ブラックホール地平面と電磁場の相互作用

— Blandford-Znajek 過程をシンプルに理解する —

斉田 浩見（大同大学 at 名古屋市）

0. 初めに

- 低予算・少人数で，資金と人手が潤沢な他グループに勝つには，「他にはないかつ意味ある目標 Unique and Meaningfull AIm（UMAI）」を掲げ，それを適切に実現していくこと，が必要でしょうか？

- UMAI の一つは，

  『BH候補天体』を『BHそのもの』にする

  ことが挙げられないでしょうか？

- 必ずしもBH影の撮像だけに こだわらずともよいだろう。

$$\rightarrow \begin{cases} \text{SgrA}^* \text{ へのガス塊の落下} \\ \text{SgrA}^* \text{以外のBH候補天体} \end{cases} \text{ を有効利用することも考えます。}$$

SgrA* Daily Monitoring で UMAI が実現できたら嬉しい !?

→ 今回は,『BHそのもの』ではないが，エネルギー収支について ⋯

1. ブラックホールと電磁場

1.1 電気力線・磁力線は地平面に「刺さる」

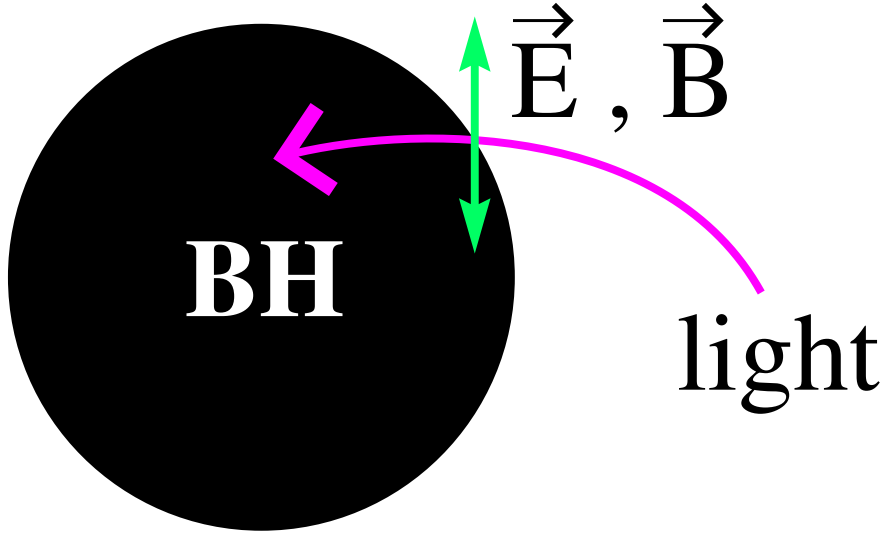
- BH地平面：
  - 重力は非常に強く，物質は落ちる一方で脱出不可能
  - 時空特異点（時空の端）はなく，滑らかな時空領域

