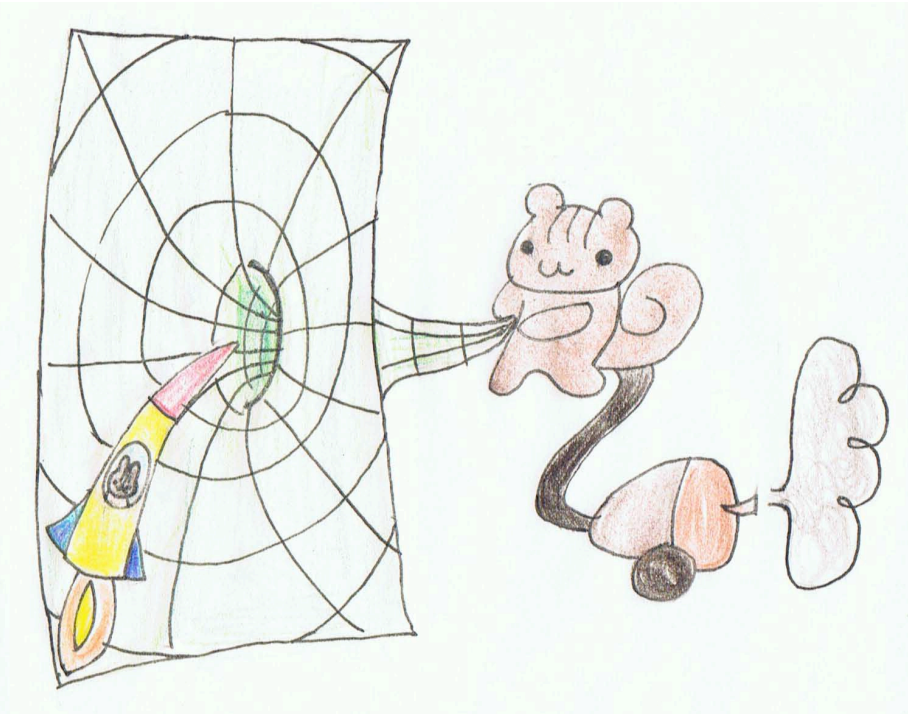
2010 July 31

日本学術振興会　**ひらめき☆ときめき サイエンス 2010　~ ようこそ大学の研究室へ ~**

宇宙に「ブラックホール」は存在するのか？

愛知教育大学 理科教育講座　高橋真聡 [1]



時空の歪みとブラックホール？ 黒幕は「リスの子」と「ドングリ 型掃除機」

[1] e-mail: mtakahas@auecc.aichi-edu.ac.jp

はじめに

いったん入り込んだら決して脱出できない宇宙のアリ地獄？他の宇宙への入り口か？重力が強くて時間と空間が歪められている？などなど、いろいろな説明がありますね。SF（科学小説）にもしばしば登場します。でも、ブラックホールという天体は、本当に宇宙に存在するのでしょうか？どうやって作られたの？それは見えるの？光を出さないのにどうやって確かめるんだろう？

ブラックホールは、質量がとても大きな星の最期の姿と考えられます。実際に、その候補もいくつか見つかっています。また、銀河（我々の住む銀河系も含めて）の中心にも巨大ブラックホールが存在すると考えられています。しかしながら、多くの研究者が取り組んでいるにも関わらず、「これがブラックホールだ！」という決定的な証拠はいまだ得られていないのです（なんと！）。あくまで、“ブラックホール候補”という段階なのです。ブラックホールが確かに宇宙に存在している事を証明して、さらにブラックホールがどのような現象を引き起こしているのか、そのしくみについて解明するのは、君たち未来の研究者かもしれませんね？

このテキストでは、様々なブラックホールの疑問に答え、ブラックホールの魅力について紹介します。高等学校の「物理」や「地学」の内容を踏まえた説明を試みましたが、もちろん“ブラックホール天文学研究”の最先端も紹介いたします。ちょっと難しい内容は、ちょっと小さな文字で二段組にしてありますから、はじめは読み飛ばして下さい。

2010年7月31日　　高橋 真聡

目 次

第 1 章 「ブラックホール」ってなあに？ 5
1.1 なぜ「ブラックホール」とよばれるの？ 5
1.2 どうして落ちるの？ 6
1.3 「重力」とは？ 7
1.4 ブラックホールの形は？ 8
1.5 「ブラックホール」って星なの？ 10
1.6 ブラックホールってどんな所？ 11
1.7 ブラックホールに近付くとどうなるの？ 14
1.8 ブラックホールの強大な潮汐力 ＊ 16

第 2 章 四次元時空ってなあに？ 18
2.1 「四次元時空」ってなあに？ 18
2.2 「時間」と「空間」がまざる？ 19
2.3 時空が曲がっているとは？ 20
2.4 光速が遅くなる？ 時間の進み方が遅くなる？ 22
2.5 光線が曲がる理由 25

第 3 章 アインシュタインの重力理論 26
3.1 ブラックホールの解 26
3.2 時空の二点間距離 27
3.3 アインシュタイン方程式 ＊ 29
3.4 誰が観測するのか？ ＊ 31
3.5 重力赤方偏移 32
3.6 ブラックホールからの距離について ＊ 34

第 4 章 ブラックホールの誕生 36
4.1 星の進化の最後としてのブラックホール 36
4.1.1 核融合とは？ 37
4.1.2 核エネルギーの取り出しかた 39
4.1.3 「縮退圧」って？ ＊ 40
4.2 近接連星系のブラックホール 41
4.3 銀河形成の過程、銀河の合体 43
4.3.1 クェーサー 43
4.3.2 セイファート銀河 44
4.3.3 電波銀河の中心核 44
4.4 宇宙が誕生したときに 45
4.5 いろいろなサイズのブラックホール 45

第 5 章　ブラックホール・エンジン **47**
5.1 “ブラック” な “ホール” なのにどう やってエネルギーを出すの？ 47
5.2 重力ポテンシャル 48
5.3 回転のエネルギーが引き抜ける？ ＊ 52

第 6 章　ブラックホール探査 **54**
6.1 ブラックホールは本当にあるの？ 54
6.2 ブラックホールはどう やって観測するの？ 55
6.3 どう 見えるの？ 55
6.4 もしも 見るのであれば 56
6.5 ブラックホール探査の最近の動向 59
6.6 鉄輝線に注目！ 61
6.6.1 スペクト ルとは？ 61
6.6.2 原子(原子核) の話 62
6.6.3 ドップラー効果の話 63

第 7 章　タイムマシン？　ワームホール？ **65**
7.1 吸い込んだ物(物質) はどこに行くの？ 65
7.2 ブラックホールの中はどう なっているの？ 66
7.3 ホワイト ホールってなに？ 67
7.4 別の宇宙に行けるの？ 68
7.5 別の宇宙？ (パラレルワールド) 68
7.6 同じ 宇宙の別のところ ?(ワームホール) 69

第1章　「ブラックホール」ってなあに？

宇宙には、「**重力**」がとても強いため、どんなに速い速度でそこから離れようとしても、脱出不可能な領域が存在するようです。そのような領域は『**ブラックホール**』と呼ばれます。

1.1　なぜ「ブラックホール」とよばれるの？

この宇宙の中で最も速い“速さ”は「**光の速さ**」ですが、いったんブラックホールの内部に落ち込んでしまうと、この「光の速さ」で外向きに脱出しようとしても、ブラックホールからの脱出はムリなんです。たとえ(未来の技術で？)光速度を達成できる高性能ロケットが作れたとしても、そのロケットをもってしても、結局はブラックホールの中心に向かって落ちていくことになります。

私達が知っている物理の法則によると、ロケットなど質量をもつ物質は、実際には光の速さ(光速度)に達することはできません。では、代わりに質量をもたない光(電磁波)を使って救難信号を送ることはできるでしょうか？この信号は光の速さで外向きに伝わろうとしますが、所詮は通信不可能です。

例えば、あなたはいま下りのエスカレーターに乗っていると想像して下さい。立ち止まっていると、どんどん下向きに移動していきますね。これを、重力で落下しているからと考えてみて下さい。重力による運動を、エスカレーターの運動に見立てて、(これから説明することを)考えやすくしようとする思考実験です。さて、あなたがエスカレーターの下向きの動きに逆らって上向きに階段を昇ると、ちょっと頑張れば逆行(エスカレーターの上の方に移動)できますよね。これは上向きにロケットのエンジンを吹かすと、重力に逆らって高度を高くできることに相当していますね。

それでは、速い速度で運転されているエスカレーターに乗っているとしたら、どうなるでしょうか？もちろん、エスカレーターを上向きに昇ることはできます。しかし、エレベーターの下降速度が相当速いと、あなたがいくら頑張っても逆行できなくなりますよね。あなたがかなりの健脚だとしても、下に向かって移動してしまうのです。ブラックホールの周りには、このようなエスカレーターがいくつも連なっていて、内側のものほど運転の速度が速くなっていると思って下さい。そして、ブラックホールの表面で、エスカレーターの下降速度が光速になっているのだと想像して下さい。もちろん、ここでの説明は、厳密な概念を与えるものではありませんから、これから説明する

「 **ブラックホール時空**」について理解を深める中で、(ここでのイメージを足掛かりとして) 正しい考え方に更新していく必要があります。

光ですら脱出できない、すなわちけっして光がやって来ない領域があると言うことは、そこが黒い穴のように見えると言う事で、背景にある星の光も (私達の目に届く前に) 吸い込んでしまうので、私達から見ると黒く抜けて見えるのです。それで『 黒い穴 (**ブラックホール**)』とよぶのです。

1.2 どうして落ちるの？

みなさんは、「 ブラックホールは何でも吸い込む」と聞いたことがあるかと思います。その様子はどの様なものでしょうか？あたかも掃除機のように吸い込むのでしょうか？ 掃除機の場合、内部にモータとファン（ 扇風機の羽根のようなもの）があって、ファンを速い速度で回す事で風の流れをつくり、空気と一緒にゴミや塵（ ちり ）を吸い込みます。では、ブラックホールの場合はどうなのでしょう？ ブラックホールの場合には、モータで風の流れを作らなくても、強い「 重力」で周りの物体を引き込みます。

手にもった石ころを、手から離すと下に落ちますね。これを、“地球の中心方向に向かって運動する” と言う事もできます。なぜ落ちるかと言うと、(学校などでは) 地上の物体には**地球の重力による “引力”** があって、それで下方に落ちるのだと教えられた事と思います。ブラックホールの場合にも、この事情は地球の場合と一緒なのです。ただし、ブラックホールの場合には、その引力は地球の引力と比べてはるかに大きなものなので、“特別の事” が起こるようになるのです。この力の大きさは、ブラックホールに近い程大きくなります。そして、ある距離よりも近づいてしまうと、ついにはそこから外部へ脱出できなくなるのです。そのような一方通行の堺目は、**事象の地平面**とよばれます。その内部の様子は、私達にはわからないのです (地上でも、地平線や水平線の向こう側の様子は見えませんね。“地平面” の名前の由来は、この辺りから来ているのでしょう)。

ブラックホールの周りにいて、ブラックホールに落ちないでいるためには、この重力に打ち勝つような外向きの力を作用させる必要があります。ブラックホールを背にしてロケットを逆噴射し続けて重力に対抗してもいいですし、ブラックホールの周りをぐるぐると軌道運動すれば、（ 人工衛星のように）遠心力によって内向きの重力に対抗して周回運動を行う事もできます。

ただし、周回運動 (円軌道) の場合には、ある距離 (“光線が円軌道” となる半径) よりも近づき過ぎると、遠心力によって重力に対抗することができなくなります。このとき仮に、(ロケットが) ほとんど光の速さで周回運動ができたとしても (最大の遠心力を得る事ができるはずですよね)、ブラックホール内部に向かって引き込まれてしまいます。ブラックホールに近づくと、それほど重力が強くなるということです。安定に円軌道を描く事ができる半径のうちでぎりぎり内側の半径は、ブラックホール半径の3 倍程の半径です。空間の歪みのために、光線がブラックホールの周りを円軌道を描く半径というものもありますが、これはブラックホール半径の 1.5 倍程です。ブラックホールが自転している場合には、これらの半径はもっと内側に位置するようになります。

誰から見て光速なのか？

ブラックホールに向かって落下していく物体は、重力で加速されますが、事象の地平面ではついに光速度に達します。ここで、「この速度は誰から見ての速度なの？」ということが重要な注意事項になります。後でも述べますが、ブラックホールから離れた遠方の私達がこの落下の様子を観察する時、私達にとっては、物体の落下がゆっくりになっていきます。遠方から見ている限り、けっして事象の地平面を横切る様子を見ることはできません。事象の地平面に近づくにつれ、落下速度はゼロに近づいていきます。

一方で、落下していく当の物体に積んだ物差しと時計で物体自体の速度を測定しようとしても、速度は測れませんね (強いていえば、常に速度ゼロです)。「事象の地平面ではついに光速度に達します」という時の観測者は、ブラックホール表面である “事象の地平面” の上 (ほんのわずか外) にいて、ブラックホールには落下しないでいる観測者なのです。このような時空の各点各点に張り付いているとする観測者を「局所慣性系」といいます。この観測者の座標系で見ると、事象の地平面上で $v^{\hat{r}} \to c$ なのです。落下していく物体が角運動量を持っていて、螺旋運動 (蚊取り線香のような軌道で中心にブラックホールがあると思って下さい) しながら落ちていく場合でも、事象の地平面上では道径方向 (r 方向) のみの速度成分となります。すなわち、r 以外の成分は、$v^{\hat{\theta}} \to 0$、$v^{\hat{\phi}} \to 0$ なのです。

自転しているブラックホールに関しては、自転の方向への時空の引きずりの効果も現れますが、この時空の引きずりに逆らわずに、時空と一緒に回転する観測者の立場で議論してみると、(地上の地平面での落下速度について) 同じ結論が導かれます。ちょっと専門的になりますが、この “時空と一緒に回転する観測者” のことを ZAMO (Zero Angular Momentum Observer) といいます (Bardeen 1973)。この ZAMO 座標系は、ブラックホールの周りの基準観測者 FIDO (Fiducial Obserber) として扱われます。

1.3 「重力」とは？

そもそも、「**重力**」とは何でしょうか？ 実は、重力とはありふれた力で、決して特別な物体にのみ働くものではありません。「**質量**」をもつものどおしの間にはたらく、“基本的な力” なのです。重力というと、地球や太陽とかが物体を引っ張る力と思いがちですが、それだけではありません。実は、机の上の鉛筆と消しゴムも、お互いに重力によって引き合っています。また、あなたと、あなたの隣に座っている友達の間にも引き合う力 (重力ですね) が作用しているのです。仮に、その友達と仲が悪かったとしても、残念ながら引き合っているのです。あなたとあなたの友達が、地球から遠くはなれた宇宙空間で宇宙遊泳をしているとして (このとき周りの星々からの引力が無視できる場所にいるとして)、油断していると互いにくっついてしまうことでしょう。もちろん、相手をつき飛ばせば離れる事ができるでしょうが (相手からの**脱出速度**は極めて小さいため)、ある程度離れてしまうと重力が弱まってしまうので引き合う力が弱くなり、(**慣性の法則**により) どんどん離れてしまう事になります。思い直して仲直り、握手をしようとしても、“それはできない相談だよ” となります。

実際の生活の中で、実際にあなたと友達がくっつかないのは、まずあなた方が、強大な質量の持ち主である地球に引かれていて (この地球とあなたとの間の重力は、あなたと友達の間に働く重

力に比べて圧倒的に大きいのです)、あなたと地面 (あるいは床) の間の摩擦力もそれなりの値を持ち、それがあなたと友達の間の重力に勝っているからなのです。うまい具合に工夫をして、この摩擦を小さくする工夫ができれば、地上の実験室においても、物体 A と物体 B の間の重力を測定する事も可能です。

万有引力の法則とキャベンディッシュの実験

この力 (重力) は、二つの物質 (質量 M と mとする) の質量の積に比例し、物質間の距離 r の2 乗に反比例します。重力を F_g とすると、$F_g \propto Mm/r^2$ と表されます。それぞれの物理量の値を測定することで、この関係の比例係数の値 G を求めることができます。この式の左辺は力の単位 (ジュール) [J (= kg m/t^2)] ですが、右辺は [kg^2/r^2] ですね。これだと単位が合いませんね。この比例係数 G は単位を持つことになります。その値は、「キャベンディッシュの実験 (1798 年)」によって初めて測定されて、

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \mathrm{Nm}^2/\mathrm{kg}^2 \qquad (1.1)$$

と求められています。この実験については、高校の「物理 II」の教科書にも載っていますから、どの様な工夫がなされたのか、ぜひ調べてみて下さい。

1.4 ブラックホールの形は？

基本的には球形か回転楕円体と考えて良いです。ただし、ものすごく速く自転している場合には絵にかけなくなります !?

