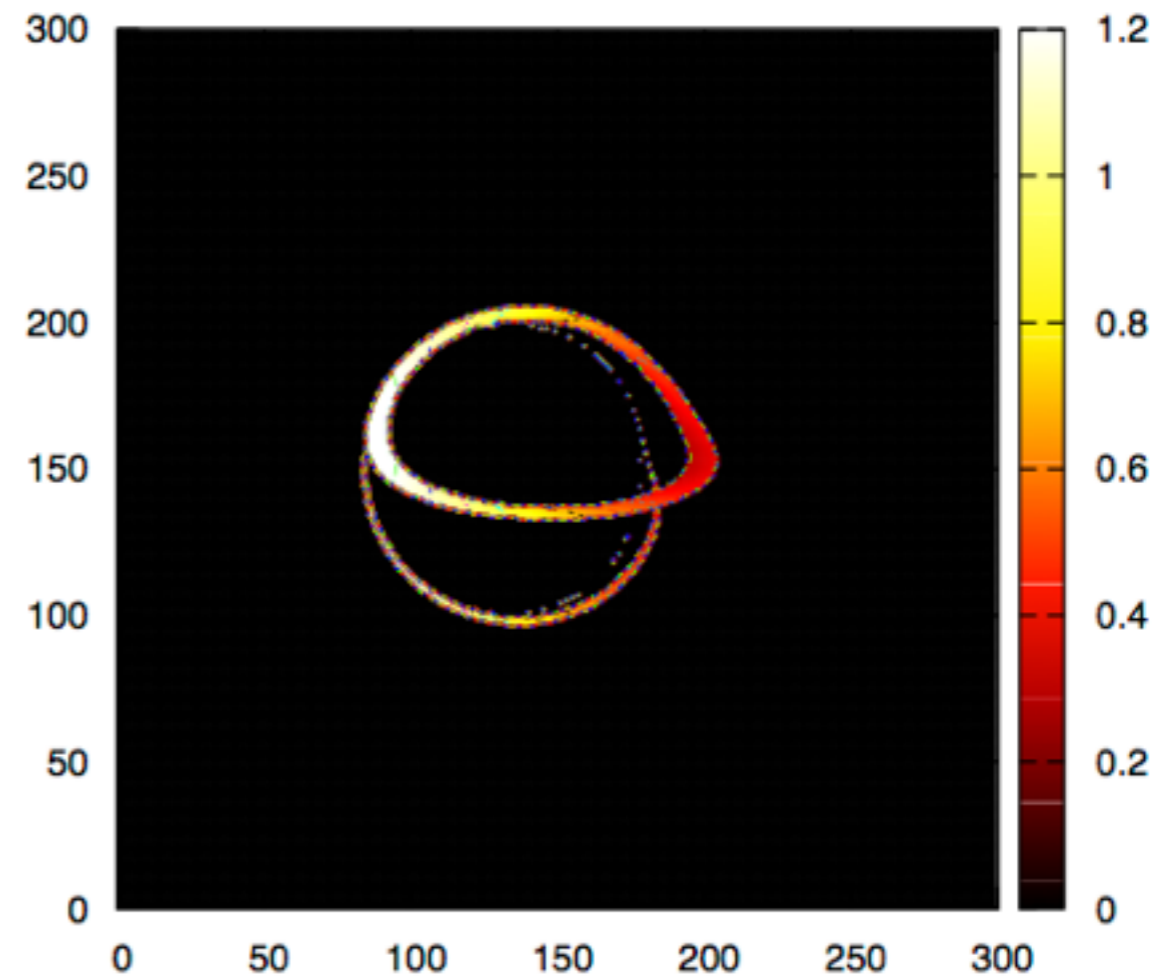
# 振動数の変化：

$$\theta = 0.4\pi$$

スピン小  $a = 0.1m$



スピン大  $a = 0.9m$



リングの回転によるドップラー効果

+ 横ドップラー効果 (特殊相対論効果)

+ 強重力場による重力赤方偏移 (一般相対論効果)

ダブルピーク & 広がった  
鉄輝線など

$$\theta = 0.4\pi$$

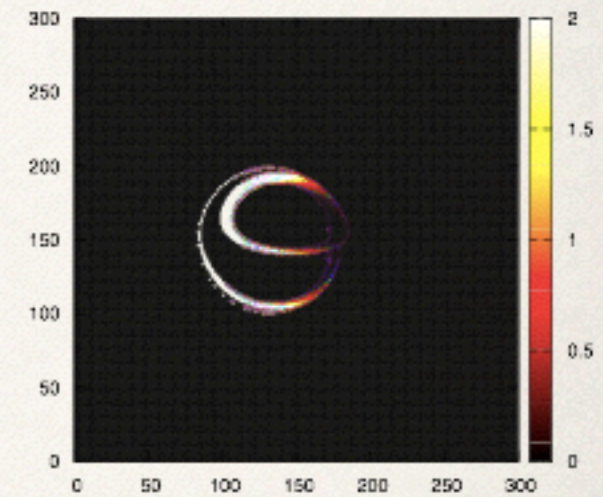
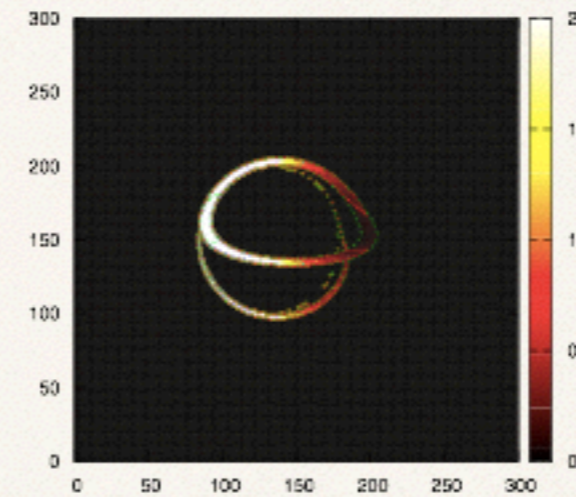
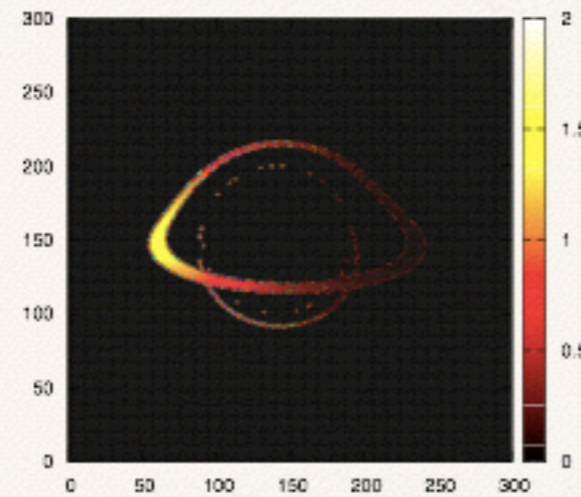
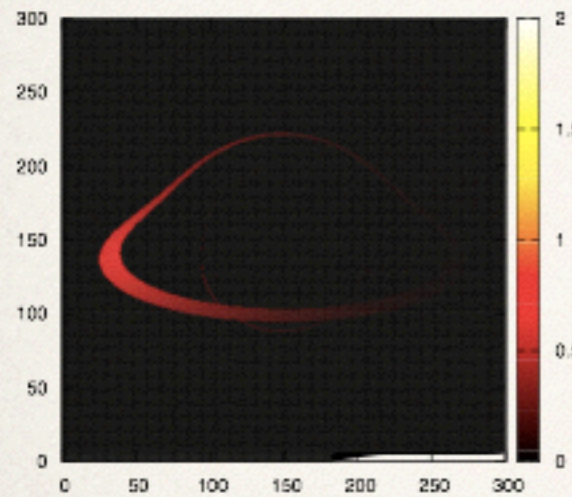
$$a = 0.1 m$$