→ 電磁場（ex. 光：電場・磁場の横波）もBHに落ちる一方だが，

電場・磁場としては地平面の内外に広がって分布する。

→ 電場・磁場の向きの「力線」は
地平面に突き刺さることが可能。

（光に直交する「電場」「磁場」
は空間的ベクトルである）



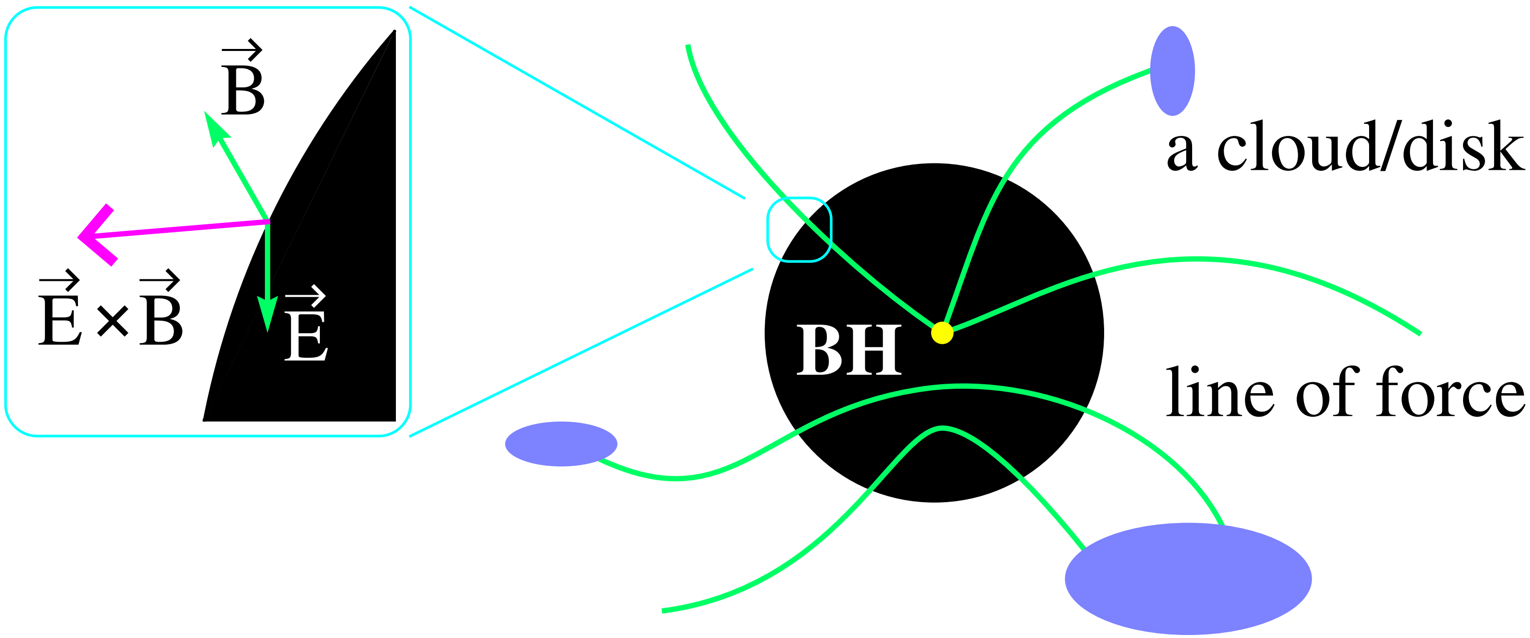
1.2 BH と電磁場の相互作用：互いに仕事を及ぼし合う

- 地平面に刺さった力線をいろいろと動かしたら ⋯

$\longrightarrow$ 周辺環境（ガス塊，円盤，etc...）と**仕事**を及ぼし合う。

$\longrightarrow$ 電磁場が媒介する仕事なので Poynting **エネルギー流速** になる！

$\longrightarrow$ 状況によって，$\left\{\begin{array}{l}\textbf{BH にエネルギーを注入する}\\ \textbf{BH からエネルギーを引抜く}\end{array}\right.$ ことになる。



2. 定常軸対称な場合の Poyinting エネルギー流速

問い： 定常軸対称な場合で，エネルギー 注入/引抜き の判別条件は？

2.1 定常軸対称な時空と地平面（重力理論は任意）

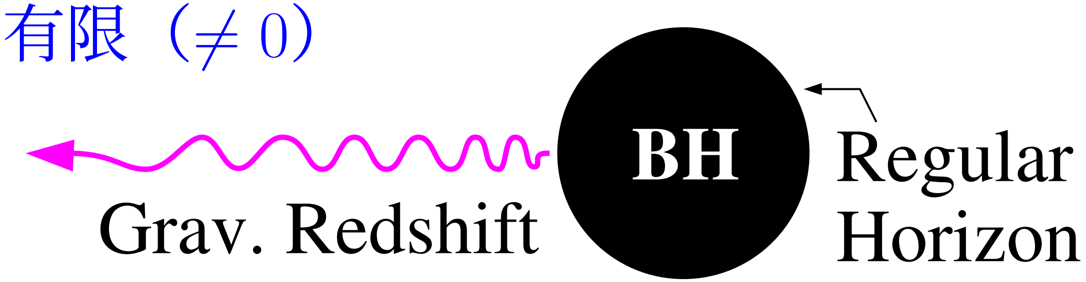
- 線素：$\mathrm{d}s^2 = -\alpha\, c^2 \mathrm{d}t^2 + \beta \left[\mathrm{d}\varphi - \omega\, c\, \mathrm{d}t \right]^2 + p\, \mathrm{d}r^2 + q\, \mathrm{d}\theta^2$　　（c = 光速）