重力は引力だけですから、中心に集まろうとして丸く (球形に) なるのが最もらしいのですね。しかし、自転をしていると、地球の場合もそうですが、赤道方向に膨らもうとする力 (遠心力) が働きます。この遠心力と重力の兼ね合いで、球形らずれて楕円体 (楕円を短軸か長軸を回転軸として回転させてできる立体) になります。

一般的に、ブラックホールは “**自転している**”(スピンしている) と考えられます。このことは、ブラックホールの形成過程について考えると、もっともらしいと言えるのです。つまり、ブラックホールの前身となる恒星が、(太陽や地球のように) 自転しているため、それが「重力崩壊」して形成されるブラックホールもまた、なにがしかの自転をしているはずであると推論できるのです。自転しているということは、それが角運動量を持つことを意味しますが、この角運動量は一般に (摩擦の効果が重要でない場合には) 保存するからです。星が重力で縮む際にも保存されます。ただし、実際のブラックホール形成の過程を考えてみると、もとの恒星の角運動量がすべてブラックホールに引き継がれるわけでは無いことがわかります。

ブラックホールになるのは、太陽質量の１０倍ないし１２倍の質量よりも大きな質量を持つ恒星と考えられます。このような大質量星の進化の最終段階で起こる「**重力崩壊**」の結果、「**超新星爆発**」が発生します。このとき、ほとんどのガスは恒星星外部に吹き飛び、質量とともに角運動量も持ち去ります。そして、残された恒星の中心付近の高密度の領域が「ブラックホール」になりま

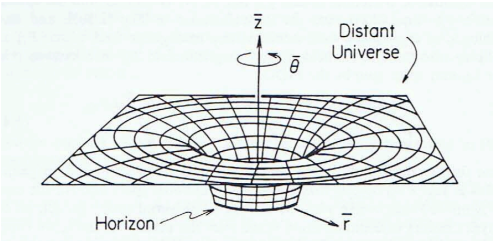
す。「 超新星爆発」については、数値シミュレーションなどによって精力的に研究されていますが、ブラックホールの形成、特にブラックホールの自転速度がどうなるべきかについては、まだよく分かっていません。実際に宇宙にあるブラックホール候補天体においても、その自転速度が速いのか遅いのかは (理論的にも観測的にも) 不明です。

ブラックホール時空の視覚化 (図を使っての説明)

ブラックホールが自転している場合には、重力以外に遠心力が働くので、赤道方向に膨らみそうです。でも、ブラックホール表面について考察する際には、4 次元時空の中の2 次元膜 (曲面) を考えることになりますね。それを視覚的に表現しようとするときには (図に描こうとするとき)、時空が歪んでいるために、私達が通常思いつくような方法とは異った手法が必要になります。ここで詳細について記すことはやめておきますが、その数学的表現には工夫が必要なのです。 実際、Smarr (1973) という研究者がこれを計算し、図 1.1(右) のような形 (stretched horizon の形) になることを事を示しています。

事象の地平面 (event horizon) の半径 r_H は、ブラックホールが自転している場合においても (遠心力が働くことになるが)、緯度 (θ) に依らず一定なので[1]、球状の図が描かれるように思えます。しかしながら、ブラックホールの自転によって空間が自転方向に引きずられる効果のために、ブラックホールから r の距離だけ離れた所での θ 方向と ϕ 方向の物差しの長さには歪みの効果が現れます。その結果、球状ではなくて図に示すような形になります。具体的な形の表示に際しては (4 次元空間の図は描けないので)、曲がった2 次元の曲面を、曲がっていない3 次元空間に “埋め込む” という数学的操作によって視覚化します。

ブラックホールの数学的な解[2] を調べてみると、ブラックホール半径 (事象の地平面の半径) $r_{\rm H}$ は、ブラックホールの質量と自転の角速度 (あるいは角運動量) が分かれば求める事ができて、その値は自転している場合でも、方向によらず一定なのです。赤道方向と回転軸方向とで一緒なので、事象の平面の形は球形かと思えます。しかしながら、図の示すように、自転している場合には赤道方向に引き伸ばされ、ある値になると北極と南極のところが平らになります。これより自転速度が大きい場合には、(3 次元空間の) 図には書き表せなくなります (空間が曲がっていると言う事と関係しています、それにつけても不思議ですね)。



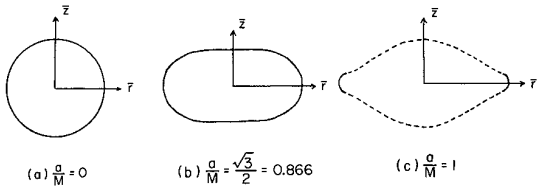


図 1.1: (左図) 2 次元の時空を (一つ次元の多い) 3 次元のユークリッド空間に “埋め込んだ” 図。3 次元の図に見えますが、この世界はあくまで2 次元平面内に限定されています。余剰な z 軸を利用して、2 次元時空の歪みの程度を表現しています。(右図) 同様に、事象の地平面の幾何学的な形状を図示すると、このようになります。a/M の値は、ブラックホールのスピンの程度を表しますが、スピンが大きくなると、うまく埋め込めなくなります (点線の部分)。

—

[1]ブラックホール半径は、$r_H = M + \sqrt{M^2 - a^2}$ で表される。ここで M はブラックホールの質量、a はブラックホールのスピン (自転) のパラメータ。

[2]「 ブラックホール」は、「 アインシュタイン方程式」の解として導かれます。詳しく学ぶためには「 一般相対性理論」を勉強する必要があります。

ここまで、ブラックホール表面の “真の形” について説明しましたが、ブラックホールがこの形に見えるわけではありません。ブラックホールの (形の) 見え方を考察する際には、「重力レンズ効果」を扱うことになります。これは、ブラックホールから私達の目まで (あるいは観測装置まで)、光線がどう伝わってくるかという問題なのです。ブラックホールの周りでは、光線が直進しないで曲げられてしまうことを思い出して下さい。その結果、あたかも蜃気楼のように、本来あるべきところで無いところに像ができてしまうのです。この研究については、Bardeen et al. (1972) という論文が有名です。

ブラックホールの半径 (遠方にいる人の物差しで測って) は、その質量の大きさに比例しますが、自転の速さも関係してきます。自転しているブラックホールとと自転していないブラックホールでは、半径が異なるだけでしょうか？自転しているブラックホールの周りには、「**エルゴ領域**」というものが生じます。これについても後ほど紹介しましょう。

1.5 「ブラックホール」って星なの？

ブラックホールって、光っていないけれども “星” と言えるのでしょうか？

星というと球状で、(当然ながら) 表面があるように思えますね。しかしながら、ブラックホールには硬い表面はありません。ブラックホールは、しばしば黒い球面 (紙に書くときには円になりますね) で表現しますが、本来の意味での表面を意味しているわけではありません。

では、この (黒球) 黒円は何を表しているのでしょうか？ ブラックホールは、皆さんがイメージする星とはかなり異なっていて、ブラックホールの “表面” といわれるところにいってみても何もありません。硬い表面どころか、軟らかい表面すらありません。しかしながら、この堺目を通って内側に入ってしまうと、外の元の世界には絶対に戻れません。ブラックホールは何でも吸い込んでしまいますが、この堺目は「一方通行の膜」になっていていすのです。

ところで、ブラックホールの重力を作っているのは「質量」ですから、その担い手である本体がどこかにありそうです。この膜のところにはなさそうですが、どこにあるのでしょうか？ 実は、ブラックホールの質量は、中心の一点にすべて集まっているのです (ただし自転していない場合)。一点ということで、体積はゼロなのですが、ここに膨大な質量があるので、**密度が無限大**になります。このような地点は**時空の特異点**とよばれます。ブラックホールが自転している場合には、この特異点 (密度が無限大) は “点” ではなくて、“リング” 状になります。このように、ブラックホールには、密度が無限大になってしまうところがあるのです。そこでは、我々の知っている物理法則は適用できなくて、未知の物理法則が必要になります (これを解決するのは「**量子重力理論**」といわれていますが、その理論は完成していません)。ブラックホールとは、このような風変わりな天体なのです。

＜ Q ＞ 地球や月には硬い表面がありますし、太陽の表面もちゃんと見えています。しかし、太陽は巨大なガスの塊で、人工衛星でその表面を詳しく調べてみると、ガスが吹き出したり、ガスでもやもやしていたりと、硬い表面は持っていないようです。そこはまるで “雲” のような感じなのものかもしれません。それでは、「 太陽表面」はどうやって決まるのでしょうか？ (我々はどのように決めているのでしょうか？)

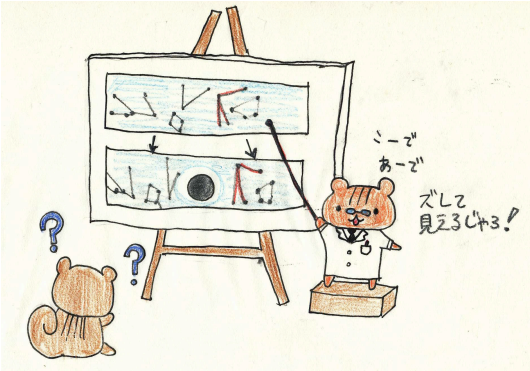
＜ Q ＞ 太陽や月は、地上から眺めると円盤状に見えますが、球状であることはどうやってわかるのでしょうか？

＜ A ＞ 太陽の場合には、「 周辺減光」や「 黒点」の移動の様子によりわかります。月の場合は、クレーターの形が周辺程細長い楕円形になっていることや、クレーターが作る影の形が月齢に応じて変化する事などからわかりますね。

1.6 ブラックホールってどんな所？

ロケットで BH の近くを探検しているとして、もしそこが巨大(太陽系サイズの) ブラックホールの近くであれば、ロケットの中を見渡す限りは特に変わったところがない領域と思うはず。でも窓の外を見ると、何か変？星座の形や星の色がいつもと違うぞ。

図 1.2 を参照してください。上下二枚の図が示してありますが、星座の形の違いに注目してください。ブラックホールの強重力で時空が歪められるため、背景の星々から我々に向かってやってくる光線は、あたかも重力が作ったレンズを通して眺めたかのように、曲げられた結果なのです。大気の揺らぎによって、あるはずの無いところに像が見える現象 (蜃気楼) と似ていますね。ブラックホールなど、強重力の存在によって光線が湾曲する現象は「 重力レンズ」とよばれます。



＜ Q ＞ 下の図の中央部分の黒い部分にはブラックホールが位置していますが、ブラックホールの周りを取り囲むように明るいリングが生じているのはなぜでしょうか？ この章の後半に示してある図 1.4(と説明) を見て考えて下さい。

背景に星空をしたがえて、ぽっかりと黒い穴に見える理由は、そこからの光が私達に届かないこ

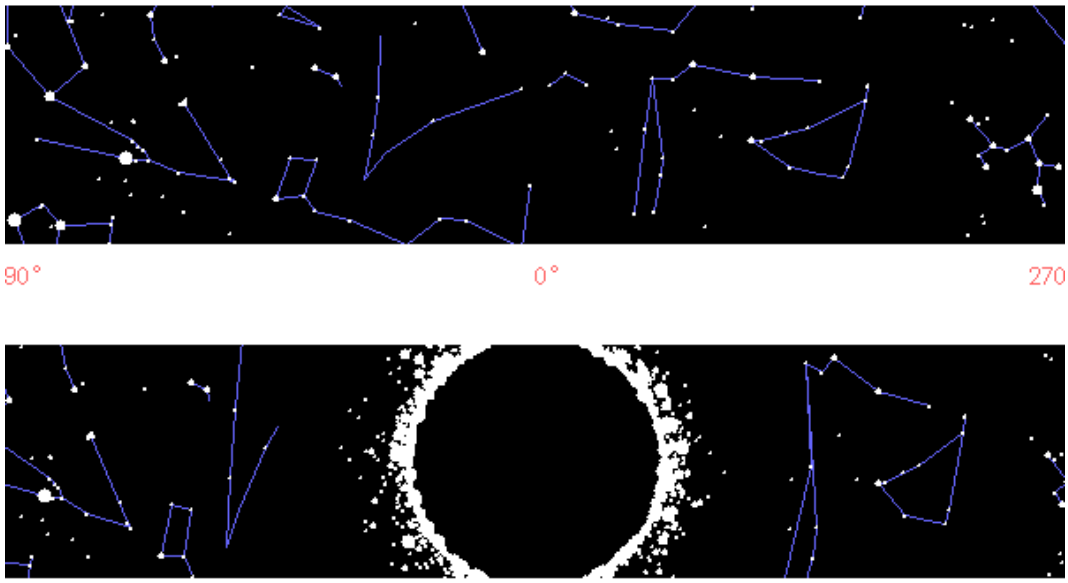


図 1.2: ブラックホールのすぐ近くからブラックホールを見た時の景色 (下段)。上段はブラックホールが無い場合の景色 (熊沢氏提供)。

とを意味します。この黒い穴がブラックホールなのでしょうか？・・・いえいえ、実際のブラックホールのサイズは、図の白いリングの (半径の) 半分程度なのです。黒い部分の全てがブラックホールに対応していないので注意が必要です。

実は、これと同じ現象が、太陽の周辺をかすめて地球やってくる星の光について確かめられています。太陽はブラックホールのように重力が強いわけではありませんが、それでも相当の質量を持っているので、天体観測で測定可能な程度の光線の湾曲を導くのです。もっとも、普段は光輝く太陽自身が発する光によって、太陽の表面をかすめて太陽の背後からやってくる星の光など見えません。この事実は、太陽の光線が遮蔽される時、つまり皆既日食の時を利用して確かめられたのです。皆既日食の時の太陽周辺の星の配置は、太陽がいない時の夜空の場合と比べて、わずかにずれていたのです (隠された太陽を中心に少しだけ広がった感じになります)。

何もない宇宙空間に光を出さないブラックホールが存在していても、私達はその存在に気がつかないでしょうが、周りに光を出す恒星が満ちている実際の宇宙の場合、その星々からの多数の光線がブラックホールの周りに (重力レンズの効果で) 集積して見えて、以外にもブラックホールの周りは、明るく縁どられるのです。意外でしょ？

＜ Q ＞この縁どりは何色に見えるでしょうか？

後で、「重力赤方偏移」(深い重力場において発せられた光の波長は伸びて観測される) について説明します。そこで改めてこの問題について考えてみましょう。

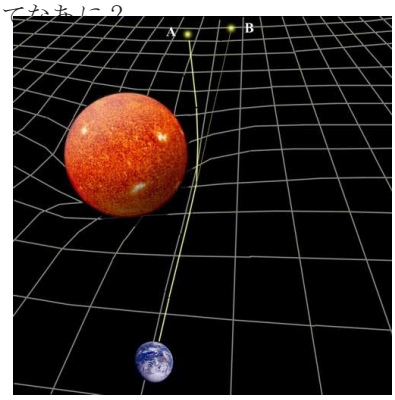


図 1.3: 太陽をかすめてやってくる遠方の星がらの光の進路は、太陽の重力によって曲げられます。その結果、この星の位置は、普段の位置 (太陽が無い場合の配置) から少しずれて観測されます。図中の格子は、太陽による時空の歪みを表現しています。

光線の湾曲

このことを、少し詳しく説明しましょう。ブラックホールの近くで、光線が湾曲することは上の段落でも説明しましたが、その曲がりの程度はブラックホールに近づく程大きくなります。もっとも、光線としては、その経路の各点ごとに常にまっすぐ進んでいるつもりなのです (ごく狭い範囲だけ眺めてやると、つまり “局所的” には、光線は直進すると見なして構いません)。ただし、光線の通り道にある時空の方が “大域的に” 曲がっている (歪んでいる) ので、遠くにいる我々にとっては、光線の経路が曲がってくる様子を見ることになります。

私達がブラックホールの方向 (の遠方にある星々) を眺める時、ブラックホールの周りの星空は、ブラックホールの重力によってわずかですが歪みますが、これは、本来ブラックホールが無い場合に見えていた星の代わりに、本来我々の所に届かない方向に向かっていた光線が、ブラックホールの存在ゆえに曲げられて、私達の方向に進路を変えた結果なのです。ブラックホールがあるらしき、黒い穴の領域に近づく程、光線の曲がり具合が大きくなり、広い範囲の背景の星々がブラックホールの周りの狭い範囲に投影されることになります。また、それに伴い星座の歪みも大きくなります。

図 1.4 の左図は、私達の目に届く光線を示したものです。ブラックホールの重力によって曲げられた後に届きます。実際の星の位置と、見える方向が異なる事に注意して下さい。ブラックホールの周りを通過する光線については、その曲がり具合が大きいため、いろいろな方向の光線が折り重なるように見える事になります。したがって、☆ C ～ ☆ F は、ほぼ同じ場所 (黒い太矢印の辺り) に見えることになります。狭い領域に広い領域の星空が縮退して見える事になるので、ブラックホールの周りには、明るいリングが見える事になります。右図は、ブラックホールの背後から我々に向かっていた光線の経路です。ブラックホールの存在より軌道が曲げられて、私達には届かない事になります。左図と右図を合わせて考えると、ブラックホールの地平の地平面サイズよりちょっと広い領域 (図の赤い矢印の範囲) からの光は、私達に届かない事が理解できます。図では、ブラックホールの左側を通る光線のみを示してありますが、もちろん右側を通過する光線も存在します。

ブラックホールの数倍以内ともなると、その湾曲の程度はとても大きくなります。ブラックホール半径の 1.5 倍程度に近づくと、ブラックホールの方向から 90° 離れた星空までもが、ブラックホールホールの後ろ側を回り込んだ後、私達に姿を見せることになります。さらにもうちょっとだけ内側 (ブラックホールに近い側) には、なんと！私達自身の姿を見つけることが可能です (ちょっと見てみたい気がしますね。でも、とても小さく見えて、しかも相当に歪んだ姿に見えるはずです)。この姿は、我々から発せられた光が、ブラックホールの周りを1 周して、私達のところに戻ってくる光なんです。ただし、ブラックホール半径の 1.5 倍程度の位置のごく狭い範囲内に、ブラックホールを取り巻く全方向てきな星空が投影されるわけですから、もともとの星や星座 (そして私達) の姿は、極度に歪められてしまいます。理屈上は、ブラックホールの周りを2 周、3 周、‥ と周回してから私達の目にとびこむ光線もありえます。想像できますか？

そして、ブラックホール半径の 1.5 倍の半径のところで、光線は「 ブラックホールの周りに円軌道」を描くまでに曲げられてしまいます。この半径に到達した光は、もはや遠方の私達には届きません。それでは、この半径の内側に入った光線はどうなるでしょう ?‥ もちろん、ブラックホールに飲み込まれてしまいます。