$$a = 0.5 m$$

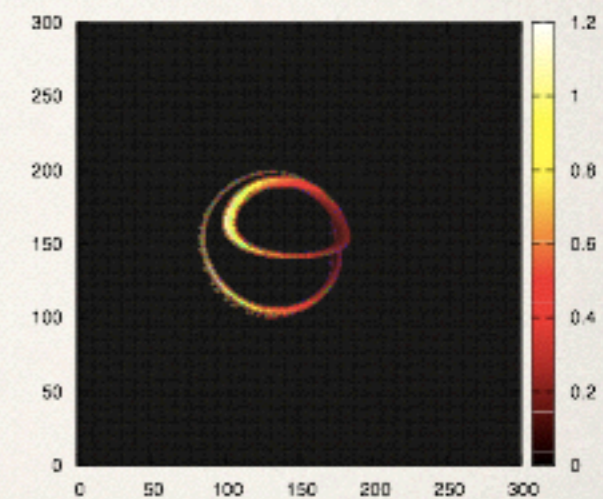
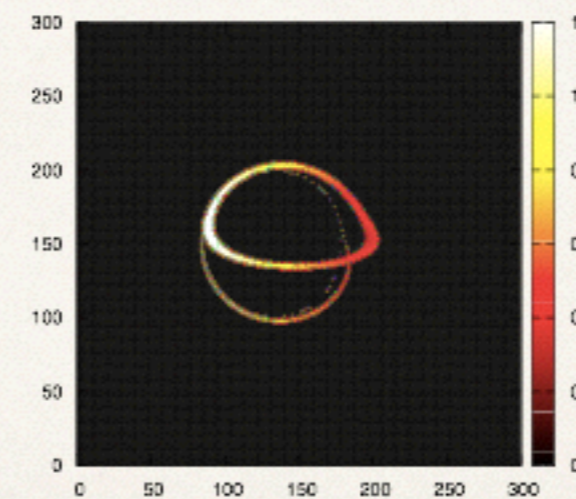
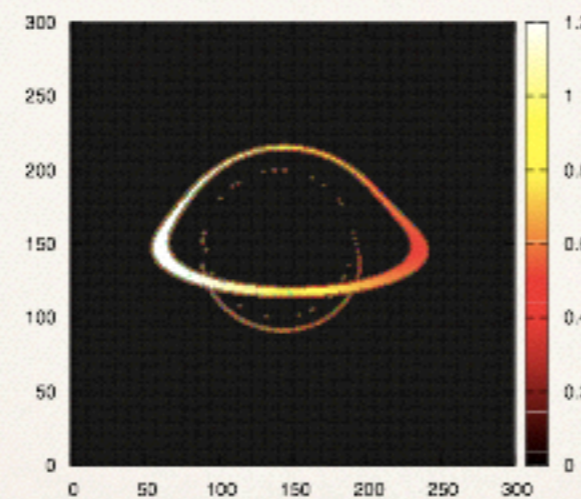
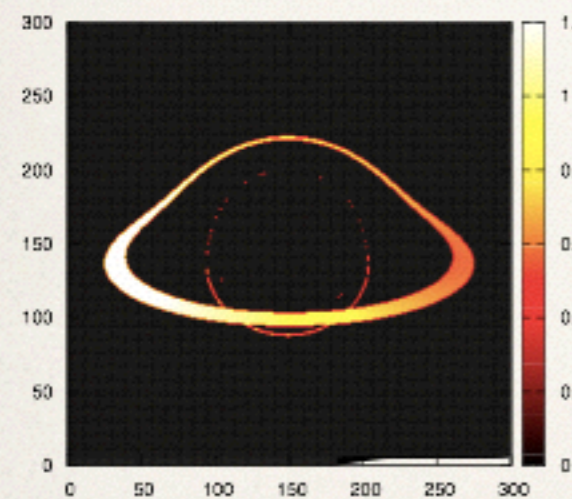
$$a = 0.9 m$$

$$a = 0.998 m$$

Flux



Redshift Factor



観測実施の前に理論研究で押さえておくべき効果

手っ取り早くできる試みとして・・・

# Toy models

---

- ❖ 振動数毎にフラックス計算 → **輝線スペクトル**計算 (鉄輝線)
- ❖ 回転円盤上にホットスポットがある場合 → **時間変動**
- ❖ 異なるガス円盤モデル → 輝度分布のテンプレート ⇔ **観測像**
- ❖ **吸収散乱**：光学的厚み考慮の計算 → 曇って見えない可能性も？
- ❖ **偏光・偏波**のモデルは準備中 (偏光ベクトルに関する保存量を適用)
- ❖ **磁気圏モデル**も重ねてみる → 磁場を介した相対論効果の検出