$\rightarrow$ $\begin{cases} \alpha\ ,\ \beta\ ,\ \omega\ ,\ p\ ,\ q：(r,\theta) \text{ の関数（} t\ ,\ \varphi \text{ に依存しない：定常軸対称）} \\ \omega(r,\theta)：\text{時空の角速度（時空の引きずり）} \end{cases}$

- 要請 $\begin{cases} \text{地平面の位置は } r \text{ だけで指定：} r = r_H \text{（} r \text{ 方向に座標特異点）} \\ \text{地平面の近傍で時空は正則：} \det g_{\mu\nu} = -\alpha\beta p q\,|_{r_H} = \text{有限（} \neq 0 \text{）} \\ \text{地平面で無限大の重力ドップラー：} \alpha_H = 0 \\ \text{地平面は正則：} q_H\ ,\ \beta_H = \text{有限（} \neq 0 \text{）} \end{cases}$

$\Rightarrow\ O\left(\dfrac{1}{p_H}\right) \sim O(\alpha_H) \rightarrow 0$

(as $r \rightarrow r_H$)



2.2 定常軸対称な電磁場（「Force-Free 条件」は課さない）

- 単位系：電荷Qのクーロンの法則が $\dfrac{Q}{r}$ となる単位系（ $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi}$ ）

- Vector Potential： $A_\mu(r, \theta)$ $\cdots$ t , φ に依存しない（定常軸対称）

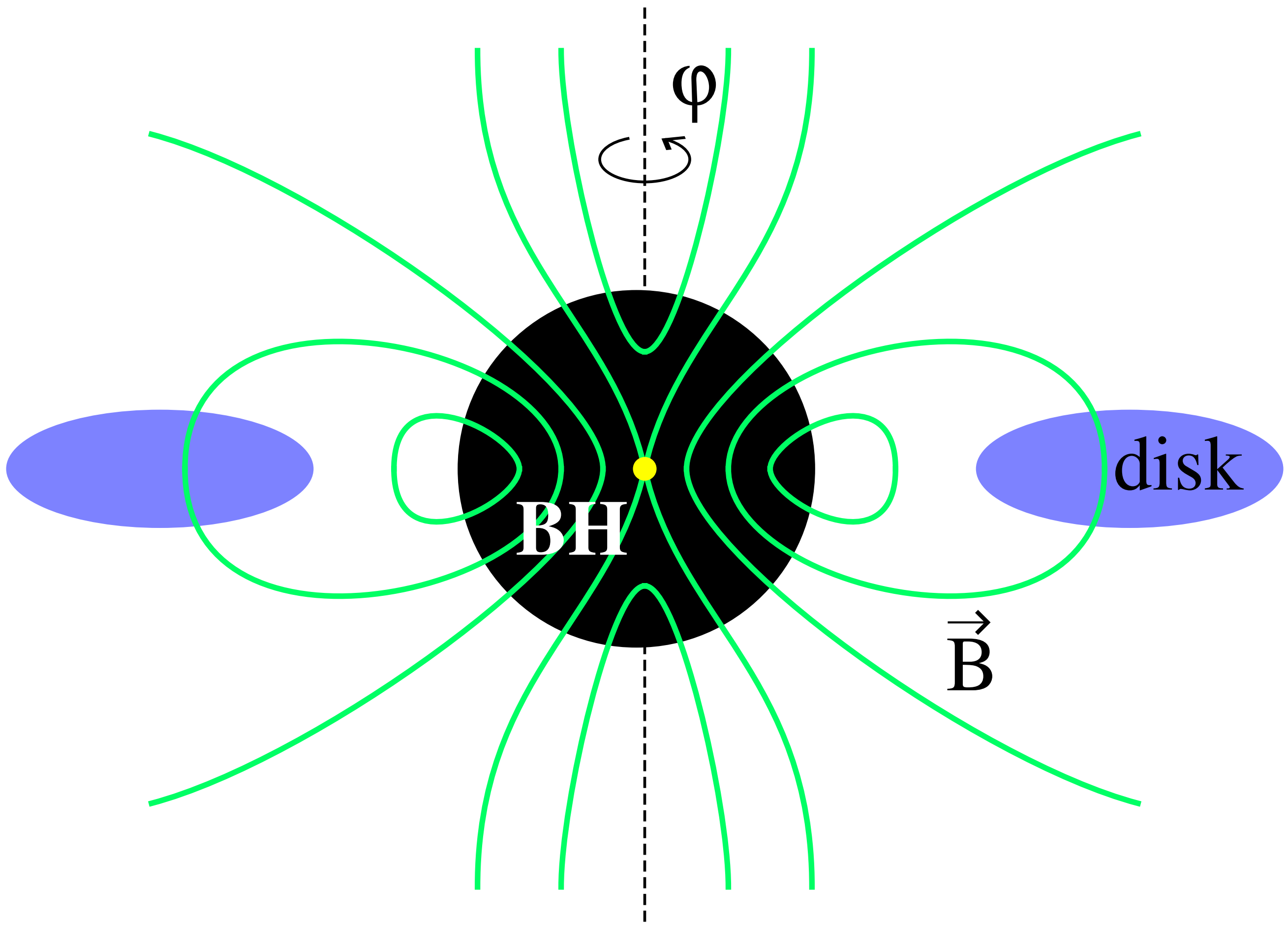
  → Maxwellテンソル： $F_{\mu\nu} := \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