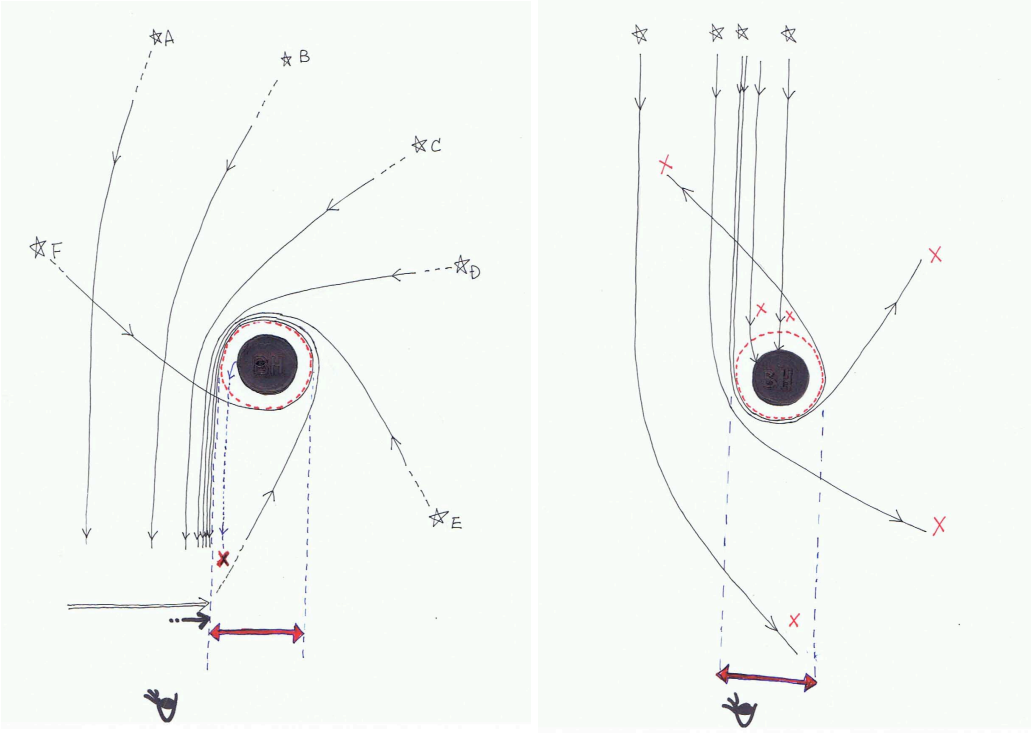


図 1.4: (左図) 私達の目に届く 光線。(右図) ブラックホールの背後から我々に向かっていた光線。

1.7 ブラックホールに近付くとどうなるの？

潮汐力で上下に引き伸ばされるよう になり ます。 潮汐力という のは、“月による潮の満ち引き” でおなじ みですね。聞いた事のある力だと 思います。

恒星質量の(半径が数キロサイズの) ブラックホールの近く にいる場合、ロケット が軋みだし、自分の体も 上下に引き 伸され、前後左右に締め付けられる感じ がするはずです。しかし、巨大ブラックホール (太陽系サイズ) であれば、この潮汐力はそれほど 大きく はありません。ブラックホールの質量で体感が違う のは、潮汐力の大きさが、中心天体の質量と 、天体からの距離に依存していることに依ります。

そもそも「 **潮汐力**」という のは、物体の異なる２ 点間での重力の差のこと です。 ブラックホール近く の強重力場ともなると 、ちょっと 離れた二点の間であっても 、重力の差 (潮汐力) は極めて大きくなる場合があります。“ちょっと 離れた” という のは、どう 考えればいいのでしょう か？ 実は、この長さの程度は、ブラックホールのサイズに対する 考えたい物質 (あなた自身や宇宙船など) のサイズの比で決まってきます。

ブラックホールの重力圏のスケールに対して、あなたや宇宙船のサイズが十分に小さい時には、ブラックホールに近い側と 遠い側と の間に生じる 重力の差は小さいと 見なせますね。巨大ブラック

ホールからすれば、あなたの体や宇宙船は点みたいなものです。この場合、潮汐力は小さくて済むのです。しかし、重力圏のスケールが小さなブラックホールに近づく場合、あなたの頭と足先の長さの差は、重力圏のスケールに対して小さいものとはいえなくなり、潮汐力の大きさが無視できなくなってきます。

このような事情のため、あなたがブラックホールを探検したいと思う時、大きなブラックホールに近付くのか、小さなブラックホールに近付くのかで潮汐力の働き方 (力の大きさ) が異なってきます。潮汐力で引き割かれないためには、事前にブラックホールのサイズ (質量) をちゃんと調べておいた方がよさそうです。

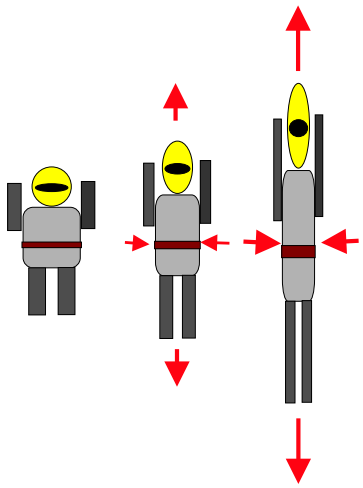


図 1.5: 宇宙飛行士に働く潮汐力。矢印は宇宙飛行士の重心に対しての「重力の差 (潮汐力)」を表します。上下方向には引き伸ばそうとする力、前後・左右方向には圧縮させようとする力が働くようになります。宇宙飛行士がブラックホールに近づいていくと、宇宙飛行士に作用する潮汐力は、(左図) → (中央図) → (右図) のように強くなります。

銀河中心の巨大ブラックホールの場合

大きなブラックホールとしては、銀河中心にある巨大ブラックホールが考えられます。そのようなブラックホールの半径 (事象の地平面の半径) は、太陽系の程度であると考えられています。あなたが宇宙旅行をして、この巨大ブラックホールに近づいてしまっても、宇宙船の窓から星景色を眺めていない限り、ブラックホールの近くにいることを体感しないでしょう。もしそれが超巨大ブラックホールであれば、すでにブラックホールの中に落ち込んでしまっていても、何ら変わらず、しばらくの間は生活ができてしまうでしょう。ブラックホールの内部について研究する十分な時間もあるかもしれません (残念ながらその研究成果を地球の仲間に報告することはできませんが…)。そして、ブラックホールの奥深くまで落ち込んでしまった時点で、強い潮汐力を感じるはずです。特異点に到達するまでには、確実に潮汐力によって引き割かれてしまうことになります (あるいは、そうなる前に別の宇宙に抜け出せるのかも？)。

恒星質量サイズのブラックホールの場合

一方で、小さなブラックホールとしては、恒星質量程度のものが現実的に多数存在しそうです (恒星の進化の最終段階で形成されると考えられています)。太陽質量のブラックホールの半径が 3 km 程ですから、一般的には数キロ～ 数十キロ程の半径を持っているでしょう。このようなスケールに対して、人の体のサイズ (せいぜい2 メートル) は十分短いようですが、そこに働く潮汐力の大きさは、結構と強い値となり、我々にとってはしんどいものになりそうです。未来の技術によって、潮汐力によって破壊されないような堅牢な最新鋭宇宙船を建造することはできるかもしれませんが、“重力の差” はシールドできないので、あまりブラックホールに近づきすぎると中に乗って

いる我々には耐えられません。私達の体は電気的な力で結合されていますが、潮汐力がそれに拮抗するほど強くなると、私達の体はちぎれてしまうでしょう。

あなたがブラックホールに落下する状況はちょっと SF すぎるかもしれませんね。しかし、実際の天体現象の場合には、ブラックホールに近づく恒星が潮汐力により引きさかれ、破壊されると考えられています(「潮汐破壊」といいます)。チリジリになったガスは、ブラックホールを取り囲むようになり、ブラックホールの周りに「降着円盤」を形成すると考えらます。

1.8 ブラックホールの強大な潮汐力 ∗

強重力を生み出すブラックホールですが、ブラックホールに向かって自由落下することでこの強重力を打ち消すことはできるのです。ただし、これは局所的 (十分狭い範囲に置いて) に可能であるのであって、有限の大きさを持つ物体については、(それが壊れない限り) 揃った速さで落下せざるをえません。そうなると、重心に対して内側の部分や外側の部分は自由落下してないことになって、差額の重力を感じることになります。これが潮汐力ということです。

さて、この潮汐力(または潮汐加速度) の値は具体的にはどの程度なのでしょうか？ 冒険家もブラックホールに到達する前に潮汐破壊で粉々にされるのでしょうか？ ブラックホール内部を探検する事は不可能なのでしょうか？ 落下する冒険家の頭と足先の間でどれだけの重力加速度の差 Δg があるかというと、

$$\Delta g = (2m/r^3)\Delta r$$

となります。この結果は一般相対論の議論で得られたものですが[3]、ニュートン力学と同じ表式(固有時をニュートンの絶対時間に置き換えたもの) になっています。ブラックホールに近づくと急激に(r^{-3} に比例して) 潮汐力が大きくなること、物体のサイズ (Δr) に比例して潮汐力が働く事が理解できますね。さらに、大きなブラックホールに対しては大きな潮汐力となります(ブラックホールの重力が大きくなるので当然ですね)。しかし、これは同じ半径で値を計算した場合であって、大きなブラックホールの場合には事象の地平面が大きくなる事は考慮していませんでした。

事象の地平面での潮汐加速度

ブラックホール内部を探検できるや否かを考えるために、事象の地平面 ($r = 2m$) での潮汐加速度を計算してみましょう。先ほどの式は、$(\Delta g)_H = (1/4m^2)\Delta r$ となりますから、大きなブラックホールほど潮汐力(潮汐加速度) が小さくなることがわかります。例えば、恒星サイズ ($M = M_\odot$) のブラックホールの場合、g_E を地球上での重力加速度として、$\Delta g \sim 10^9 g_E$ となります。これでは体がちぎれてしまいます。一方、銀河中心にあると考えられるブラックホール ($M = 10^6 M_\odot$) の場合には、$\Delta g \sim 10^{-3} g_E$ です。これなら問題なく事象の地平面に達する事ができます。事象の地平面はブラックホール領域の表面と考える事ができますが、なにか特別な表面があるわけではありません。自由落下している冒険家は、そこで何か特別なことを感じる事無しに、地平面を通過し落下して行きます。しかしながら、事象の地平面は一方通行です。いったんブラックホールに侵入したら最後、元の世界には戻れないことに御注意を。

[3]測地線偏差方程式:

$$\frac{D^2 z^\mu}{d\lambda^2} = -R^\mu{}_{\alpha\nu\beta} k^\alpha k^\beta z^\nu \tag{1.2}$$

これは、時空の曲率による隣接する測地線間の距離の変化を表す式である。この式で記述される潮汐加速度と物質内部の結合力の兼ね合いで、潮汐現象が記述されることになる。(例えば、「一般相対論」佐々木節、産業図書)

痛みを感じてから特異点に至るまでの時間

超巨大なブラックホールに落ち込んだ場合には、事象の地平面を通過後に中心に至るまで時間的な猶予があります。それでも中心に達する以前に強力な潮汐力により命を落としてしまいそうです。潮汐力は中心力の特異点で発散しますが、それ以前に冒険家の体は引き千切られることでしょう。どのくらいの力で人間の体が引き千切られるかを考えるのはちょっと生々しいので考えたくありません、ここでは足先と頭の間の重力の差が地上での重力程度になった時を辛さの目安に考えてみましょう (これは鉄棒からぶら下がっているとき、足元に誰かがしがみついて下に引かれるような感じでしょうね。ちょっと辛いですね)。この場合、$(\Delta g) = g_E$ としたことになりますが、これが実現する地点は $r = (2m\Delta r/g_E)^{1/3}$ と求められ、ブラックホール半径の $(\Delta r/4m^2 g_E)^{1/3}$ 倍[4] のところとなります。冒険家の身長は 2 メートル ($\Delta r = 2$) として、太陽質量の 10 倍ほどのブラックホールの場合だと、その半径の約 300 倍離れた地点で早々と辛くなります。ブラックホールに着く頃には相当の辛さ（千切れる？）と思われます。太陽質量の 10^5 倍のブラックホールだと、ちょうど地平面近傍で辛くなります。これよりはるかに巨大なブラックホールだと、この辛さを感じぬまま、ブラックホールに侵入してしまいます。通常の宇宙空間だと思っていたら、実はブラックホールの中だったということもありえます。

[4] 具体的に数値をいれて計算する場合には注意が必要です。一般相対論ではしばしば「幾何学単位」という光速度 c と万有引力定数 G を 1 とした単位系を用います。ここでもそうしています。こうすると全ての物理量が “長さ” で表現できて、例えば太陽質量は $m = 1.5 \times 10^3$ メートル、地上での重力加速度は $g_E = 10^{-16}$ (メートル)$^{-1}$ となります。

第2章　四次元時空ってなあに？

「四次元時空」というと何を思い浮かべますか？ドラえもんの“4 次元ポケット”やおじゃる丸の“鳥帽子 (えぼし)”でしょうか？“タイムマシン”や“ワープ”など、SF 小説やアニメの中にもしばしば出て来ますね。でも、そもそも「時空」って何でしょう？

2.1　「四次元時空」ってなあに？

“次元”とは、ある物体が（通常は空間内を）自由に動ける方向の数をさします。“点”は 0 次元、“直線”や“曲線”は 1 次元です (曲線は、曲線の方向に沿って考えて下さい)。また、“平面”や“曲面”は 2 次元、“立体”は 3 次元で表わされます。私達の生活する空間は、3 次元とみなす事ができます。もしかすると、宇宙には“4 次元の空間”というのもあるのかも知れませんが、ちょっと想像できませんね。

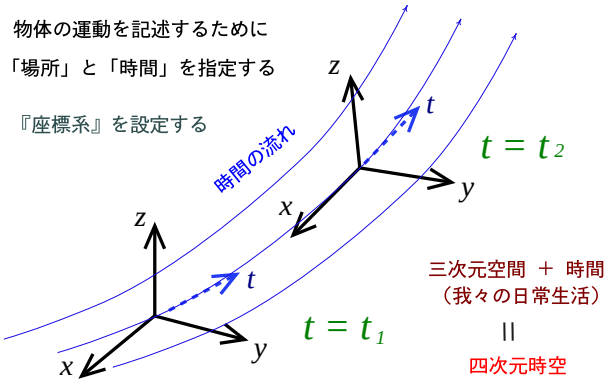


図 2.1: 3 次元空間が時間の方向に流れている !?

我々の世界は 4 次元時空

“時間”は“空間”とは別の物ですが、過去から未来に向かってと、1 本の線上を流れているように思えます。空間の 1 次元と違って後戻りはできませんが、空間内にじっと静止していても時間は経つわけで、物体は時間方向に常に動いているという事もできます。私達が知っている時間というものは 1 次元として扱う事ができます。私達の住む地上においては、（少なくとも日常生活の範疇では）3 次元空間と 1 次元時間の世界と考えて差し支えありません。3+1=4 という意味で「**4 次元時空**」とよばれます。

2.2　「時間」と「空間」がまざる？

私達の感覚からすると、「時間」と「空間」は歴然として異なるもので、別の概念を持つものであると認識されて来ました。しかし、宇宙で起こるいくつかの現象を調べてみると、時間と空間を一体化して「時空」とする取扱いの方が、より自然な理解が得られることがわかって来ました。実は、地上の現象においても、特別な状況下においては、この区別が曖昧になることがあります。例えば、光の速さに近い速さで運動している物体について調べる場合や、上空を周回運動する人工衛星と地上との間の通信を考える場合には、少なからず 4 次元の時空としての扱いが不可欠になります。

座標変換

ある座標系において記述されていた物体の運動や状態を、別の座標系に変更しようとするとき(「座標変換」といいます)、高校の物理学で習う範囲では、その変換公式は時間座標だけ含む、あるいは空間座標だけ含む、といった形式だったと思います。例えば、時間や空間の座標原点を変更する、空間を回転させるなど。しかしながら、4 次元時空の取扱いが不可欠な場合においては、その変換公式の中に時間座標と空間空間が混在するようになります。ある慣性系から別の慣性系への座標変換は「ローレンツ変換」とよばれる公式によって表現する事ができます(詳細については特殊相対性理論を学習する必要があります)。

図 2.2 には、“時空” を図示するための工夫として、2 次元の空間 (図の平面) を多数並べたものを描いてあります。平面を貫く矢印は時間の流れを表現したもので、時間が経過すると、下段の平面から上段の平面に移り変わっていくと思って下さい。このような図 (2 次元平面を積み上げた立体図形) を描くとき、空間と時間を区別する “ある座標系” を (暗黙のうちに) 用いていることに注意して下さい。前の段落で、「ローレンツ変換」とよばれる座標変換によって別の座標系に切替えることができると書きましたが、これは図 2.2 に示した同じ時空 (立体的図形) を、別のスライスに切り分けることに相当します。以前のスライスの仕方と違うので、新旧の平面同士は交差してしますね。こうしてスライスした平面は、座標変換した後の2 次元空間と見なすことができて、時間の進む方向も先程 (変換前) とは異ってきます。

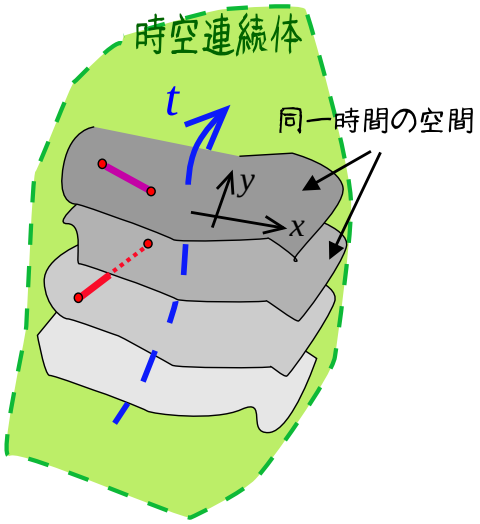


図 2.2: 時空連続体 !? 図では2 次元の空間 (x-y 平面) とそれらを縫うように交差する 1 次元の時間 t からなる 3 次元の “時空連続体” を表現してみました。

実際、ローレンツ変換 (特殊相対論) の公式を見ても、座標変換後の座標値を計算しようとすると、もう一方の座標の時間座標と空間空間が混在するようになってますね。相対性理論以前に信じられていた「絶対的時間」というものは (近似的には問題なく利用できるものの厳密には) 正しくなくて、時空という混然とした存在である「時空連続体」で考えるべきなのです (“時空連続体” とは、時空を 4 次元 “多様体” としてとらえたものです)。この「時空連続体」の切り分け方だいで (座標系の設定だいで)「時間」+「空間」というのもはいろいろと設定できるのです。

多様体 (manifold) とは、局所的にユークリッド空間とみなせるような図形のことです。多様体上に

はどこでも好きなところに局所的に座標を描き込むことができます。多様体の考え方の重要な点は、計算したいときに都合の良い座標を導入でき、しかもどのような座標系で計算したとしても結果に違いがない、すなわち座標系に依存しない考察ができるという非常に扱いやすい性質が追求された図形なのです。