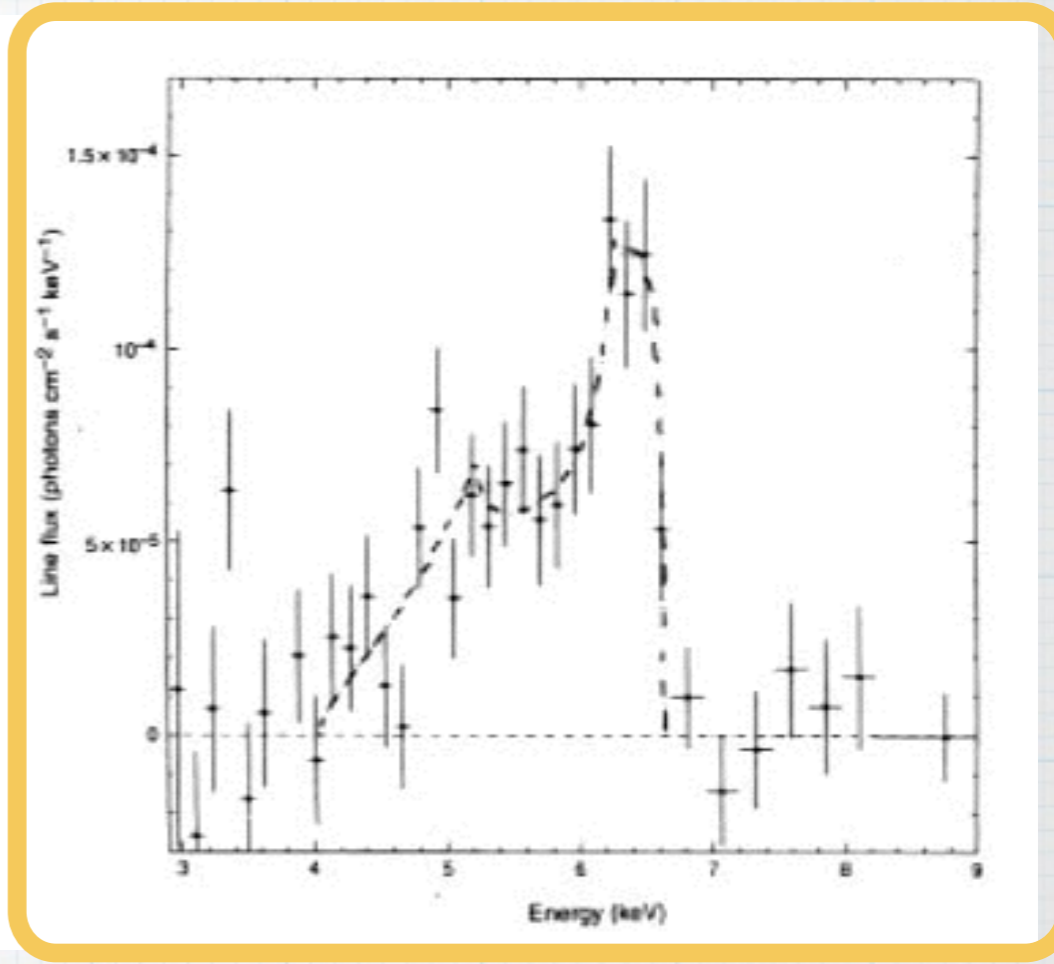
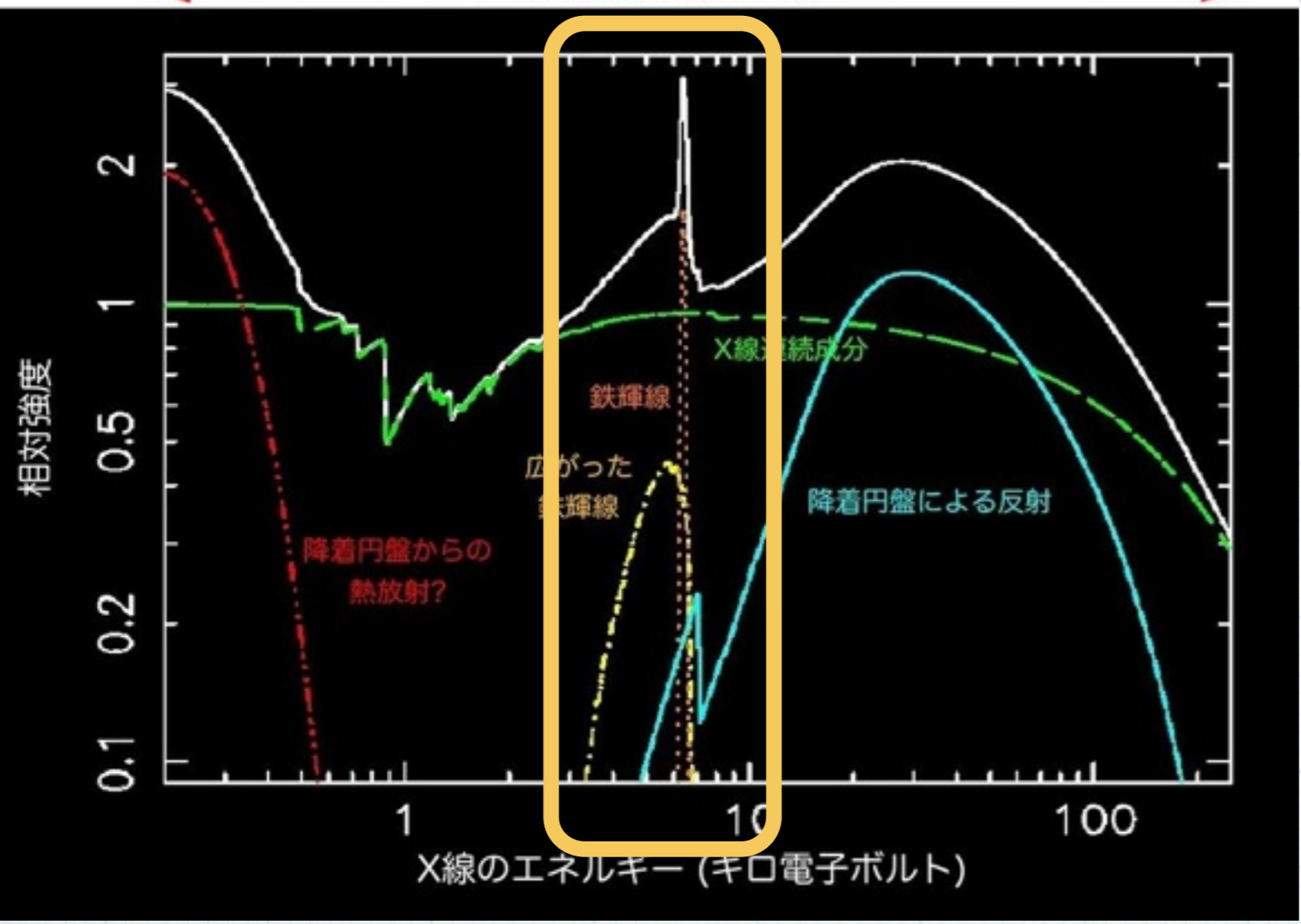