- エネルギー運動量テンソル： $T^{\mu\nu} = \dfrac{1}{4\pi}\left[F^\mu{}_\alpha F^{\nu\alpha} - \dfrac{1}{4} g^{\mu\nu} F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} \right]$

- 後の便宜のため定義： $\Omega^{(\mathrm{r})} := -\dfrac{A_{ct,r}}{A_{\varphi,r}}$, $\Omega^{(\theta)} := -\dfrac{A_{ct,\theta}}{A_{\varphi,\theta}}$

  → もしも Force-Free条件を課すと,『$\Omega^{(\theta)} = \Omega^{(\mathrm{r})} =$ 磁力線の角速度』
  という物理的解釈が与えられる。（今は単なる数学的定義とする。）

2.3 定常軸対称な Poyinting エネルギー流速（下はテキトーな図）



- Poyinting ベクトル

$$\mathcal{E}^{\mu} := -c\,T^{\mu}{}_{ct}$$

$$\downarrow$$

地平面を通るエネルギー収支を評価するために，**動径 r 成分に注目する**：

$$\mathcal{E}^{r} = -\frac{c}{4\pi} F^{r\theta}\,\Omega^{(\theta)}\,A_{\varphi,\theta}$$

$$\downarrow$$

地平面上での $F^{r\theta}\big|_{r_H}$（磁場の φ 成分）の計算が必要

2.4 磁場の地平面上での境界条件 と エネルギーの注入/引抜き

- 磁場の地平面上での境界条件：

  地平面を横切る（BHに落ちる）観測者が測る地平面上の磁場は有限

→ 計算を実行すると，$F_H^{r\theta} = -\dfrac{\omega_H - \Omega_H^{(\theta)}}{q_H\sqrt{(\alpha p)_H}} A_{\varphi,\theta}(r_H)$