—

自動車や携帯電話等に搭載のナビゲーションシステム（GPS）は、いまや私達の生活に身近なものとなりましたが、このシステムにおいては、4 次元時空としての扱いが不可欠になるのです。複数個の衛星を使って、地表のある場所を（地図上のある場所に）特定するためには、地上と衛星との間で時計を正確に同期させておく必要があるのですが、この計算のために 4 次元としての扱いが求められるのです。実際の計算においては、一般相対性理論を用いた計算式を扱う事になります。衛星の場合、日常生活と何が違っているかといえば、衛星は地球の周りを（光速ほどではないが）高速で周回運動していることと、地表と衛星が周回している地点での重力の差が（弱いながらも無視できない程度に）存在している事に依ります。このような現象は、相対性理論を用いる事で理解できるようになります。ブラックホールのような強重力場の環境においては、4 次元時空としての扱いは不可欠です（形式的に 3 + 1 に分けて考察する事はできます）。

2.3　時空が曲がっているとは？

地図、例えば皆さんの住んでいる市町村地図は平面ですね。同じ縮尺で隣の市町村、さらにまたそのまた隣、その隣と、たくさんの地図を用意して、その堺目にすき間ができないように敷き詰めていくと、地球全体の地図を再現できるでしょうか？ 平面を並べて作った巨大な地図は、やはり平面になるのでしょうが、よくよく見ると、重なりあったり、すき間があったりするはずです。これを解消しようとして、平面の端どうしを繋ごうとすると紙を曲げなければならず、もはや平面には収まらりませんね。きっと多数の平面からなる立体図形になることでしょう。実際、地表 (地球表面) は、巨大な球の表面なので (平面ではありませんね)、よくよく考えてみると、これは当然です。

さて、地球の表面は球面 (立体内の曲面) ですから、その一部を部分的に見ても、それは “本来は” 曲面なわけです。地球の表面全部 (あるいはその広い部分) を描いた地図としては、“世界地図” なるものがありますが、本来は球面であるものを平面に描画するために、様々な工夫がなされています。多くの場合、大陸や国の形は変形してしまいます。世界地図においては、面積が同じである地図、方角が正しく示されている地図など、利用目的に合わせて (球面から平面への) **さまざまな歪め方**が工夫されています。

私達は日常的に地図を使いますが、狭い範囲の地図を作るときには “近似的に平面” とみなせるのです。“曲がっている空間” について考える時も同様で、自分の住んでいるあたりの空間は歪んでいないと思っていても、それを隣の空間、その隣と張り合わせて行くと、宇宙スケールでみると曲がっているのかもしれません (想像力をたくましくしてくださいね)。 私達は、日頃、我々の周

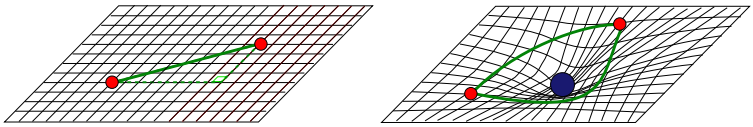


図 2.3: 平坦な時空と曲がった時空における最短距離。空間が曲がっている場合には、複数の経路が可能となる。

りの空間が曲がっているなど考えた事もないと思います。しかし、この空間も、地球や月、太陽、そしてさらにはあなた自身の質量によって、あちこち歪められているのです。ただ、その歪みが体感できない程小さな値であるだけなんです (**質量**や**エネルギー**が時空を歪める正体なのです)。

さて、「曲がった時空」というものについて、もう少し考えてみましょう。図示するなどしてイメージを膨らませたいところですが、歪んだ4 次元時空など図には描けないので、次元の数を減らしたもので代用しましょう (2 次元の紙の中に3 次元的な図を描く事はできますが、4 次元の図は無理ですよね。次元の高い時空に関しては想像力を働かせてください)。

図 2.3 では、空間が2 次元であるとしています。もちろん、実際に我々が住む世界は3 次元の空間ですが、次元を一つ減らした2 次元の曲面が宇宙空間とするのです。左側の図は、平面を立体的に描いたもので、「平坦な空間」を意味します。一方、右側は、曲面を描いたものです。これで曲がった空間を表現しようと思うのです。ここで、注意が必要で、これらの平面や曲面内の住人にとって、その面の外の世界は存在しないと思ってください。私達は、3 次元空間の生き物ですから、平面や曲面の外の世界を知っています。したがって、曲面の内部にいたのではわからない「空間の曲がりの程度」を外部から見る事ができます。右図のへこみ方は、空間の曲がりの程度と思ってください。図では黒玉があって平面が落ち込んでいるように見えますが、黒玉は大きな質量をもつ物体で、これが空間を歪めている様子を示しています。これがブラックホールであれば、曲面に開いたどこまでも深い穴として表現される事になります。空間の歪みがイメージできましたか？我々の住む宇宙の歪みは、4 次元の空間 (があるとしてですが) から見ると良く分かるのだと思います。

曲率 (時空の曲がりの程度)

それでは、平面内にいる限り自分の宇宙の歪みが分からないかというと、そうではありません。ちゃんと、曲がりの程度 (**曲率**といいます) を計算するここはできます。このためには、一点だけ (自分のいる近所だけ) 見ていたのではダメで、少し広い範囲を見渡す必要があります。

例えば、平面内の1 本の棒を平面内で平行移動させ、ぐるっと1 周させて元の場所に戻って来たとき、その棒の向きは始めと一緒ですね (図 2.4 左を参照)。このような場合には平坦であるといいます。曲率は、曲線や平面の曲がり具合を表すための量ですが、今の場合にはゼロになります。

それに対して、「ある面をぐるっと1 周してみたら棒の向きが変わっていた」という場合には、空間は (あるいは時空は) 曲がっているといいます。図 2.4 右図では、球面の赤道部分から出発して北上し、北極まで移動しています。そこで 90° 向きを変えてから南下し、赤道に戻ります。さらに赤道に沿って元の位置まで戻るとします。この移動に際して、棒は移動の方向に対して一定の角度

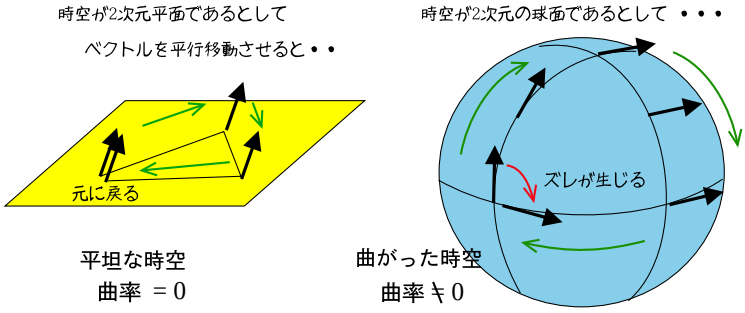


図 2.4: 平坦な空間 (平面) と曲がった空間 (球面). 平坦な時空の場合には、曲率がゼロになりますが、曲がった時空では曲率がゼロでない値をもちます。

を保ちながら移動するようにします (曲面内の「平行移動」となります)。広い範囲をぐるっと 1 周しましたが、そのときの棒の向きは、最初の棒の向きとは異なっていて、90° 回転していますね。このときの曲率はゼロではありません。このようにして、球面と平面とを区別できます。球面の各点各点でみると平面上にいるように思っていても、少し広い範囲を移動してみると、平面からのずれの程度がわかるのです。

ところで、「曲率」は、山道などに設置してある “道路標識” としてもみかけますよね。曲がりがきついカーブの場合、その値は大きくなります。道路の曲率を示す場合には、道路のある区間について、そこを円の一部と見なせるとしたときの円の半径を曲がりの指標とします。このときの「曲率」は、その円の半径の逆数と定義されます。

2.4　光速が遅くなる？ 時間の進み方が遅くなる？

でも「光速」って一定ではないですか？ この世界で一番大きな速さをもつと習いました。

それは慣性系において真空中を光が進む時の話。水やガラスなどの媒質中を進むときには光速は遅くなるね。だから、屈折したりする（高校物理)。これは媒質中の電子が作る電磁場に光（電磁波）の伝播が邪魔されるから（電磁気的な作用を受けてブレーキがかかる格好になります)。

ブラックホールの周りは、たとえそこが真空であるとしても、重力の効果であたかも時空が媒質のような振る舞いを示します。ブラックホールに近い所ほど、光の速度が遅くなるように見えて、ブラックホールの表面と思われる所では、ついには光が止まっているように見えるのです。いや、見えませんね。そこからは光が伝わってこないから。だから「黒く」穴の空いたように見えるのです。

重力が強いところで光速が遅くなると書きましたが、この重力の感じ方は人それぞれという事情があります。遠方の我々が観察している場合と、ブラックホールに落ち込んでいる人とでは、重力

の感じ方が異なります。落下している人にとっては、重力は消えてしまう (あるいは弱くすることができる) のです。これは、エレベーターに乗っているとき、下り始める瞬間「フワァー」と軽くなる感じ、あれが続くのだとイメージして下さい。もし自由落下 (フリーフォール) しているのであれば、無重力状態[1] となります (大きな遊園地に行くと、絶叫マシンとしてこのような遊具がありますよね)。このように、この落下している立場の人と、遠方に静止している私達の立場は異なりますが、同じ光の運動を眺めるとしても光速度については、異なった値を持つと判断することになります。これに伴い、お互いの時間の進み方も自分とは違うように観測されるのです。

時間の進み方は立場によって異なる！

図 2.5 は、ブラックホールに落下する物体の落ち方を表したものです。横軸はブラックホール中心からの距離 r であり、縦軸は時間を表します。時間軸としては、観測者の立場が異なる二つの時間、座標時間 t と固有時間 τ の場合をそれぞれプロットしました。ここで、r と t はシュバルツシルド座標の半径と時間で、遠方にいる我々から測った長さや時間を表現します。長さの単位は、ブラックホールの質量を長さに換算したものを採用し、時間に関しても同様にブラックホールの質量を利用します。長さや時間を、ブラックホールの質量を単位にするとは、ナニゴト？と思われるでしょうが、相対論の世界では、計算の便宜上、「光速度 C と万有重力定数 G を 1 とおいて単位を作り直しましょう」ということを行います。つまり、$c = G = 1$ として新しい単位をつくるのです。以下では、これについて (ちょっとだけ脱線して) 具体的に考えてみましょう。

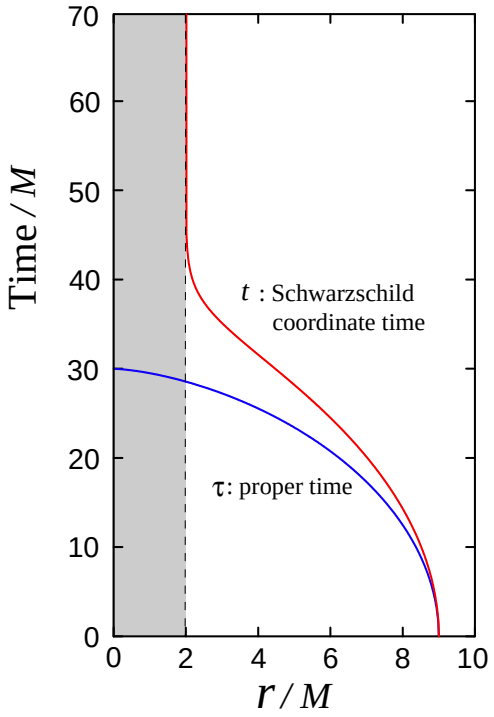


図 2.5: ブラックホールに落下する物体の落ち方 ($r = 9M$ から落下)。横軸はブラックホール中心からの距離 r、縦軸は時間 (座標時間 t と固有時間 τ) です。

ブラックホールに侵入する様子は目撃できない！

さて、図 2.5 の説明に戻りましょう。遠方の観測者の時間 t (赤い線) について説明しましょう。私達がブラックホールに落下しているロケットを眺めるとき、この時間で落下の様子を見ることになります。ブラックホールの近くにいる当人の時計 (固有時間 τ:青い線) とはずれていますね。赤い線を見ると、時間の経過に伴い内側に移動して行きますが、内側に移動する割合がだんだん小さくなっていて、動きがスローになってくることがわかります。ついには、物体がブラックホールの表面 ($r = 2M$) の近くに達してしまうと、いくら時間が経っても、もうそれ以上はブラックホールからの距離 r が小さくならないのです。時間が経っても変化しない。すなわち、時間が止まって、あたかも氷りつたかのように見えてしまいます (後に説明しますが、このとき重力赤方偏移のため

[1] 重力に逆らわず落下している人にとっては重力が消えてしまうことになります。

段々と赤みがかかってきて、かつ暗くなって来ます)。遠方にいる私達が (遠方の時計を用いて) 落下の様子を観察していると、いつまで経ってもブラックホールに落下するところを目撃できないのです。

質量を “長さ” で測ると便利　($c = G = 1$ の単位系)

ここで、ブラックホールについて考察するときに便利な、長さの単位について紹介しておきましょう。ブラックホールに関する書籍等を読むときに、知っていると便利だと思います。

まずはブラックホールの質量を M kg としましょう。光の速さ (真空中) は $c = 2.998 \times 10^8$ m/s、万有引力定数は $G = 6.67259 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2 ですが、これら量の単位部分に着目しいて、長さの次元をもつ量を作ってみましょう。ちょっとパズルを解くようですが、GM/c^2 という量をつくると、これは長さの次元を持ちますね。同様に、時間の次元を作ってみると、GM/c^3 で得られますね。$c = G = 1$ の単位系を使うときには長さも時間も M が単位長さになります。例えば、「ブラックホール半径は $2M$ ですよ」とか、「ISCO 半径は $6M$ です」[2] とか表現します。時間についても同様で、「$r = 9M$ の高さからブラックホールに向かって自由落下すると $\tau = 30M$ でブラックホールに中心に達します」などと表現します。ブラックホールの質量 M の値が倍になると、ブラックホールの半径の値も倍になりますし、落下に要する時間も倍の値になりますね。具体的に何 km ですか？何秒ですか？を求めたい時には、長さを求めたい時には $M \to GM/c^2$ と置き換えて、M と c と G の値を当てはめます。時間についても同じで、$M \to GM/c^3$ と置き換えて、M と c と G の値を当てはめます。

＜練習問題＞
(1) 太陽の質量を $M_\odot$ と表すことにします。その値は、$M_\odot = 1.989 \times 10^{30}$ kg です。太陽質量は何 m ですか。また、太陽と同じ質量をもつブラックホールの半径は何 km ですか。

(2) 太陽のブラックホール半径長を光の速度で横切るとすると、何秒かかりますか。また、太陽の場合 $30M$ は何秒ですか。
(3) 活動銀河の中心核には $10^6 \sim 10^8 M_\odot$ 程度のブラックホールが存在するといいます。このブラックホールのサイズは何 m か。また、何天文単位になるか計算しなさい。なお、1 天文単位 $= 1.50 \times 10^{11}$ m です。

—

ロケット自体はブラックホールに侵入している！

でも実際には、(落下する物体の立場になってみれば) 物体自体はとっくにブラックホールの内部に侵入を済ませているのです。このことは、ロケットに乗ってみれば分かることですが、その立場で計算してみると、図 2.5 からもわかるように、$30M$ の有限の時間でブラックホールの中心 $r = 0$ にまで達してしまいます (青い線)。この場合の時間は、ロケット内部の時計で測ったもので、「固有時間」と呼ばれます。この時間は、(落下していく)“物体と一緒に運動する時計” で測った時間ですが、その時間の進み方は、普通の (目の前にある自分の時計の) 進み方と同様です。しかしながら、遠方の我々の時計でその落ちていく時計を眺めると、強重力の効果のため時計の進み方が異なって見えるのです。

ここでもう一度まとめてみましょう。遠方の私達からブラックホール付近 (の探査ロケット) を観察していると、ブラックホール近傍に近づく程、時間の進み方が間延びしていくように (遅くなっ

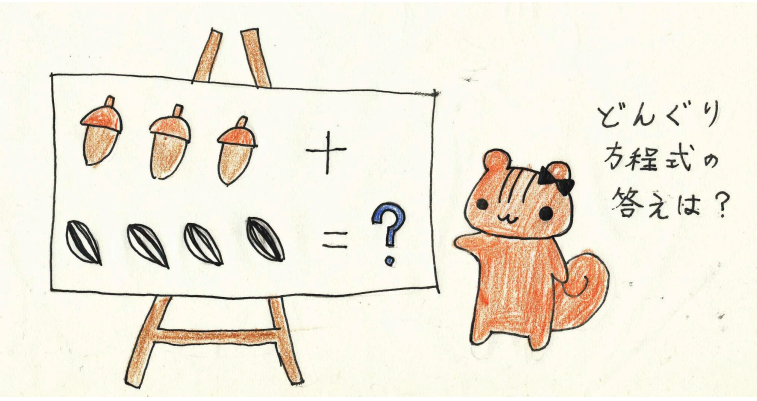
[2] ISCO(innermost stable circular orbot) とは、ブラックホールのまわりを周回するとき (円軌道として)、周回による遠心力で重力に逆らつつ、一番内側で周回するための半径のことです。

ていく) よう に見えます。そして、ブラックホールの事象の地平面と 呼ばれる 辺り では、ついには時間が止まっているよう に見えます (ただし 地平面自体からの光は私達には届かないので、実際にその様子を見こと はありません)。したがって、我々から 見ていると 、探査ロケット がブラックホールに落ち込むこと はできないのです。重力赤方偏移のせいで、探査ロケット からの光は次第に赤っぽく なり (赤外線になって、電波になって)、我々に届く 光線の量も 少なく なるので暗く なっていきます。

2.5　光線が曲がる理由

前節で説明しましたよう に、光の速さは重力の強いところでは遅く なるのです。その結果、重力源から 離れた (重力の弱いところにいる) 私達から 見ると 、ブラックホールの近く ほどゆっくりと光が進むため (時間がゆっくりと 進むよう に見えるため)、ブラックホールの脇をかすめて通り 過ぎようと する 光線の束は、全体としてブラックホール側に曲げられて進む事になり ます。(その様子については、前の章で説明しましたので、そちらも 参照して下さい。)

光線の束が方向を変える 説明としましては、う まい例えでは無いかもしれませんが、ブルド ーザーが曲がるときに、曲がり たい方向のキャタピラの回転速度を遅く すると 、車体の向きを変える事ができますね。光線の束の場合にも 、内側と 外側と で電播の速度に差が生じる 事で曲がる (波面の進む向きが変わる) とイメ ージすればわかり やすいですね。