# 鉄輝線による情報

ドップラー効果、ビーミング効果

重力赤方偏移

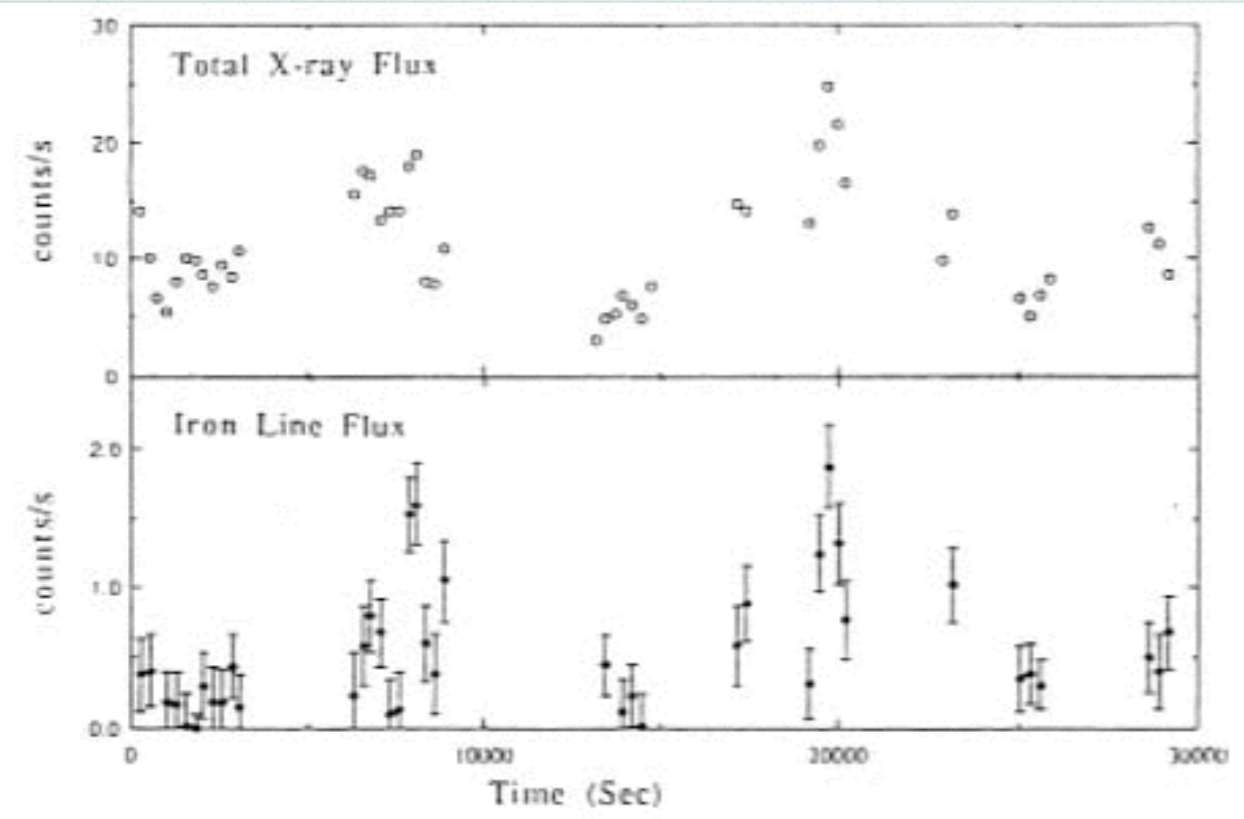
ニュートン衛星、チャンドラ衛星のエネルギー帯域  
 すすく衛星のエネルギー帯域



「あすか」によって得られた  
**鉄輝線のスペクトル**  
**MCG-6-30-15**  
 (セイファート1型AGN)  
**非対称**に広がった形が特徴的  
 BH spin ができる！

**NGC6814 の  
 light curve**

連続成分と鉄輝線の時間変動には相関がある  
 鉄輝線はBH近傍から来ている  
 (中心の放射領域から7500万km以内)