（添え字 $_H$ は『地平面 $r = r_H$ における値』のこと）

- Poyinting エネルギー流によるエネルギー注入/引抜き

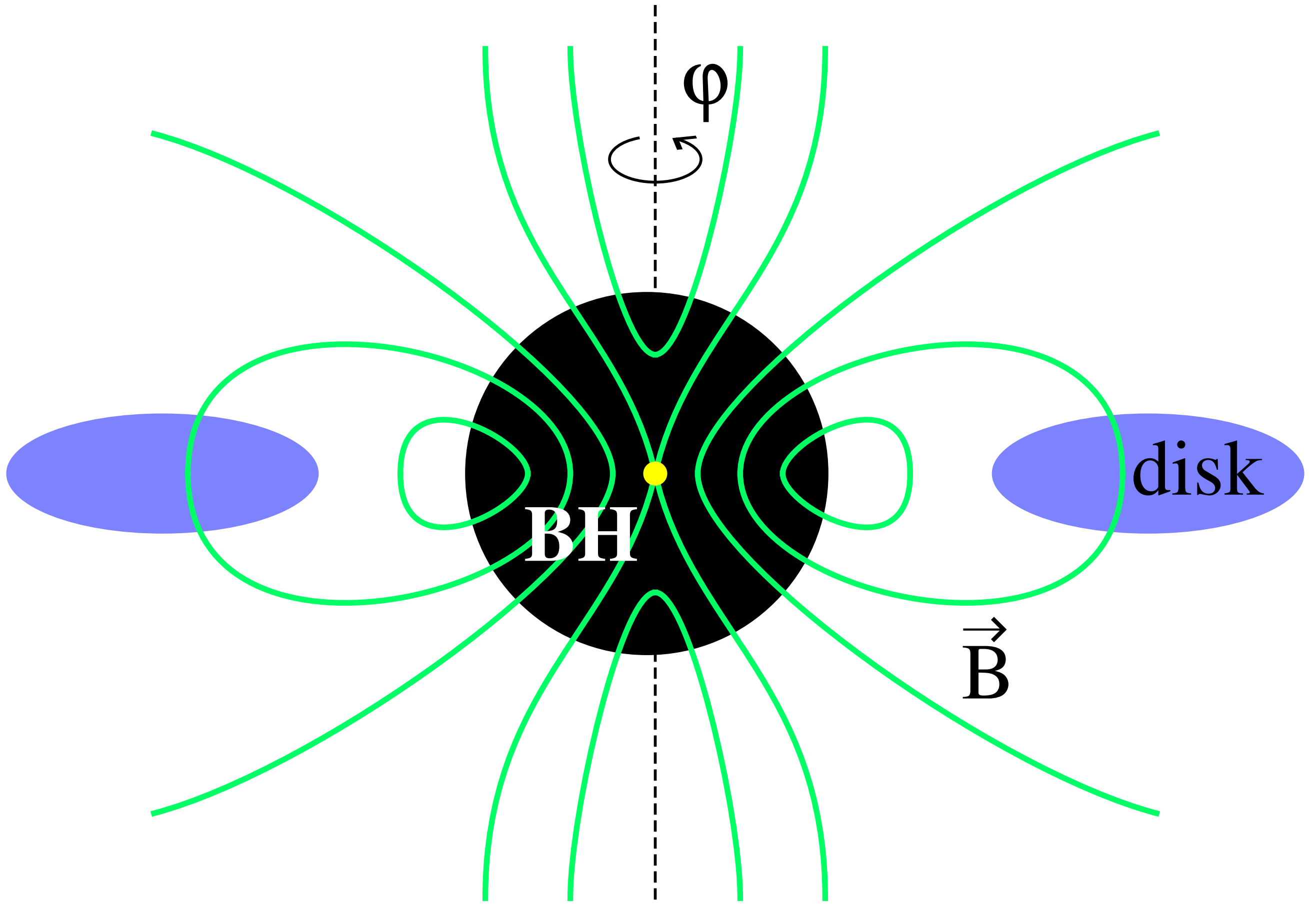
$$\mathcal{E}_H^r = \frac{c}{4\pi}\frac{\left[\omega_H - \Omega_H^{(\theta)}\right]\Omega_H^{(\theta)}}{q_H\sqrt{(\alpha p)_H}}\left[A_{\varphi,\theta}(r_H)\right]^2 \quad , \quad \Omega_H^{(\theta)} := -\left.\frac{A_{ct,\theta}}{A_{\varphi,\theta}}\right|_{r_H}$$

→ **地平面の角速度 ω_H と 電磁場の関数 $\Omega_H^{(\theta)}$ の差で，**

『エネルギー注入/引抜き』が決まる！

$\cdots$ Force-Free 条件下では，$\Omega^{(\theta)} =$「磁力線の角速度」→ **BZ過程**

3. まとめ



- **『BHそのもの』の存在を捉えたい**（僕は）

→ 磁力線がBH地平面に刺さることを考えて・・・

→ BHと周辺環境の間で仕事を及ぼし合う

（**Poyinting Flux**）

→ 定常軸対称な場合：$\mathcal{E}^r_H = \dfrac{c}{4\pi}\dfrac{\left[\omega_H - \Omega_H^{(\theta)}\right]\Omega_H^{(\theta)}}{q_H\sqrt{(\alpha p)_H}}\left[A_{\varphi,\theta}(r_H)\right]^2$

- **課題：このエネルギー収支を具体的に担う現象を捉える観測量は？**

→ 高橋さんが考えているシナリオなど？