第3章　アインシュタインの重力理論

「一般相対論」の基本的な方程式、『**アインシュタイン方程式**』を解けば、重力により歪められた時空構造がわかります。とはいえ、この方程式を解くのはとても難しくて、空間や時間の**対称性**や**境界条件**として特別な状況を考えた場合にしか、厳密な解は得られていません。

ここでは、ある質量がつくり出す時空の歪みについて (ブラックホールの時空) について考えていきますが、**球対称**の場合と**軸対称**の場合について紹介します。

3.1　ブラックホールの解

ブラックホールは、(後述の)「アインシュタイン方程式」の数学的な解として表現されています。数学的に得られた解ですから、実際にあるのか、それとも存在しないのかについては、実際に宇宙を観測して調べる必要があります。ブラックホールの探査については、後ろの章で説明行いたします。

ブラックホールの種類

さて、アインシュタイン方程式から得られた、「ブラックホールの厳密解」としては、以下のものが知られています。

1) 球対称の場合(**シュバルツシルド解**)。ブラックホールについて勉強する場合には、まずはこの解について勉強することになります。自転が遅い場合のブラックホールの代わりに、(近似として) この解が用いられることもあります。事象の地平面の内側、$r = 0$ に点状の特異点 (密度が無限大) をもちます。

2) 自転している場合(**カー解**)。宇宙に在するであろうブラックホールは、自転をしている「カー・ブラックホール」であると考える研究者が多いです。自転の方向に「**時空を引きずる**」という性質があるので、いろいろと面白い性質を示すことになります。事象の地平面の内側の赤道面に、リング状の特異点をもちます。

3) 歪んでいる場合、自転していない(ワイル解)。

4) 歪んでいて自転している場合(冨松–佐藤解)。

カー・ブラックホール？

現実に宇宙に在するであろうブラックホールは、「カー・ブラックホール (カー解で表される)」であると考える研究者が多いようですが、実際に観測によって確認されたわけではりません。みなさんが、ブラックホールのことを勉強する際には注意が必要です。

とはいえ、これ (ブラックホールの自転) には根拠があります。太陽系の星々は自転していますし、おそらく他の恒星や(その周りの)惑星も自転していることでしょう。恒星や惑星が形成されるプロセスを考えると、そのほうが自然と思えます。恒星が一生を終えてブラックホールになる場合にも、元々の星が自転していたのですから、ブラックホールになったあとも(角運動量を捨てきれず)自転していると考えるのが自然でしょう。

仮に、ブラックホール形成時にほとんど自転していない状態であったとしても、ブラックホールに周りからガスが落下することを思えば(ガスが落下するからこそエネルギーが発生して観測できるようになります)、落下するガスが角運動量をブラックホールに持ち込みますから、やがては自転するようになるでしょう。十分な時間をかけて十分な量のガスが落下すれば、自転の速度はその最高速度にまで達することも可能です。 巨大な質量を持つ超高密度天体が、ブラックホールであるためには自転速度に最高の速さが存在します。

3.2　時空の二点間距離

「ブラックホール」について研究することは、「**ブラックホールの時空構造**」を知る試みと言えるでしょう。「**時空**」というのは、時間と空間をまとめて呼ぶときの用語ですが、特殊相対論や一般相対論によると、「時間」と「空間」は別々に取り扱える概念ではなくて、運動の状態や重力場の存在によって相互に関わってきます。例えば、“高速度で運動している宇宙ロケット中の時計は遅れて進む”とか、“ブラックホール近く(強重力場中)の宇宙ロケット中の時計は遅れて進む”とか、書籍やテレビ番組などで読み聞いたことのある方もいることでしょう。これらのロケットに乗っている人にとっては、時間の進み方は普段と変わりないのですが、我々は、高速度で運動する人や、強重力場中にいる人の時間の進み方が、我々とは異なっていることを観測します。

相対論によると、時間の進み方は、人によって(観測者によって)異なってくるのです。我々の宇宙において、絶対的な時間というものは存在しません。このような考察が必要な場合には、時間と空間を分離せずに「**四次元の時空**」として考える必要が出てきます。以下では(いろいろな議論をするために)「時空」というものをどのように書き表すか、また重力場が時空を曲げるとはどういうことか考えましょう。「四次元時空」の概要については前章でも紹介しましたが、ここではちょっとだけ数式を用いてみましょう。「四次元時空」を数学的に扱うために、「**時空の二点間距離**」の定義について説明致します。

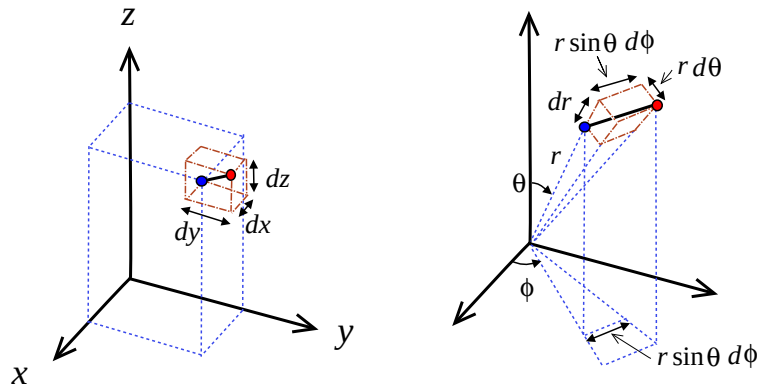


図 3.1: デカルト 座標（ 左図）と 球座標（ 右図）における２ 点間の空間的距離。デカルト 座標においては、x 方向、y 方向、z 方向にそれぞれ dx、dy、dz だけ離れているとして、ピタゴラスの定理により 計算する 事ができる。球座標においては r、θ、ϕ 方向に dr、$rd\theta$、$r\sin\theta d\phi$ の距離だけ離れていると 表され、これらを用いてピタゴラスの定理を 適用する。

我々の日常生活の中（ 弱い重力場）では、三次元の空間があって一次元の時間があると 考えて差し 支えありません。この日常的な 世界において、物事の運動や状態、物質の分布の様子などを記すためには、「 **座標系**」を用意します。x 座標, y 座標, z 座標、それから時間を表す t などには馴染があることと 思います。この座標系を用いて、物体の運動や分布などを数学的に表記することが出来ます。[1]

いま、ある 事件 A が起こって、これが別の事件 B を誘発することを考えましょう 。事件 A の起こった地点から 事件 B の起こった地点までの最短距離（ 三次元空間での距離）は、ピタゴラスの定理を用いて、

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \tag{3.1}$$

で表されます。

4 次元時空の二点間距離

さて、事件 A から 事件 B までの間には、なにがしかの時間 Δt を要するはずですから 、上式に “**時間的な長さ**”（ 時間の間隔に光速度を掛けて距離の次元にしたもの）を付け加えて、

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2 \tag{3.2}$$

を導入します。これが四次元時空の場合の（ ふたつの事件の間の）二点間距離という ことになります。三次元空間での距離から $c\Delta t$ の二乗の項を引いて（ マイナス符号にして加えて）、四次元時空における 二点間距離としています。$c\Delta t$ は、時間間隔 Δt に光速度 c を掛けた量ですが、これは Δt 時間に光が進む距離（ 長さ）になっています。

時間と 空間では “性質” が異なりますが、時間の項の符号は “−” とする 必要があります。これは、どの慣性系で見ても（ 真空中の）光の速さは一定であるという ことに由来します。こう すると

[1]物理学の問題を解くときなど、(普段あまり 意識しないかもしれませんが) 当然のよう にちゃんと「 座標系」を設定してから 解いてますよね。グラフを描く 時にも 、座標について考えているはずです。

異なる観測者間の物理量の変換に関してうまく記述できます。 すなわち、**座標変換** (「**ローレンツ変換**」と呼ばれます) という 作業に対してうまくいくというわけです。この事情を理解するためには特殊相対論を勉強する必要がありますが、ここでは “こうゆうもの” として進めておきます。

ところで、天体の運動を記述したいときのように、ある空間位置を示すのに、中心からの距離 r と、x 軸からの角度 θ と z 軸からの角度 ϕ を用いると便利であることがあります(「**球座標**」と呼ばれます)。 この時の二点間距離は、

$$(\Delta s)^2 = (\Delta r)^2 + r^2(\Delta\theta)^2 + r^2\sin^2\theta(\Delta\phi)^2 - c^2(\Delta t)^2 \tag{3.3}$$

となります。球座標は「曲線座標系」の一つです。座標系が “曲がっている” (曲線で表される) という事ですが、“曲がった時空” ではありません。ここで、$(\Delta\theta)^2$, $(\Delta\phi)^2$ の係数が 1 ではないことに注意してください。$\Delta\theta$, $\Delta\phi$ は角度の差を表しますから、θ 方向, ϕ 方向の微小長さを表すためには、長さの次元をもつ量を掛ける必要があります(図 3.1 を参照してください)。

ブラックホールの作る「曲がった時空」を扱う際には、「この二点間距離がどうなっているか？」ということを調べることになります。球座標は曲線座標系ですが、曲がった時空ではありません (前章で説明した「曲率」はゼロです)。ブラックホールが作る時空は、曲線座標系で表現されることになります。この場合、「曲率」はゼロではなくなります。この歪みについて調べるためには、以下の「**アインシュタイン方程式**」について理解する必要があります。

3.3　アインシュタイン方程式 ∗

質量 (あるいはエネルギー) があって時空を歪めている時、具体的にはそのように歪んでいるのでしょう。このことは “どうやって二点間を結ぶ距離が計算されるの?” と言い直しても構いません。その解は、(適切な境界条件の元で) アインシュタイン方程式を解くことで得られます[2]。

メトリック： 時空の二点間距離を表す

さて、さきほど 4 次元時空の 2 点間距離として

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2 \tag{3.4}$$

を紹介しました。2 点の間の距離を (微積をまだ習っていない方にも) わかりやすく説明するために Δs、Δx、Δy、 Δz などと、有限の値の幅 (「**差分**」といいます) をもつように書きました。しかし、本来ですと **微小な距離**だけ離れた 2 点間の距離で記述す

[2]時空を曲げる要因としては、(質量による) 重力発生以外にも、加速運動によるものもあります。前者の場合には、質量(エネルギー) の分布に依存して、時空の歪み具合が決まります。後者は、加速運動により現れる見かけ上の重力ともいえます。このことは「**等価原理**」としてしられているので、ご存知の方も多いことでしょう。

るべき議論であって、微分を用いた数式表現を取るべきなのです。すなわち、

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \tag{3.5}$$

と書くのが正式です。この節では、この書き方を用いて説明します (なお、他の節で便宜上 Δx などを用いて説明する場合もあります)。

この微小な二点間距離について、曲線座標 (球座標) の場合には

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2 \tag{3.6}$$

となります。これは平坦な時空を表しますが、曲がった時空の場合にはどうなるのでしょうか。以下では、数学的に一般的な表式に書き直すために、t、x、y、z あるいは t、r、θ、ϕ と書く代わりに、座標軸に 0 、1 、2 、3 の番号をつけて区別することにします。記号としては x を採用して、 x^0、x^1、x^2、x^3 とします。こうしておいて、例えば球座標の場合には

$$ds^2 = g_{00}(cdx^0)^2 + g_{11}(dx^1)^2 + g_{22}(dx^2)^2 + g_{33}(dx^3)^2 \tag{3.7}$$

と書くことにします。ここで、$g_{00} = -1$、$g_{11} = 1$、$g_{22} = (x^1)^2$、 $g_{33} = (x^1)^2\sin^2(x^2)$ です。この g という関数は**計量 (メトリック)** とよばれ、これが二点間の距離を具体的に決めることになります。関数 g には添字 (右下の小さな数字) が付いていますが、これらに関して、ギリシャ文字 μ(ミュー) と ν(ニュー) を用いて $g_{\mu\nu}$ と表記することにします。μ と ν には、0 、1 、2 、3 の数字のいずれかの組合せが入ります。

わざわざ難しい書き方をしているようにも思えますが、実は歪んだ時空の二点間距離を調べてみると $ds^2 = \cdots$ の右辺の中には、$dtd\phi$ (あるいは dx^0dx^3) とか、$dtdr$ (あるいは dx^0dx^1) といった項が現れる場合があるのです (二つの添字の値が同じとは限らないんです)。μ と ν の組合せは $4 \times 4 = 16$ あるので、 $ds^2 = \cdots$ の右辺に1 6 個の項が並ぶかもしれません。そこで、数学の便法上

$$ds^2 = \sum_{\mu=0}^{3}\sum_{\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \tag{3.8}$$

と書くことにします。ここで、$g_{\mu\nu}$ は、x^μ の関数です (すなわち $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x^0, x^1, x^2, x^3)$ です)。この関数は、μ に関する成分と ν に関する成分がありますが、高校の数学で習う **行列**なのです。なお、通常はこの式の $\sum$ の記号を省略して、

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \tag{3.9}$$

と書きます。こう書くと短くなりますね。

曲がった時空を記述：「アインシュタイン方程式」

「曲がった時空について解く」ということは、このメトリックを求めることに相当します。それを決めている方程式が、アインシュタインの『**重力場の方程式 (アインシュタイン方程式)**』です。このアインシュタインの「重力場の方程式」は、時空のメトリック $g_{\mu\nu}$ についての方程式になっていて、

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa T_{\mu\nu} \tag{3.10}$$

と表されます。ここで、$R_{\mu\nu}$, R は、メトリック $g_{\mu\nu}$ の関数です。[3]

テンソル算

この「アインシュタインの方程式」を計算するためには「**テンソル算**」の知識が必要になります。リンゴが N 個というときの N や 駅まで S km というときの S は、数や大きさを表し「**スカラー**」と呼ばれる事があります。駅は北々西の方向に S km などという場合には、この量には向きの情報がつけ加わっていて $\vec{S}$ と表記し「**ベクトル**」と呼ばれます。座標系 (x, y, z) を設定すると成分が指定できて $\vec{S} = (2, -1, 0)$ のように表せます。ベクトルの各成分は、$S_x = 2$、$S_y = -1$、$S_z = 0$ などと表されますが、これらをまとめて S_a (ここで $a = x, y, z$ のいずれかを意味します) などと書く事もあります。これを拡張して $A_{abc...}$ という量を考える事ができます。 $a, b, c, ...$ はテンソルの添字と呼ばれますが、添字が無い場合がスカラー、添字が一つの場合がベクトルに対応します。上の式中にある添字が二つの量は、いわゆる「**行列**」(テンソルの特別な場合に相当) となります。

[3] $R_{\mu\nu}$ は “リッチテンソル (または、リッチ曲率テンソル)”, R は “リッチスカラー (または、スカラー曲率)” といいます。これらの具体的な表式についてはここで示しませんが、興味のある方は一般相対論の教科書などを参考にしてください。

テンソルと座標変換

アインシュタイン方程式は、四次元時空を考える場合、μ と ν はそれぞれ 4 つの成分を持ちますから、$4 \times 4 = 16$ 本の方程式ということになります。実際にはそのうちの何本かは同じものになるので、独立なものは 10 本になります。μ はデカルト座標の場合には $\mu = t, x, y, z$、球座標の場合には $\mu = t, r, \theta, \phi$ となります。重要なことは、任意の座標系において、テンソルの表式で表しておけば方程式は同じ表式になります（もちろん各成分の値自体は異なってきます）。数学的には、**座標変換に対して共変な形式**であるといいます。これはテンソルの数学的な性質に依るのですが、特殊相対論の場合のローレンツ変換を、より一般的な座標変換（一般座標変換といいます）に拡張した事になります。物理的には “すべての物理法則はいかなる座標系を基準にとろうとも、全く同じ形式で書き表される” ということになります。これは『**一般相対性原理 (principle of general relativity)**』と呼ばれます。

球対称の場合の真空解

アインシュタイン方程式の左辺の説明からテンソルの話に脱線してしまいましたが、話を戻しましょう。アインシュタイン方程式の右辺の $T_{\mu\nu}$ では**物質・エネルギーの分布**の様子を与えることになります。

重力源の周りが**真空**の場合には、$T_{\mu\nu} = 0$ となります。一方、周りに「**ガス**」や「**電磁場**」が分布している場合には、$T_{\mu\nu} \neq 0$ です。ガスや電磁場があると、それらがもつエネルギーも時空を歪めることになります。したがって、中心天体としての重力源の歪に加えて、これらの効果も採り入れて方程式を解くことになります。

この方程式を解くのは非常に難しいのですが、ある特別な場合の解は知られています。中心天体の周りが “**真空**” であり、中心天体が “**球対称**” である場合には、「**シュバルツシルト・メトリック**」として知られる解が得られます。この場合の時空の二点間を結ぶ線素は、

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right) c^2 dt^2 + \frac{1}{\left(1 - \frac{2m}{r}\right)} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \qquad (3.11)$$

となります。ここで、$m = GM/c^2$ は長さの次元を持ちます (M は天体の質量)。$r = 2m$ のところで $g_{tt} = 0$、$g_{rr} = \infty$ となることに注意して下さい。後ほど説明しますが、この特別な半径は「**シュバルツシルト半径**」と呼ばれます。この半径が、いわゆる “**ブラックホール半径**” ということになります。シュバルツシルト・メトリックをアインシュタイン方程式から導出する作業は、大学の専門課程のレベルです。ちょっとテンソル算の練習が必要ですが、是非挑戦してみて下さい。

3.4　誰が観測するのか？ ＊

遠方の観測者と固有な観測者

一般相対論においては、（特殊相対論でもそうだったように）観測者によって物理現象が異って見える場合があります。時間の進みかたや物差しの長さが異って観測されます。いま、一般相対論を用いてブラックホールの曲がった時空について学ぼうとしているわけですが、様々な場面において、特殊相対論で学んだ「**慣性系**」が**基準座標系として重要**な役割りを果たすようになります。慣性系に静止した時計で計った時間を「**固有時間** τ」、また物差しの長さを「**固有距離** σ」と呼びます。一方、運動している別の慣性系や重力場中の別の慣性系を観測する場合には「**座標時間**」や「**座標距離**」を用います。前者の場合はローレンツ変換で対応させる事ができますし、後者の場合には重力の存在を採り入れた一般的な座標変換で対応させる事になります。