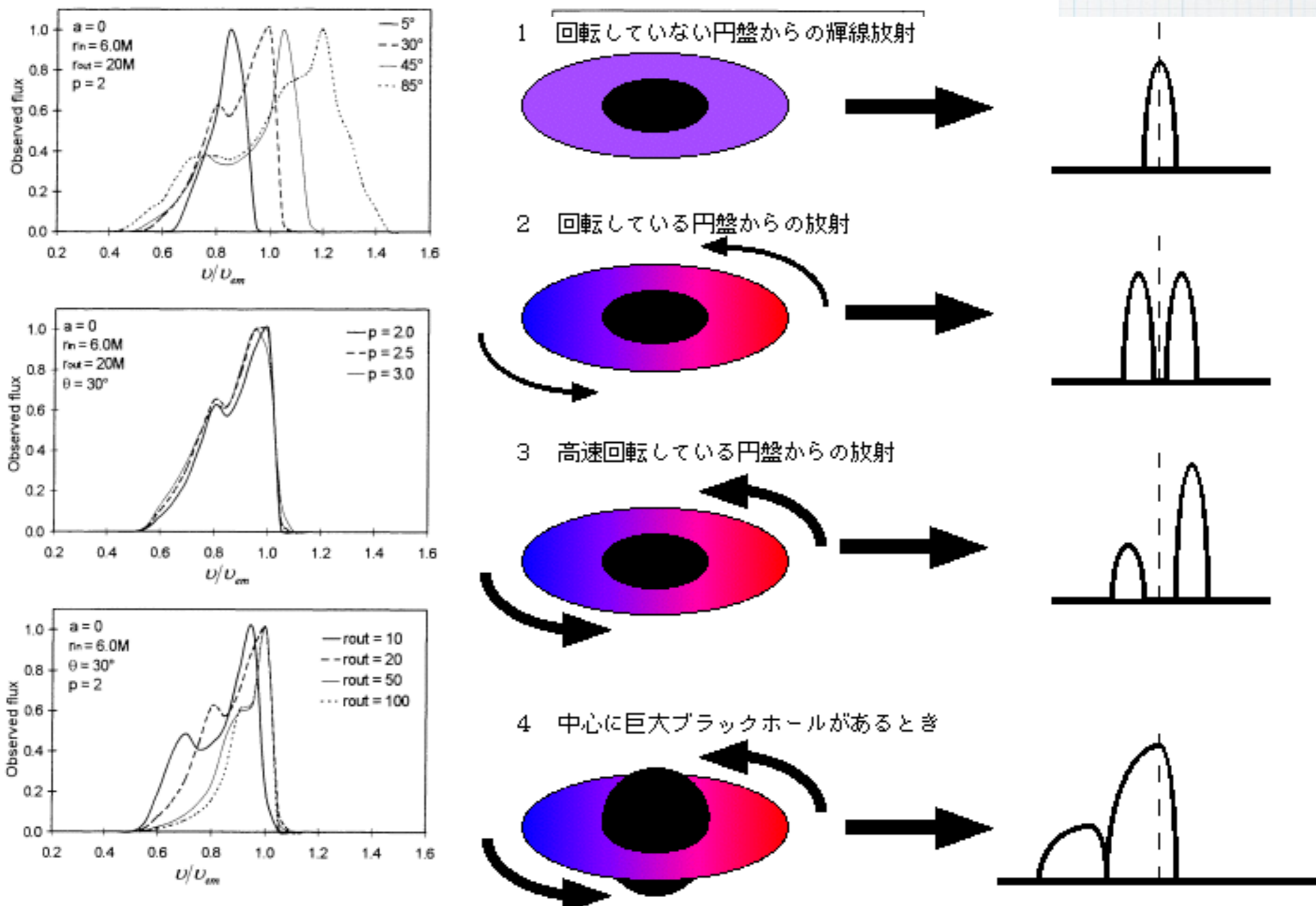


Fig. 3. Theoretical emission line profiles for a non-rotating black hole (left) and a rotating  $a = 0.998M$  one (right). The effect of changing various parameters is shown: viewing angle  $\theta_{\text{obs}}$  (top), emissivity index  $p$  (centre), outer radius  $r_{\text{out}}$  (bottom). The integrated line flux is in arbitrary units. All profiles are scaled to unity for better comparison and smoothed with a cubic spline for better outlook.

# 天文教育・物理教育へ

A 銀河系と地球の公転・自転に関する次の文章を読み、下の問い(問1～3)に答えよ。

2011 センタ試験・地学

次の図1は、銀河系における太陽系の位置と、地球の公転軌道の模式図である。(a)太陽系は銀河中心から約8000パーセク離れた位置にある。地球から見たとき、銀河中心の方向は黄道面より約 $6^\circ$ 南になる。

地球は太陽のまわりを公転しながら自転している。**ア**の証拠としてフーコーの振り子の実験があげられる。北極点で振り子を振ると、地球上に立つ人が上からみて振動面は**イ**。

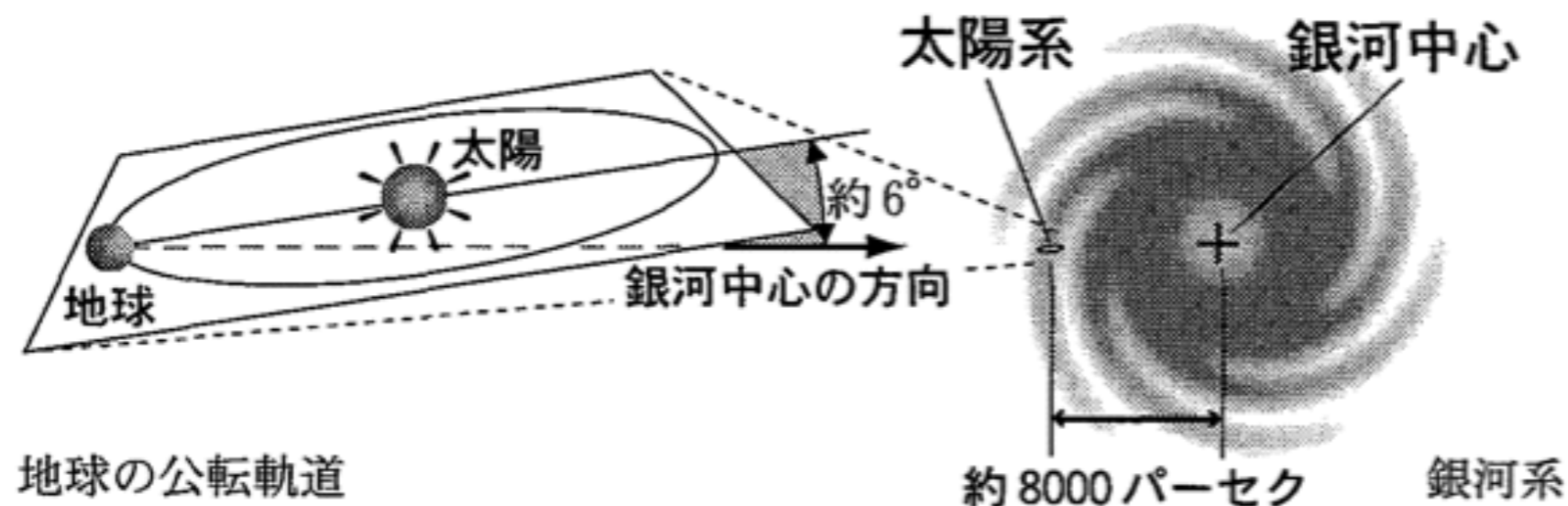
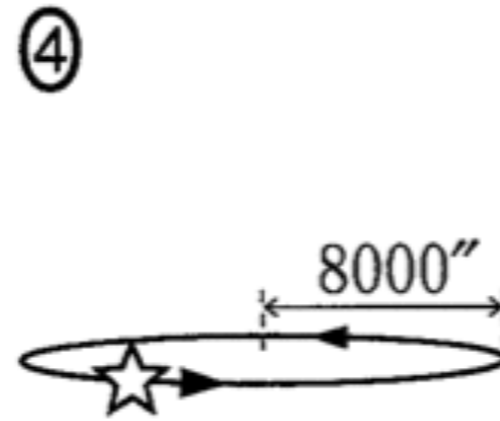
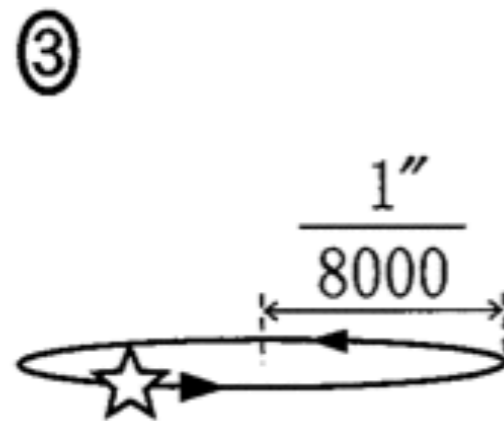
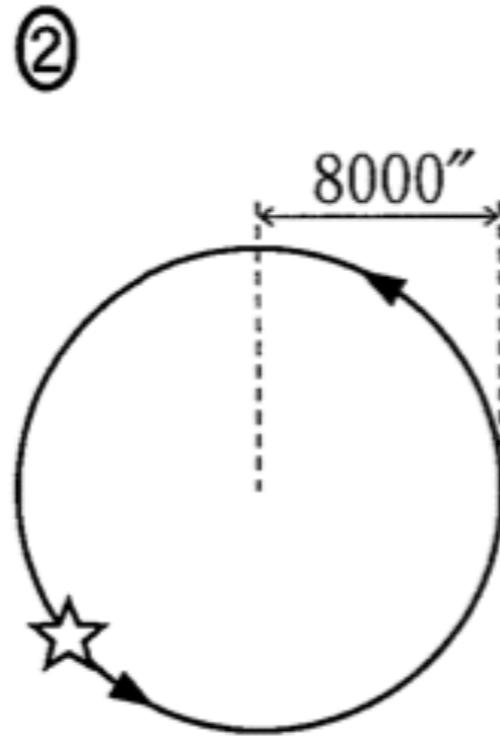
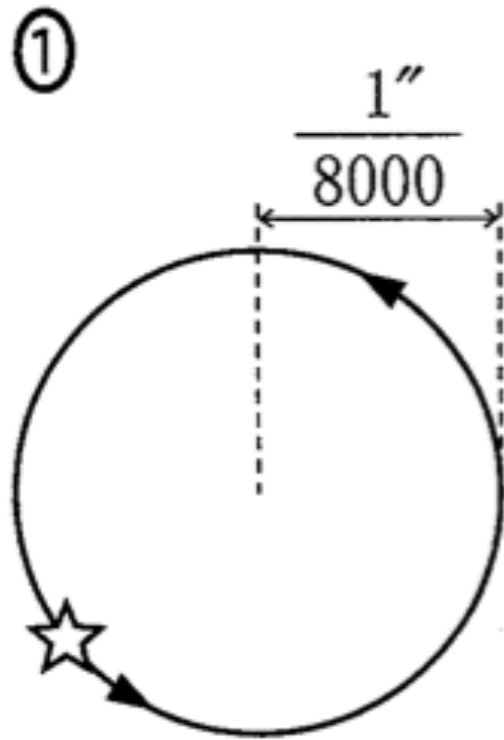


図1 銀河系における太陽系の位置と、地球の公転軌道の模式図

問 3 前ページの文章中の下線部(a)に関連して、銀河中心にある天体「いて座 A」の年周視差による天球上の動きを示した図として最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 3