ブラックホールから遠く離れたところにいる我々は、前節で紹介しました**シュバルツシルト座標**を用いてブラックホール時空を記述することになります。しかしながら、以下の場合においては、**特殊相対論が適用できる観測者**を設定できて、この観測者を介して（座標変換で関連づけて）様々な現象を理解すると便利場場合がしばしばあります。

特殊相対論が適用できる観測者

(i) まずはブラックホールに**自由落下**している観測者の系を考えましょう。この場合、時間的・空間的に極く狭い領域(「**局所的**」といいます）に限れば「**慣性系**」になっています。従って、特殊相対論が使えるというわけです。ただし、考えている領域に広がりがある場合には、以下で紹介する「潮汐力」が無視できなくなるので慣性系としては扱えなくなります。

(ii) 次に、ブラックホールの近くのある地点に留まる観測者（ r, θ, ϕ の値が固定されている）を考えましょう。この観測者は、**基準の観測者** (FIDO: fiducial observers) と呼ばれます。ブラックホールに対して静止しているので、重力を感じています。ブラックホールに落ちないように、そこに留まるためには足場が必要です（例えば、ロケットエンジンを常に噴かさなければなりません)。しかしながら、曲がった時空ではあるけれども、局所的な領域に限れば、この場合においても特殊相対論が適用できる (**慣性系**) のです。曲面でも、極く狭い領域に絞りこめは、平面と見なしてよいのと同じです。

3.5　重力赤方偏移

ブラックホールの近くに留まる観測者の時計で計った時間（固有時間 τ）と、ブラックホールを遠方から観測している我々の時計で計った時間とは同じでしょうか。実は、我々がブラックホール近くにいる観測者を観察すると、彼らの時計は我々のものよりゆっくり時を刻むように見えるのです。我々から見ると、彼らの動作はとてもゆっくりしたものに見えるのです。しかしながら、ブラックホール近くにいる観測者の立場からすると、時間は普通に（我々と同じ感覚で）過ぎているように感じているのです。我々（遠方）から見ると（重力場中の）時計の進み方が遅く見えるというのですが、これはいったいどうゆうことでしょうか。ブラックホール近くの観測者と遠方の我々の時間の間隔について調べてみましょう。

時間の間隔：遅くなって見える

前節で、ブラックホール時空 (シュバルツシルド時空) における二点間距離が

$$(\Delta s)^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)(c\Delta t)^2 + \frac{1}{\left(1-\frac{2m}{r}\right)}(\Delta r)^2 + r^2(\Delta\theta)^2 + r^2\sin^2\theta(\Delta\phi)^2 \tag{3.12}$$

と書けることを説明しました (微分の表記から、*Delta* を用いた差分の表記に戻してあります)。このブラックホール近くの観測者は空間的に動かないので、$\Delta r = \Delta\theta = \Delta\phi = 0$ ということになります。しかし、時間は経過するので、時空の二点間距離は $(\Delta s)^2 = -(\Delta\tau)^2$ と表せます。一方で、同じ時空の距離を遠方の我々が眺めると、（3.11）式において空間的な距離をゼロ（動かないので）とした $(\Delta s)^2 = -(1-2m/r)(\Delta t)^2$ ということになります。すなわち、両者の時間間隔は [$(\Delta s)^2$ を消去して]

$$\Delta t = \frac{1}{\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{1/2}}\Delta\tau \tag{3.13}$$

という 関係で結ばれることが分かります。$1/(1-2m/r)^{1/2}$ の因子の分だけ時間の進み方に違いが生じることが分かります。時間の遅れに関するこの因子は「**遅延関数（lapse finction）**」と呼ばれます。

例えば、ブラックホール半径の 3 倍の地点 ($r=3m$) に停泊しているロケット の中の 1 分は、遠方から眺めていると 1.7 分ほどに見えるのでです。それでは、$r=2.9m$、$r=2.8m$、$r=2.7m$ と内側にずらしていった場合、この時間間隔はどの様に変化するでしょうか。グラフにしてみると、ブラックホールに近いほど時間の遅れの効果が増大することが分かります（ぜひ試してみて下さい）。そして、$r=2m$ の場合には、この因子は無限大となり、**時間が "凍結"** してしまうことになります。すなわち、ちょうど $r=2m$ にいる観測者に関して、彼らの時間が経過する様子を知るためには、無限の観測時間が必要になるのです。もっとも、この様子を実際に観察することは（どんな手段を用いても）できません。なぜなら、観測するために必要となる $r=2m$ からの光が我々に到達するのに無限の時間を要するからです。地平線の向こう側が見えない事に例えて、この $r=2m$ の半径で区切られた境界を「**事象の地平面 (event horizon)**」と呼びます。

距離の間隔: ものさしは縮む

ブラックホールの近くでは、時間の進み方が異なってくるのみならず、ものさしが（空間距離スケール）が縮んで見えます。簡単のため、ものさしを鉛直に立てておいて、r 方向に目盛を読みます ($\Delta\theta=\Delta\phi=0$ です)。ものさしは静止 ($\Delta\tau=0$) しているとします。そうすると、先ほど時間間隔の違いについて考えたのと同様にして、ブラックホール近くの観測者の二点間距離 $\Delta\ell$ は、我々が見る場合の距離間隔 Δr と

$$\Delta r=\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{1/2}\Delta\ell \tag{3.14}$$

の関係で結ばれます。ブラックホール周り $r=3m$ 地点で 1m の棒は、我々が見ると 0.58m に縮んで見えることになります。この棒を横（鉛直方向に対して垂直）にするとどうなるでしょう。今度は $\Delta t=\Delta r=0$ および $\Delta\tau=\Delta\ell=0$ とおけば良いですね。半径 r の球面状の二点間距離は同じになることは、皆さん自身で確認しておいて下さい。

ブラックホール近傍で時間の進み方が遅くなり、かつ半径方向の空間的長さが短く見えるということは、ブラックホール近くほど光の速さが遅くなるということになります。ブラックホール表面での光速度はゼロということになります。"真空中の光速度は一定の値 c である" というのが相対論の基本原理だったはず、と考える読者もおられるでしょうが、これは慣性系の観測者に対するものでした。ブラックホール近傍にいる観測者（慣性系）が、その地点で局所的に光速度を計ると、c という速さが得られます。しかしながら、遠方の我々が重力場中の現象を観測すると、光速度は遅くなって見えるのです。重力場の存在は、光速度に関して、あたかも媒質中でその速さが遅くなるのと同じように振る舞うのです。ブラックホールから離れたところではこの効果は弱まりますが、ブラックホールに近いところほど強まります（光速度が遅くなる）。したがって、ブラックホールの脇を光線の束が通過する時、内側の光線が遅れるので波面は向きを変え、あたかも連続的（重力の強さが内側ほど徐々に強くなるためです）に屈折するかのように光線が曲げられることになります。この光線が曲がる効果は「重力レンズ効果」と呼ばれます。ところで、ブラックホール近傍にいる観測者にとっては光速度は一定の値 c と書きましたが、それだと曲がらないのではないでしょうか。この観測者から見ると、光線は直進するのですが、これには "局所的には" という条件がついています。ちょっと広い領域まで考えると、光速度の不均一さに気がつくことになります。

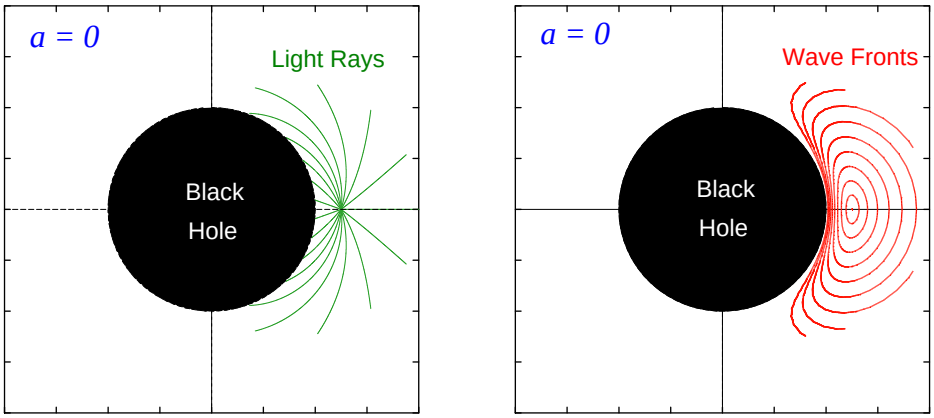


図 3.2: 自転していないブラックホールのごく近傍で発せられた光の光線(左)と波面(右)。ひと目盛りは m である。ブラックホールの半径は $2m$ である。ブラックホールが自転していない場合。放射状に発せられた光線であるが、その大部分が湾曲してブラックホールにつき刺さる。一方、波面については、ブラックホール近傍ほど伝播速度が遅くなるため、ブラックホール表面を包み込むように伝播して行く。この波面は、遠方の私達から見て、同時刻での光線の位置をつないだものだが、このようにして描かれた波面は決してブラックホール表面 (事象の地平面) を横切ることは無い。

3.6　ブラックホールからの距離について ＊

ブラックホールの半径は、どの様にして計るのでしょうか。ブラックホールの中に入って中心からの距離を計ることなど出来ませんね(一旦入ったら出てこれないのですから)。それではと、目盛のついた紐を垂らしてみたとしても、ブラックホールの事象の地平面の中のことは分かりませんから、紐が中心に到達したかなど分かりません。あなたのロケットがブラックホールからどれだけの距離離れているかの測定しようとしても、ブラックホールの中心から直接測量する事はできません。また、ブラックホール近くでは時空が歪むため、ブラックホール近くに置いた物差しの長さも一定ではなくなります… (重力赤方偏移の効果のため、このように見えるのです)。

いや、それ以上に深刻なのは、座標の原点 $r = 0$ でこの座標系が発散しているという事実です。数学的には「特異点」であるといいます。このことは、この点で我々の物理法則が破綻しているということを意味します。そんな点を基準にして距離を計ろうとは、ナンセンスであると言うわけです。(ブラックホールの時空に特異点が現れてしまうことは、ブラックホールを物理的に扱おうとする時に問題ではないかと思えますね。この問題については後ほど取り上げたいと思います。)

そこで、この特異点を避けて、ある球面上をぐるっとまわってその円周を測定する事にします。そして、この円周を 2π で割ったものを "半径" とみなすことにします。空間が平坦なら、この方法で求めた半径と中心点からの半径は一致します。しかし、ブラックホール周りの場合には異なってくるのです。ある半径の球面とこれとは別の半径の球面の間の半径の差は、我々から見ると Δr ですが、ブラックホール近傍にいて、実際に測定できる観測者の立場だと $\Delta \ell$ となります。既に説明したように、この長さは一致しません。我々がブラックホール周りの現象をシュバルツシルト座標 (t, r, θ, ϕ) を用いて計算しようとする時にはこのことに留意する必要があります。

あなたがロケットに乗っているならば、ブラックホールからちょっと離れたところで、ロケットの速度を調整して (赤道面での) 円軌道を描いてみて、その円周の長さ ℓ を求めます。あまり近くだと落ちてしまいますのでご注意を！一周するのに要する時間を測れば、この円周の距離は分かりますね。これを 2π で割ることで得られた長さを、ブラックホール (中心) からの距離 r としましょう　こうして決めた長さでつくる座標系は "Schwarzschild radial coordinate" とよばれます。

これとは別の距離を定義することもできます。ブラックホール近くの空間の各点のそれぞれの (その

場所に置かれている) 物差しをつないで “長さ” とした半径を定義することもできます。この定義の長さは、“proper radial distance” と呼ばれます。

以下の内容はちょっと専門的ですが… 、R (proper radial diistance) を r (Schwarzschild radial coordinate) を用いて表すと、

$$R - 2M = \int_{2M}^{r} \sqrt{1 - \frac{2M}{r'}} dr'$$

となります。または、この積分を実行して

$$R = 2M + \sqrt{r(r-2M)} + 2M \ln \left[\sqrt{r/2M - 1} + \sqrt{r/2M} \right]$$

と表すこともできます。この $R - 2M$ が事象の地平面から外側に向かって測った「固有距離」ということになります。

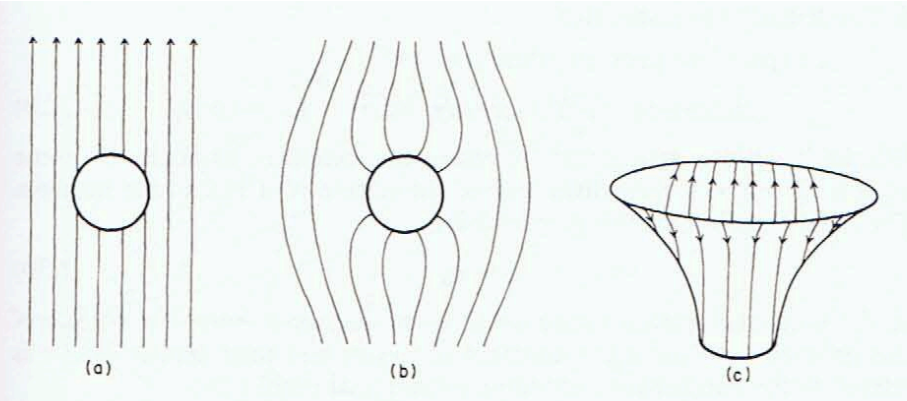


図 3.3: (a) シュバルシシルド座標で描いた一様磁場。一様磁場の定義どおり、磁力線が等間隔に描かれています。(b) 固有距離 (時空の各点に置かれた固有のものさして測った距離) で描いた一様磁場。時空の歪みに応じて、磁力線も歪んで描かれます。(c) 曲がった時空の歪みを表現するため、1 つ高次元の空間に埋め込んだ様子。この曲面上に描かれた磁力線を、(図中の) 上方からみると、(a) 図のように等間隔に見え、曲面に沿って展開する (平面にやき直す) と (b) 図のようになります。

第4章　ブラックホールの誕生

前章までで、ブラックホール環境やその時空の歪みなどについて説明してきました。しかしながら、そもそもブラックホールは実在するのでしょうか？ 存在するのであれば、その起源 (誕生) は如何なるものでしょうか？

ここでは、ブラックホールの形成機構について紹介します。そこには「恒星の死」=「ブラックホールの誕生」という構図があります。前半では、恒星としてのエネルギー発生の仕組みと、燃料を使い果たした星の進む道について紹介します。後半では、形成されるであろうブラックホールの質量サイズについて紹介します。

4.1　星の進化の最後としてのブラックホール

この内容については、高等学校「地学 I/II」で学ぶことができます。恒星がその一生を終えると (燃料を使い果たすと)、自身の重力で収縮します。質量がある程度大きいと、大爆発 (**超新星爆発**) を起こして粉々になり、周りにガスをまき散らかします。あとには星の芯 (コア) だけが残ります。この芯の部分が、**中性子星**とよばれる天体になったり、**ブラックホール**になったりすると考えられています。太陽程度の質量の恒星は、爆発すること無く**白色矮星**とよばれる天体へと収縮していきます。

恒星が自分自身の重力に抗して球形を保っていられるのは、恒星内部の圧力が高くて膨張しようとする力が作用していて、これが重力と釣りあっているからです。恒星内部に高い圧力が生じている理由は、中心領域で「**核融合反応**」が行なわれており、それによる膨大なエネルギー生成が高温・高圧状態を生み出し、恒星の外部との間に圧力差が生じることによります。恒星の外側の宇宙空間はほとんど圧力ゼロとみなして良いですから、そこに向かって広がろうとするのです。

一方、白色矮星や中性子星においては、核融合反応は停止しており、そのような圧力は発生しないのですが、圧縮された電子あるいは中性子が生み出す「**縮退圧**」という圧力で自身の重力を支える事ができるのです。白色矮星は、**電子の縮退圧**で支えられた星です。また、中性子星とは、**中性子の縮退圧**で支えられた星です (縮退圧については、後程詳しく紹介致します)。

恒星も、白色矮星、中性子星も、自身を支える圧力の源こそ異なりますが、重力に抗して自身の形を作っています。もちろん、内部と外部を区別する明確な “表面” が存在します。(大気が存在するなど、その線引が曖昧に思える場合もあるかもしれませんが、適当な物理量を用いて表面を定義することはできます)。しかし、ブラックホールの場合には、物質が占めている内側と、物質が無い外側という区別はありません。我々から見ていると一方通行の膜 (事象の地平面) はありますが、星のような性質をもつものではありません。元々は、恒星だったものが、重力崩壊の結果、まるで異なる性質をもつブラックホールに生まれ変わるのです。

4.1.1　核融合とは？

物質を構成する要素として、１９世紀後半には、原子の存在がしられるようになっていました。また、２０世紀始めには、原子が**原子核**と電子からなることがわかってきました。１９１９年のラザフォードによる**陽子**のの発見、１９３２年のチャドウイックによる**中性子**の発見を経て、原子核が陽子と中性子から構成されることがわかってきました。

核融合反応

太陽や恒星が放出している莫大なエネルギーの発生の源は、その中心部で起こる「**核融合**」によることが分かっています。核融合とは、質量数の小さな元素の原子核が融合して、質量数の大きな原子核を生じる反応です。原子番号が鉄より小さい元素については、元素番号が上ると、核子1 個あたりの**結合エネルギー**が大きくなるので、融合することでエネルギーが解放されるのです。

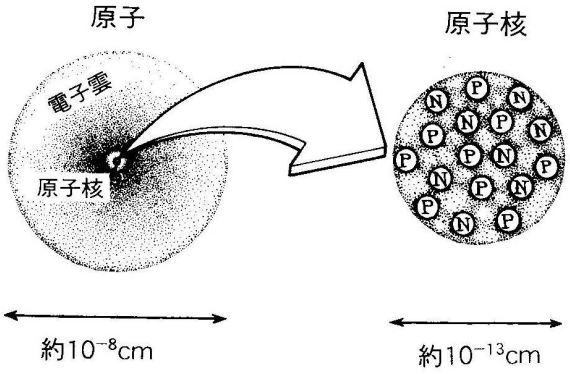


図 4.1: 原子と原子核。原子は、その質量のほとんどを担っている正電荷の原子核のまわりを、軽い電子の雲が取り巻いている構造になっている。原子のサイズに比べて、原子核のサイズがいかに小さいかに着目して下さい。