2011 センタ試験・地学

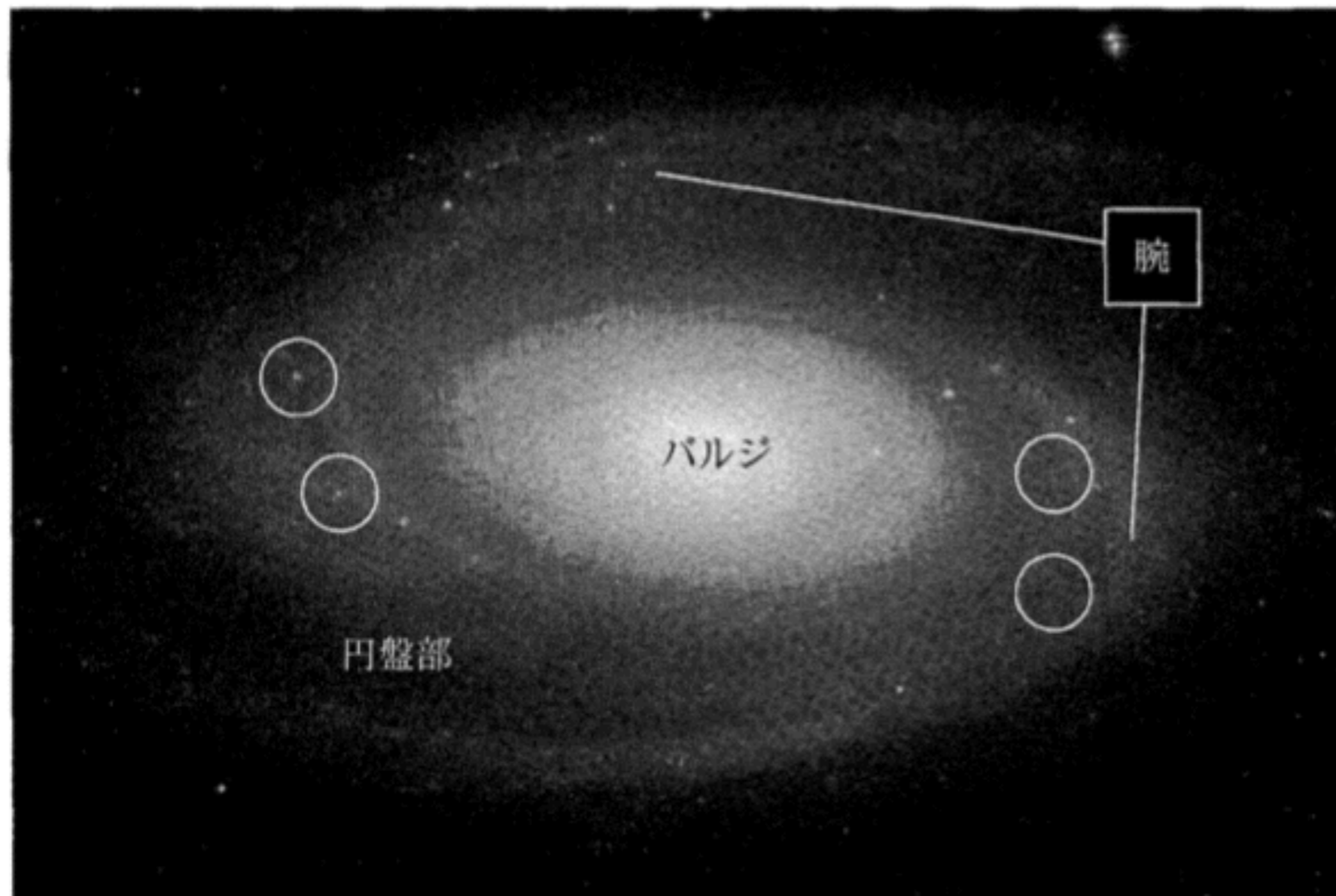


年周視差  
銀河系の構造

C 銀河の構造と色に関する次の文章を読み、下の問い(問5・問6)に答えよ。

次の図3は渦巻銀河の写真である。多くの渦巻銀河では(a)中心部(バルジ)は明るく黄色いのに対して、円盤部はバルジより暗く青白い。それらの明るさは銀河を形づくる恒星の密集する度合いを、色は平均的な表面温度を反映している。また、(b)円盤部の腕に沿って暗黒星雲や散光星雲が点在している。銀河系にあるオリオン大星雲は、代表的な散光星雲である。

2010 センタ試験・地学



バルジ  
円盤部  
暗黒星雲  
散光星雲

B 天体のスペクトルに関する次の文章を読み、下の問い(問4～6)に答えよ。

2012 センタ試験・地学

光の波長ごとの強度の分布をスペクトルと呼ぶ。スペクトルを調べることにより、天体に関する情報を得ることができる。次の図2は、太陽のスペクトルである。図中のところどころに見える暗線(吸収線)は  線と呼ばれ、ある元素によって特定の波長の光が吸収されるために生じている。吸収線の波長や強度を調べることにより、太陽大気の色組成(種類と存在量)がわかる。また、吸収線の現れ方は恒星の  によって大きく異なるので、それによって分類された恒星のスペクトル型は、恒星の  のよい指標となる。

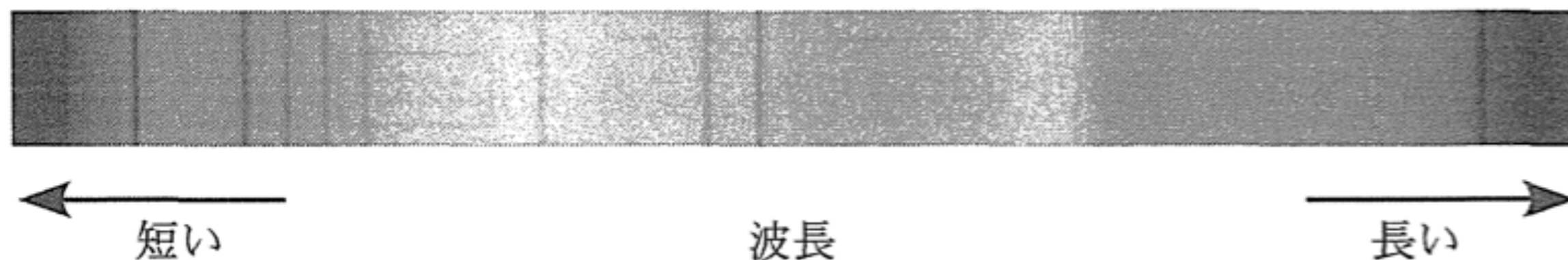


図2 太陽のスペクトル



# 高校物理の分野から

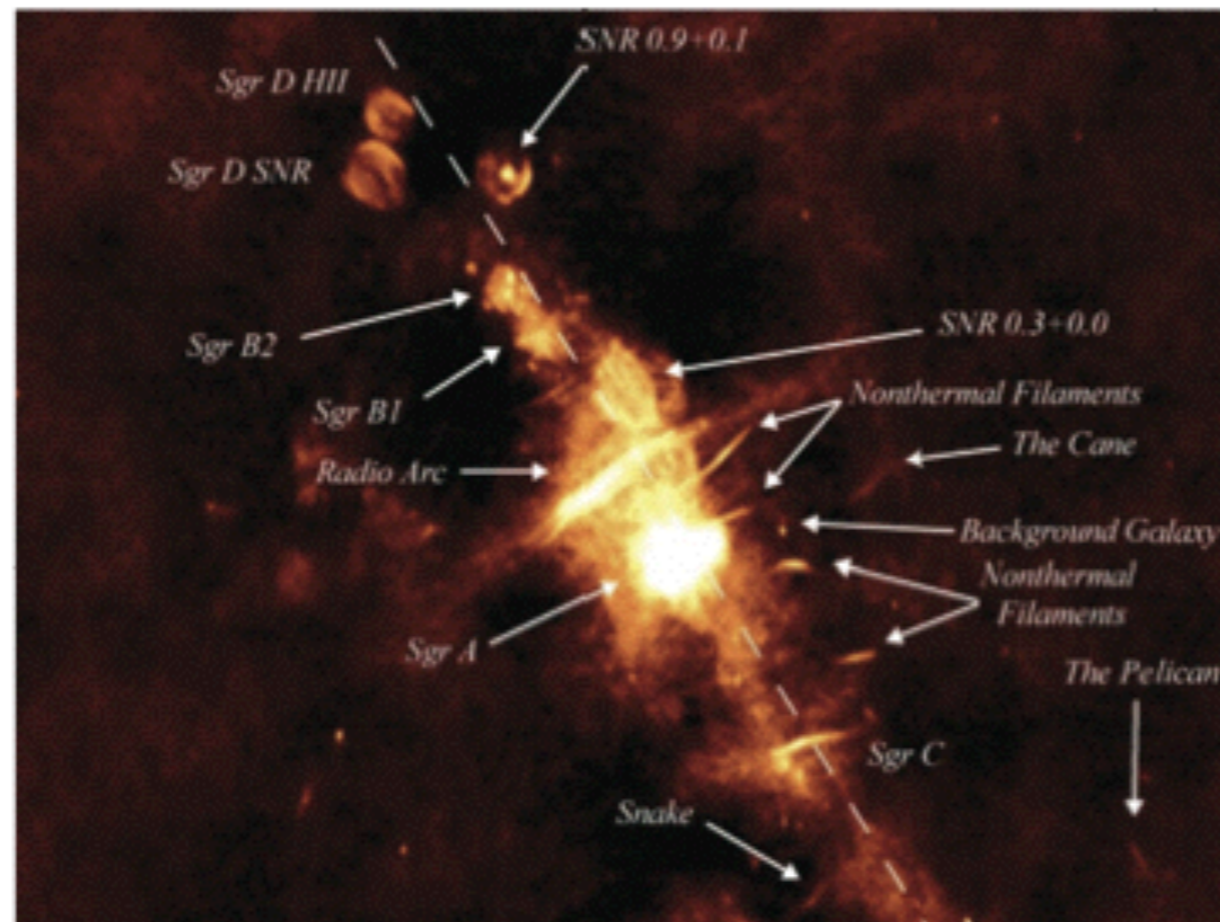
- \* 重力と遠心力（有効ポテンシャル）
- \* 運動方程式と万有引力（ケプラーの法則）  
楕円軌道、角運動量保存、公転周期
- \* 原子と原子核（エネルギー準位、核融合）
- \* 線スペクトルとドップラー効果

# 44 銀河系の中心を探る

私たちの銀河系の中心領域では、様々な活動現象が観測されている。最も近くに位置する銀河中心であることより、この活動性を理解し中心領域の構造を明らかにすることは、遠方の他の銀河中心の理解にも繋がると期待できる。中心核領域には巨大ブラックホールの存在が示唆されている。本節では、これらの銀河中心領域での活動性やその姿について調べてみよう。

## 44.1 銀河系の中心領域：いて座 A

銀河系の中心領域（銀河中心から 10pc 以内）は、円盤部の濃い塵（暗黒星雲）のため可視光線では観測することができない。その一方で、電波や赤外線、X線やガンマ線の波長域に対しては吸収を受けにくく観測が可能である。非常に明るい中心核領域（Sgr A），そこから噴出しているように見えるジェット状ガス流，いくつもの超新星残骸，リング状の分子雲などが観測されている。



超・宇宙を解く

大学生向け  
演習書

# 51 重力レンズ

重力場は“時空を歪め”，そこを通過する光線の進路を曲げてしまう。例えば遠方天体と我々の間に強大な重力場をもつ天体が位置していると，その天体近傍を通過する光線が曲げられることより，我々から見た遠方天体は“ある種のレンズ”を通して見たように観測することになる。この現象を**重力レンズ** (gravitational lens) という。この重力レンズについて調べることで，レンズ天体の重力場（物質の分布）について知ることができる。また重力レンズを用いて遠方天体を調べたり，さらには宇宙の構造を探ろうとする試みも進められている。この節では，宇宙に架かる壮大な蜃気楼—重力レンズ—について学ぼう。

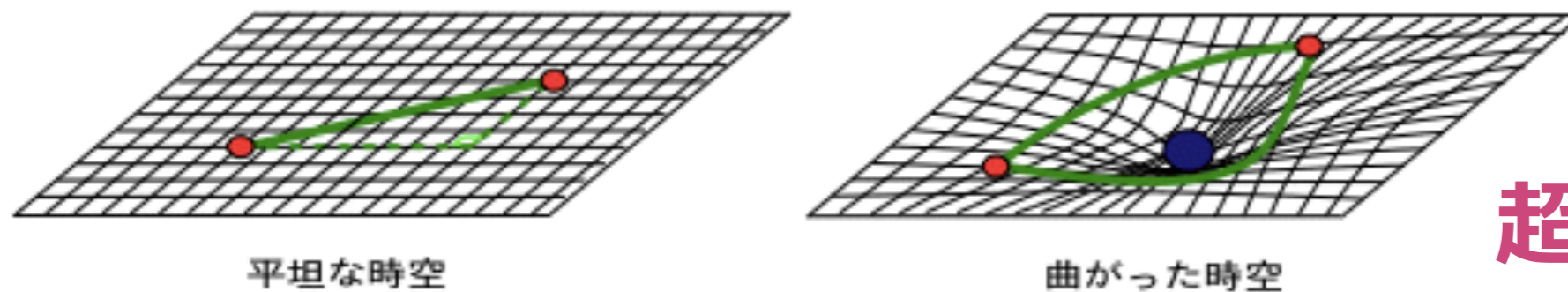


図 51.1 平坦な時空では光線は直進するが (左図)、時空が歪んでいると光線は湾曲する (右図)。

## 51.1 光線の湾曲

アインシュタインによって 1916 年に最終的に定式化された「一般相対論」は，重力場中を通過する光線が曲げられることを予言していた。例えば，太陽の縁近くを通過してくる遠方からの星の光は，本来の位置から角度  $\delta$  (ラジアン単位) 曲げられることになる。ここで

$$\delta = \frac{4GM}{c^2 a} = \frac{2r_g}{a} \quad (51.1)$$

である。  $G$  は万有引力定数，  $M$  は天体の質量，  $c$  は光速度，  $a$  は光線がもっとも天体に近づくときの距離である。  $r_g \equiv 2GM/c^2$  は天体のシュバルツシルト半径である。この光線の曲がり，太陽の縁近くに見える星のずれ角として，実際に 1919 年の皆既日食の際に，エディント

超・宇宙を解く  
大学生向け  
演習書