太陽など、「主系列星」という星の進化の段階にある恒星の場合には、いくつかのステップの後に、4 つの水素原子核が融合して1 つのヘリウム原子核と陽電子2 個、それからニュートリノを生成します。式で書くと

$$4\,{}^{1}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2e^{+} + \nu \qquad (4.1)$$

となります。この「**陽電子**」とは聞きなれない物質でしょうが、「**電子の反粒子**」なのです。これは、電子と同じ質量をもちますが正電荷をもちます。生まれてもすぐに普通の (負電荷の) 電子と反応して二つの**ガンマ線** (エネルギーが極めて高い電磁波) になってしまいます。

核融合反応を起こすために …

核融合は膨大なエネルギーを発生させますが、その反応を引き起こすには、原子核の間の距離を、原子核のサイズ程度にまで十分近づけてやらなければならないのです。核力を結びつける力 (**核力**) は、核子どうしが非常に接近しなければ働かない力なのです。しかしながら、原子核は正の電荷をもつので、原子核どうしは、**クーロン斥力 (静電気の斥力)** で離れようとします。この力に打ち勝って原子核どうしを近づけるためには、原子核どうしを高速で衝突させて、距離を縮める必要があります。つまり、十分な大きさの運動エネルギー (熱エネルギー) が必要なのです。

太陽のような恒星の内部は、10^7K と、温度が非常に高く十分な密度の原子核が激しく運動しています。このように温度が高いゆえに、衝突に必要な速度 (あるいはエネルギー) を得ることができます。また、密度が高いことより、十分な量のエネルギーを発生させることができます。いったんこのような環境が生成されると、放出される核エネルギーのよってその高温状態が維持されるので、核融合が連続的に起こることになります。このような反応を、「**熱核融合反応**」といいます。この反応は、恒星が放出している膨大なエネルギーの源になっています。

水素原子核の核融合反応の場合、反応が起こる距離まで接近させるためには 10^{10}K の温度にしなければなりません。また、ヘリウムが炭素を作る反応は 1 億 K 程度、炭素が反応するには1 0 億度程度の温度を必要とします。

太陽のような恒星では、中心温度が 10^7K 程度なので、水素原子核を反応に必要な距離まで接近させることはできないように思えます。しかし、原子核のような極微の粒子の場合には、粒子であると同時に「波動性 (波としての性質)」をもちます。粒子としては接近できないのですが、波は広がりをもつので、本来だと電気的なバリアで跳ね返されると思われる粒子が、波の性質によってバリアを通り抜けることができるのです。この効果は「**トンネル効果**」とよばれます。これは、量子論的な効果でして、ある確率でバリア (クーロンポテンシャルの壁) を通り抜けることができるのです。

このトンネル効果は、非常にゆっくりとしか起こらないので、太陽はゆっくりと燃焼することになります。爆弾のように一気にエネルギーを解放するのではなくて、数十億年という年月をかけて、ジワリジワリと放出しているのです。私達、人類が地球上に発生して進化して、宇宙のことに思いを馳せることができるのは、太陽がこのように長寿命であることによるのです。太陽の質量がもう少し大きかったら、中心の温度も高くなり、太陽の反応速度は今よりも大きなものとなります。その結果、太陽の寿命ははるかに短いものとなり、私達が進化する時間的猶予は無かったかもしれないのです。

＜Q＞ 陽子は正電荷を持つが、なぜ原子核という限られた空間内に複数個の陽子を閉じ込めておく事ができるのか？

自然界の 4 つの力

自然界の力 (基本的な力) には、4 種類の力 (相互作用) があることがわかっています。「**重力**」、「**電磁気力**」、「**強い力**」、「**弱い力**」です。高等学校では、いろいろな種類の力を習ったかも知れませんが、全ての力はこれらの “基本的な力” に帰結できるのです。その他の力は、便宜上名前が付け変えられたものや、見掛けの力 (観測者の立場を変えると消すことができる力) などがあります。

重力は引力だけ、**電磁気力**は (電荷の符号によって) 引力と斥力の両方が生じます。どちらの場合も、距離の二乗に反比例して弱くなる力ですが、無限遠方まで、その力の勢力は無限遠方にまで及びます。ただし、電磁気力の場合には、正符号と負符号の二種類の電荷が存在するゆえに、有限の距離内で力 (引力と斥力) が互いにキャンセルしてしまいます。宇宙の構造を作り上げているのは重力であって、電磁気力のみで宇宙スケールの構造を作り上げることはできません (あるいは極めて考えにくい状況といえるでしょう)。 地球や月は、ほぼ球形ですが、これは重力による力が支配的であるがゆえです。もっと小さなスケール、例えば我々の体の形を作り上げている力や、ビルや乗物などの複雑な凹凸のある構造を構築する際の力 (結合するための) は力は、すべて電磁気的な力なのです。

これに対して、「**強い力**」と「**弱い力**」(“強い” とか “弱い” とはなんだか安易なネーミングにも思えますが) は、力の到達距離が原子核スケールの程度と極めて短いので、原子核の問題を扱うとき以外は重要ではありません。日常生活をしてる分には馴染み無いですよね。しかしながら、ここで問題としている原子核内の力、つまり原子核内で正電荷である陽子どうしを束ねている核力は、「強い力」が原因と

なっているのです。「 弱い力」の方は、電磁気力よりも弱くって、β 崩壊 などを引き起こす要因になっています。β 崩壊とは、中性子が電子(ベータ粒子)と反電子ニュートリノを放出して陽子になる現象です。 一般的に、安定同位体よりも中性子の多い核種で β^- 崩壊が発生します。

強い力は、電磁気力の 1000 倍程度、弱い力の 10^{10} 倍の程度です。重力は、とても弱い力で、強い力の 10^{-39} にすぎません。ただし、この比較においては、10^{-15}m 離れた陽子間で働く 力としてます。この場合、重力と電磁気力では、どちらが何倍強いかについても計算してみてください。

星のエネルギー源について

現在では教科書にも載っている「 星内部のエネルギー発生」のしくみですが、実は長い間 (1 9 世紀から２０ 世紀にかけて)、大きな謎であったのです。例えば、石油や石炭のような地上ではおなじみの**化学的反応**では、現在の光度で何十億年も 輝き続ける事などとても説明できないのです。TNT 爆弾という 、化学反応の中でもかなり のエネルギーを発生する反応を用いても 、星が放出するエネルギーを説明するには全然足りません。太陽の場合、**重力エネルギー解放**によるエネルギー発生も 効率が悪くて期待できません。この場合の重力エネルギー解放とは、星表面から放射によってエネルギーが失われた結果、内部の圧力が低下することでガスが収縮し (落下し) 重力エネルギーが星外部に取り出せる (輻射の形で宇宙空間に放出される) という 仕組みです。しかしながら 、仮にこの方式のみでで太陽の輝きを説明しようとすると 、太陽の寿命は 1000 万年程度ということになり 、明らかにおかしなことになります。地球の年齢は (太陽とほぼ同じ年齢のはずですが) 4 7 億年程度ですから。

4.1.2　核エネルギーの取り出しかた

核子はバラバラでいるよりも 、原子核として結合している方が安定です。この結合の力は「 核力」なのですが、この力で核子が原子核として結合するとき、外部にエネルギーを放出し 、よりエネルギーの低い状態に落ち着こうとします。あるいは、原子核を個々の核子に分解するには、外部からエネルギーを加えなければなりません。このときのエネルギーは原子核の**結合エネルギー**といいます。

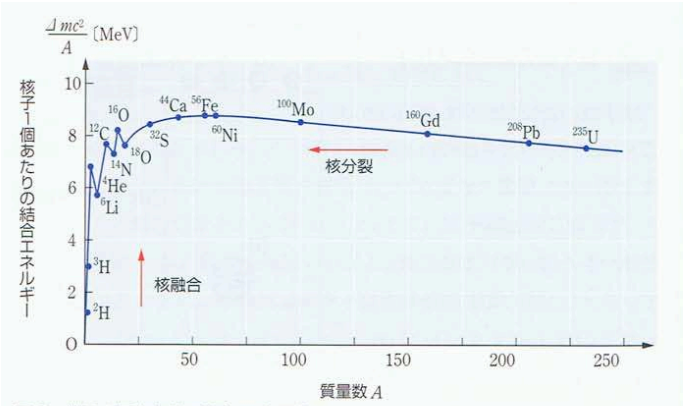


図 4.2: 核子1 個あたりの結合エネルギーと質量数の関係 (「 物理 II」実教出版より)

図 4.2 は、核子1 個あたりの結合エネルギーと質量数の関係を示したものです。質量数が 50~ 60 の Fe の辺りで「 結合エネルギー」が最大 (よりエネルギーの低い状態) となります。軽い元素は「 **核融合**」して Fe の方に反応が進む傾向があります。一方、重い元素は「 **核分裂**」して Fe 鉄の方に向かう 傾向があります。 反応前後の 結合エネルギーの差に相当するエネルギー $E = \Delta m \cdot c^2$ が発生します。なお、$(\Delta m \cdot c^2)/A$ が大きな原子核ほど 壊れにくい (A は質量数) ことになります。

アインシュタインの特殊相対性理論 (1 9 0 5) によれば、「 エネルギーと 質量は同等であり 、物体のも つエネルギーの増加· 減少にともなって、その物体の質量は増加· 減少する 」のである。手元におくと 同じ 物体でも 、その片方が運動し ている 場合には運動し ている 物体の方が質量が大きい、あるいは温度が違う ならば高温の物体の方が質量が大きいという のです。

化学反応でも 質量の和は小さくなります。その差額は反応熱になり 放出されます。ただし 、質量の変化量の測定は、値が小さ 過ぎるため無理です。炭素が燃えて二酸化炭素が発生する化学反応では、炭素原子1 個と 酸素分子1 個が反応した時、その 10^{-8} %ほど の質量が減少します。これにより 、4.08 eV の化学エネルギーが放出されます。

原子核反応の場合も 同様で、質量欠損分が結合エネルギーと なり ます。例えば、1932 年のコッククロフト とウォルト ンの有名な実験 (粒子加速器による最初の核反応) がありますが、

$$ {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow 2\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} \tag{4.2} $$

という 反応で生じた2 個のヘリ ウム原子核の運動エネルギーを測定することができて、$E = mc^2$ を実証しました。この反応においては、0.2 %程の質量が減少し 、17.4MeV の核エネルギーが放出されます。

4.1.3　「 縮退圧 」って？ ∗

縮退圧とは、「 **フェルミ粒子**」が「 **パウリの排他原理**」により 複数の粒子が同一の状態を取ることができないこと により 生じる圧力です。つまり 、あるエネルギーの値を取れる 粒子の数は、そのエネルギーの状態の数までが限界なのです。温度、すなわち粒子の平均運動エネルギーを下げていくと 粒子はエネルギーの低い状態へ移っていこうとします。しかしエネルギーの低い状態がこの粒子数の限界に達してしまうと 、エネルギーが高いままで残らざるを得ないことになります。このような状態になることを「 **フェルミ縮退**」もしくは単に「 **縮退**」といいます。縮退圧は、ガスの密度にだけ依存し 、温度には依らないのです。

粒子の密度が高い場合には、粒子数の限界に達しやすく なるのでフェルミ 縮退が起こり やすく なる。恒星の中心核は超高密度であるため数億 K という 高温であり ながらフェルミ 縮退が起こること がある。白色矮星のような縮退している星は、縮退圧で自らの重力を支えること ができるので、表面からの放射によってエネルギーを失っても 収縮せず、一定の半径を保ちつつ静かに冷えていきます。

ただし 、この縮退圧には上限があり 、電子の縮退圧で支えられる質量の上限は「 **チャンドラセカール限界**」、中性子の縮退圧で支えられる質量の上限は「 **トルマン・オッペンハイマー・ヴォルコフ限界**」と呼ばれています。質量がそれらの限界を超えていると **重力崩壊**が起こります。

中性子星が (降着円盤からの) 質量降着や中性子星どうしの合体によって質量が増大し 、太陽質量の2 ~ 3 倍ほともなると「 **トルマン・オッペンハイマー・ヴォルコフ限界**」を超えること になります。この場合、再び重力崩壊が始まりそう ですが、果たしてどう なるでしょう か ?·· この場合には、重力崩壊の結果、星は「 **ブラックホール**」になると 考えられています。この際に莫大な重力エネルギーが解放されるので、この崩壊現象は激しい光エネルギー天体現象を引き起こすと 考えられます。特に、「 ガンマ線バースト 」の原因の候補として有力視されています。

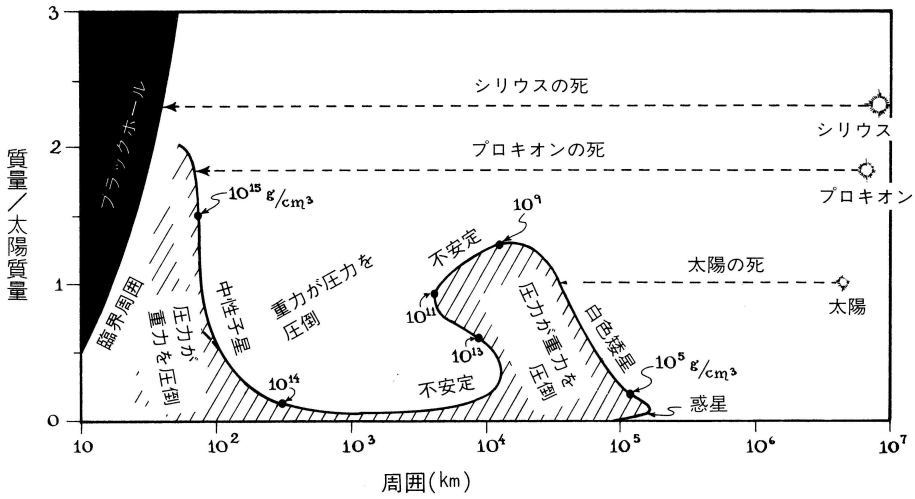


図 4.3: 恒星の死後、コンパクトな天体へと変貌を遂げる場合の運命。斜線の領域は、縮退圧によって支える事のできる「天体のサイズ」と「質量」の関係です。

4.2　近接連星系のブラックホール

近接連星系とは、二つの恒星がほとんどくっつきそうな距離 (たかだか星の半径程度しか離れていない) で、お互いの共通重心の周りを公転している連星です。このようなシステムにおいては、しばしば2 つの星の間で物質の交換が行われたり、極めて興味深いこの系固有の現象が起こってきます。このような近接連星系は、しばしば強い X 線を放射する X 線星として観測されることがありますが、もしかするとその一方の天体は「ブラックホール」かもしれないのです。

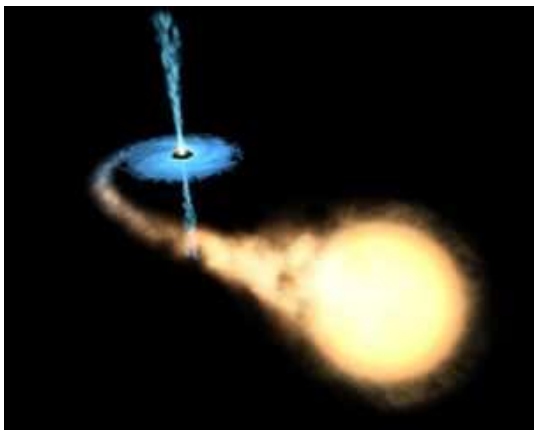


図 4.4: ブラックホール候補天体の想像図。ブラックホールと恒星 (超巨星) が連星になっていて、恒星から吹き出たガスが渦状に巻き込みながらブラックホールに落下していくと考えられています。このとき、ガスは高温になり X 線を放出するようになります。

恒星サイズのブラックホールの最有力候補としてははくちょう座の X 線星「**Cyg X- 1**」が有名です。この天体は、非常に強い X 線を放出している天体で、**分光連星**であることが分かっています。主星 (明るい方の星) は B 型の超巨星ですが、伴星の X 線星の方は太陽の 8.7 倍よりも大きいとの結論が得られています。これを中性子星で説明しようとすると、その上限質量をかなり上回っていることから否ということになり、「**ブラックホール**」が唯一残された可能性と考えられています。

ところで「分光連星」とは？

望遠鏡で覗いて空間的に2 つの星に分離して見ることはできませんが、分光 (スペクトル) 観測により連星であるとわかります。分光の結果、2 つの星のスペクトルが見える場合と、1 つの星のドップラー偏移 (公転運動のため周期的に変化します) により連星であることが分かる場合とがあります。ブラックホールの連星の場合、ブラックホール自体 (伴星) は見えませんが、重力的に作用することで主星 (明るい方の星) との間に公転運動を引き起こします。したがって、後者の分光観測の方法で見つけることになります。

話を戻して、はくちょう座の X 線星「**Cyg X-1**」の特徴としては、まずは中性子星の連星のような「パルサー」や「X 線バースト」などの現象が見られないことがあります。これは、この伴星には中性子星の場合のような “表面” が無いことを示唆しています。また、X 線のスペクトルが 100keV 以上の高エネルギーの方まで分布していて、中性子星の連星の場合とは異なっています。さらに、X 線の強度が極めて短い時間スケール (ミリ秒程度) で激しく振動している事実があります。ミリ秒という短い時間スケールの存在は、その現象が生じているサイズが非常にコンパクト (数 100km 程度) であることを意味します。また、高エネルギー輻射が観測されていることは、そこで膨大なエネルギーが発生していることを意味します。このようなコンパクトな領域での膨大なエネルギー発生を説明するために、ブラックホールというアイデアはたいへん魅力的なものになっています。(だからといって、この X 線星がブラックホールであると結論することは、まだできないんです。そこは慎重に議論を重ねて、証明する必要があるのです。)

ブラックホール候補 X 線星は、はくちょう座の X 線星「Cyg X-1」以外にもいくつか見つかっていますが、どちらかといえば消去法により、ブラックホールらしいと考えられているのが現状です。ブラックホール (候補天体) 発見の必要条件としては (これらが揃うと発見しやすいという意味で)、

1. 主星のスペクトルしか見えない連星 (分光連星) である。伴星がブラックホールである場合、伴星自体は見えないことになる。
2. 伴星の質量が、中性子星の上限質量 (太陽質量の2 倍程度) より十分大きいこと。中性子星よりも質量が大きなコンパクト天体としては、(理論的には) ブラックホールしか知られていない。
3. 主星が (超) 巨星でロッシュ限界を充たしており、伴星への降着流があること。この降着ガスの重力エネルギーが、高エネルギー現象のエネルギー供給源となる。
4. 高温になった降着プラズマの出す紫外線· X 線· ガンマ線などが観測されること。ガスが高温プラズマになるのは、伴星の作る強重力場中で降着ガスの重力エネルギーが解放され、熱エネルギーに転換されるため。
5. 食連星でもあり、食変光の光度曲線の様子が星によるものではなく、濃いガスの塊によるものであること。このガス塊は、降着ガスが伴星を取り巻くことで形成される「降着ガス円盤」であると考えられる。
6. 短いスケールの時間変動があること。この時間の尺度は、伴星の質量におおむね比例すると考えられる。

7. 伴星表面に起因すると思われる現象が存在しないこと。つまり、伴星には表面が存在しないこと。

仮に、これらのすべてを満足したとしても、それだけではブラックホールの存在を証明したことにはならないので注意して下さい。上記の条件が揃っても、状況証拠にしかすぎないのです。ブラックホールであることを証明するためには、ブラックホールが生み出す歪んだ時空「ブラックホール時空」としての性質についての理解を深め、それを観測で証明する必要があります。(そこにコンパクトな重力源が存在するというだけでは不十分なんです。)

4.3　銀河形成の過程、銀河の合体

銀河の中には、その中心核の領域から膨大なエネルギーを放出していて、とってもアクティブな「**活動的銀河中心核**」とよばれるものがあります。それらはしばしば「**宇宙ジェット**」とよばれる、細いビーム状の超高速プラズマを噴出します。これらの活動性の黒幕には「ブラックホール」が関与していると考えらています。

4.3.1　クェーサー

非常に激しい活動性を示す中心核を持つ。クェーサーは、以前は準恒星状天体 (QSO) と呼ばれていたが、これは光源が小さく恒星状に見えるからである (恒星ではないが恒星のように見えるので「準恒星」と呼ばれた)。しかし、中心核の周辺には淡い恒星の集団があり銀河である。このクェーサーは、通常の銀河の 1000 倍ものエネルギーを、その活動的な中心核領域から放出している。この中心核は、エネルギー発生の規模に対して、極めてコンパクトな領域となっているため、エネルギーが集約できる状況にあると思われる。現在では、中心核領域には (超) 巨大ブラックホールがあって、そこに落ち込む物質の重力エネルギーが、激しい天体活動のエネルギー源になっていると考えられている。

クェーサーに関して、もう一つ特筆すべきこととしては、(宇宙膨張に起因する) 赤方偏移が大きいことである。このことは、ハッブルの法則 (遠くの天体ほど大きな速度で我々から遠ざかっているため赤方偏移が大きくなる) から導かれることであるが、クェーサー非常に遠くにある天体であることを意味する。非常に遠くの天体からの光が我々に届くまでには、非常に長い時間を要するので、クェーサーは「非常に古い天体」であるといえる。宇宙の誕生後、(銀河が形成されて) まもないころの宇宙の状態を知る上で重要な天体である。

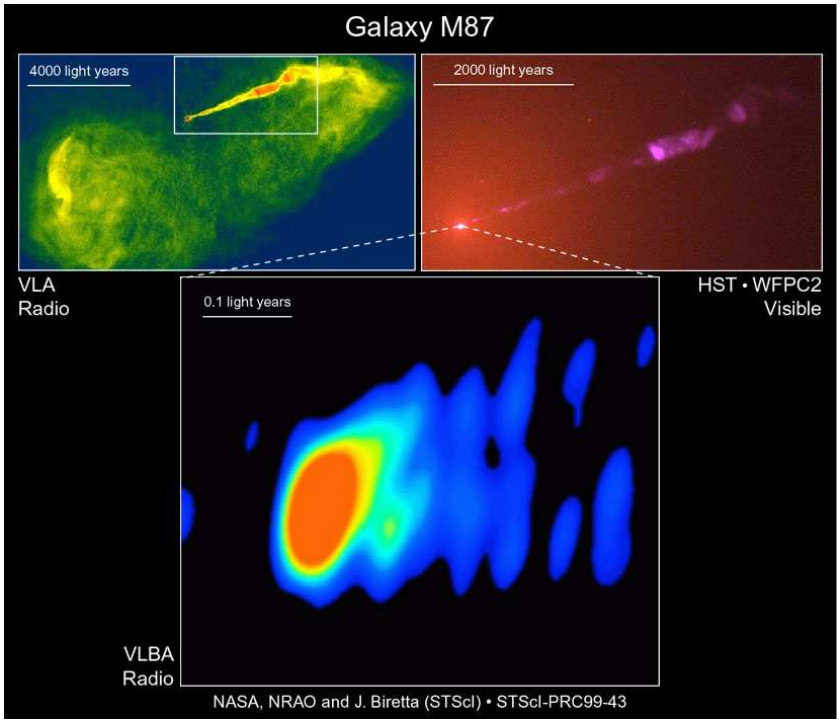


図 4.5: 電波銀河 M87 の中心核と宇宙ジェット。おとめ座にある楕円銀河。距離は約 5900 万光年。

4.3.2　セイファート銀河

明るく恒星状に見える中心核を持つ銀河で、1943 年にセイファート (米国) が発見した。渦巻き銀河が多く、放射エネルギーの大部分が赤外線領域にある。また、全放射エネルギーが、通常の銀河よりはるかに大きい。セイファート銀河は、中心核領域に巨大ブラックホールがあって、激しい活動性を示していると考えられている。変光するものが多い。

4.3.3　電波銀河の中心核

通常の銀河に比べて非常に強い電波を放出している。巨大な楕円銀河であることが多く、代表的なものでは光で見える銀河の外側に一対の電波源が存在している。また、中心付近からジェットと呼ばれるプラズマ放出流が見られるものがある。中心核領域には巨大ブラックホールがあって、激しい活動性を示していると考えられる。

4.4　宇宙が誕生したときに

宇宙が誕生したときに、その過程において大小様々なブラックホールもまた多数誕生したと考えられています。そのようなブラックホールは、星の進化の結果誕生するブラックホールとは形成の機構が異なるので、存在形態もまた異なることでしょう。星の死により誕生するブラックホールは、その周辺にパートナー天体が存在していたり、ガスに取り囲まれたりするのが普通と考えられます。そのような場合には、ガスなどがブラックホールに落ち込むことでエネルギーを放出しますから、それを観測することでブラックホールの存在を知ることができそうです。しかしながら、宇宙誕生時に同時に生まれたブラックホールの場合、(虚空の宇宙空間に) 単独で存在しているかもしれませんね。そのような場合には、近くに寄って、背景の星空の歪みを検出するしか発見できそうもありません。

小さいブラックホールがやたら分布していたとしたら、ちょっと恐いですね。将来宇宙旅行ができるようになったとして、うっかりと落ち込んでしまうかもしれません (小さいと見つけにくいでしょうから)。ただし、誕生したときに 10^{15} g 以下の「ミニ· ブラックホール」は、現在までに、「**ホーキング輻射**」とよばれる、(量子力学的な) 質量放出の機構によって**蒸発**してしまったとされます。この程度の大きさのブラックホールは星の進化の結果としては作れませんから、これより小さなブラックホールは、既にこの宇宙から消滅していることになります。なお、小さいブラックホールほど質量の減少率が大きくなりますので、蒸発して段々小さくなると、最後には “爆発的に” 質量を放出する事になります。

ちなみに、地球の質量は 6×10^{27} g です。地球がブラックホールになったとすると、直径2 cm の程度ですから、現在までかろうじて残っているミニ· ブラックホールは、もともとのサイズが相当に小さかったことになりますね。あるいは、最大のピラミッド [体積: 146.6m×230.4m×230.4m×(1/3)] の質量がおよそ 10^{13} g ですから、このピラミッド１００個分の質量をもつブラックホールということになりますね。

4.5　いろいろなサイズのブラックホール

この章の最後に、天体としてのブラックホールを、その質量で分類しておきましょう。また、それらの時空の性質は、どのようなパラメーターで区別できるかに付いても整理しておきます。

質量による分類:

- (超) 巨大質量ブラックホール： 活動銀河中心核

- 中間質量ブラックホール　：　銀河の中で合体？
- 恒星質量ブラックホール　：　近接連星系
- ミニ· ブラックホール　：　宇宙初期

重力の強さのパラメーター:

- 重力赤方偏移:　$\kappa \equiv \dfrac{GM}{rc^2}$
- 時空の曲率:　$\lambda \equiv \dfrac{GM}{r^3c^2}$

AGN の場合、その中心領域には巨大ブラックホールが存在すると考えられていますが、そこでの重力赤方偏移を計算してみると $\kappa \sim 1$ の程度です。このことは、重力の効果が顕著であることを意味します。一方、曲率については $\lambda \sim \lambda_{\oplus}$ であり、地表での値とさほど変わらないことになります。

第5章　ブラックホール・エンジン

この章は、「重力エネルギー」をキーワードとして、ブラックホールが生み出すエネルギーについて考えてみましょう。高等学校の「物理 II」のレベルですが、ちょっと数式も用いて考えてみましょう。

5.1　“ブラック” な “ホール” なのにどうやってエネルギーを出すの？

基本的には以下の二つの機構があります。これらについて、この章で説明していくことにします。

- 落下するガスから取り出せる**重力エネルギー**（水力発電と同じ）
- ブラックホールの**回転エネルギー**。ブラックホールが自転していると、自転による回転エネルギーを引き出すことができます。その分、ブラックホールの自転は遅くなります。

図　5.1:　黒部ダム (日本最大級の水力発電ダム)。落差　545.5　m、放水量　10 m^3/sec　以上の水力発電により　335×10^6　W　(最大出力) の電力を供給できます。(`http://www.kurobe-dam.com/whatis/index.html` より)

＜ Q ＞ 黒部ダムの場合、1 秒間にどれだけの重力エネルギーが失われる (他の形態のエネルギーに転換される) でしょう か。 以下の各問いに答えなさい。

(1) 重力エネルギー (位置エネルギー) の公式、$U = mgh$ に当てはめて数値を求めなさい。ここで、m [kg/s] は 1 秒間に落下する水の質量、$g = 9.8\mathrm{m/s^2}$ は重力加速度、 h は水が落ちる落差とする。

(2) 解放された重力エネルギーのう ち、何%が電力に転換されることになりますか。

(3) 解放された重力エネルギーは、水の静止エネルギーの何%か計算しなさい。

＜ A ＞ (1) 5.3×10^9 W, (2) 6.3%, (3) 0.59×10^{-13}%. [1]

5.2　重力ポテンシャル

ニュートン重力 (高等学校「 物理 II 」)

地球の中心から $r > R_\mathrm{e}$ (R_e は地球半径) の距離にある質量 m に働く (地球がつくる) 重力のポテンシャルは、

$$V(r) = -\int_\infty^r \left(-\frac{GM_\mathrm{e}m}{x^2}\right) dx = -\frac{GM_\mathrm{e}m}{r} \tag{5.1}$$

となる。ここで M_e は地球の質量である。

地表の物体に対して働く 重力(引力) は、

$$F = -m\frac{GM_\mathrm{e}}{R_\mathrm{e}^2} = -mg \tag{5.2}$$

と表される。$R_\mathrm{e} = 5371$ km、$M_\mathrm{e} = 5.97 \times 10^{24}$ kg なので、$g = 9.8$ m/sec^2 である。(実際には、重力加速度 g と地球の半径 R_e を測定することで M_e を求める。)

この地表での値を使うと 、重力ポテンシャルは、$GM_\mathrm{e} = gR_\mathrm{e}^2$ より

$$V(r) = -\frac{mgR_\mathrm{e}^2}{r} \tag{5.3}$$

となります。これを前節のエネルギー保存の関係式に適用すると 、

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{mgR_\mathrm{e}^2}{r} \tag{5.4}$$

[1] ダムの場合、0.59×10^{-13}% であるが、原子核反応の場合の質量欠損は 10^{-1}% の程度であり 、化学反応の場合の質量欠損は $10^{-8} \sim 10^{-10}$% の程度である。地上における重力エネルギーのエネルギー解放の効率は、たいへん小さなものとなっている。

と書き表す事ができます。この関係式より、地表から打ち上げられたロケットが遠方まで脱出するための条件、すなわち地球の引力圏から脱出するのに必要な最小の速度を計算する事ができます。上記の (5.4) 式より

$$v(r) = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E + \frac{mgR_{\rm e}^2}{r}\right)} \tag{5.5}$$

を得ますが、$\sqrt{\ }$ の中身が正で、この速度が物理的に意味のある値（実数）を持つためには、E の値に制約がつく事になります。十分遠方 ($r \to \infty$) まで逃れるためには、$E \geq 0$ でなければなりません。$E < 0$ の場合には、有限の半径で $\sqrt{\ }$ の中身がゼロになります。そこより遠方では $\sqrt{\ }$ の中身が負になり v の解が無くなります。地表から外向きに打ち上げても、どこかで後戻りして地表に落下します。

＜問題＞　地表からの最小脱出速度を求めなさい。また、月面からの脱出速度を求めなさい。ただし、月面における重力加速度は $g_{\rm moon} \sim (1/6)g_{\rm earth}$、月の半径は $R_{\rm moon} \sim (1/3.6)R_{\rm earth}$ である。

＜問題＞　脱出速度が光速度 c と等しくなる半径を**シュバルツシルト半径** (Schwarzschild radius) といいます。天体の大きさがこの半径以下になると、その天体はブラックホールになると考えられます。自分自身、地球、太陽、銀河系 ($M_{\rm gal} = 2 \times 10^{11} M_\odot$) のシュバルツシルト半径を求めなさい。

ここまでは、角運動量が無い場合の運動を考察してきましたが、軌道には円軌道や楕円軌道もあることは御存じの事と思います。十分な角運動量を持つ場合には円軌道や楕円軌道を描く事ができます。もっとも、$E < 0$ であるうちは遠方には行けず、地球近傍に留まることになります。ところで、角運動量とは？

角運動量は $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$ で与えられます。ここで、$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ です。$\times$ の記号は、“外積” というベクトルのかけ算を表します。重力のような中心力のもとでの回転運動の場合、角運動量は保存されます（証明は省略）。中心力による運動は中心点を含む平面の運動となるので平面極座標 (r, ϕ) を用いれば、$L = |\boldsymbol{L}| = mr(r\dot{\phi}) = \text{constant}$ となります。また、$v^2 = (\dot{r})^2 + (r\dot{\phi})^2$ であることより、エネルギー保存の法則は、

$$\frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2) - \frac{GMm}{r} = E = \text{constant} \tag{5.6}$$

となります。または、

$$\frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{GMm}{r} = E \tag{5.7}$$

と表す事ができます。この左辺の第二項目は ϕ 方向の運動エネルギーですが、これを「遠心力によるポテンシャル」とみなして、第二項と第三項を合わせて「有効ポテンシャル」

$$V_{\rm eff}(r) \equiv \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{GMm}{r} \tag{5.8}$$

を定義します。角運動量を持つ物体に対しては、遠心力が働く事になりますが、重力に対する重力ポテンシャルと同様にして、遠心力に対する遠心ポテンシャルを導入しようというわけです。ここで $v_r \equiv \dot{r}$ とおいて、(5.7) 式をまとめると

$$E = \frac{1}{2}v_r^2 + V_{\rm eff} \tag{5.9}$$

となります。

＜問題＞　(5.8) 式で与えられる有効ポテンシャルは、$r \to \infty$ では漸近的にどの様に振る舞いますか（どの値にどの様に近づいていきますか）。また、$r \to 0$ ではどうですか。この有効ポテンシャルには、極大や極小が存在しますか。これらのことを確かめた後、概要をグラフにしてみましょう。

この有効ポテンシャルのグラフを書いてみると、r が小さいところでは遠心ポテンシャルの値が大きくて左上がりになっています。ポテンシャルの勾配にマイナスの符合をつけたものが“力”となりますから、この場合には外向きの力（遠心力）が卓越する事になります。一方で、r の大きなところでは重力ポテンシャルの深さが勝り、ポテンシャル値は負になり、グラフは右上がりとなります。この場合には内向きの重力が勝るということです。この有効ポテンシャルは極小値を持ちますが、その半径では重力と遠心力がつり合っていて「**円軌道**」を描かきます。このとき、この物体は、中心天体の周りで軌道運動するための最小のエネルギーを持つ事になります。

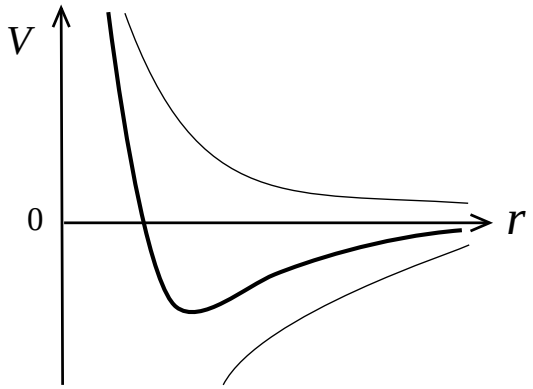


図 5.2:「ニュートン重力」+「遠心力」による“有効ポテンシャル”。太線の極小値のところでは“円軌道”を描く事になります。

角運動が大きい場合には、その釣合の半径は外側に位置する事になります。この最小のエネルギーより幾分大きいエネルギーを持つ場合には、遠心ポテンシャル側の壁と重力ポテンシャル側の壁にはさまれた領域の間で、回転運動しつつ r 方向に行き来します。すなわち、「**楕円軌道**」を描きます。太陽系内の惑星は楕円軌道を描いていますね（地球はほぼ円軌道ですが）。もっとエネルギーが大きくて $E > 0$ となると、重力ポテンシャルによって物体を閉じ込めておく事はできず、仮に中心天体に向けて内側に運動させても、遠心力により遠方に向きを変え（星の表面に達してしまわない事が条件ですが）、遠方に飛んで行きます。このときの軌道は、「**双曲軌道**」とよばれます。彗星のなかには双曲軌道を取るものがあって、一度だけ太陽に近づき、二度と戻って来ないものがあります。

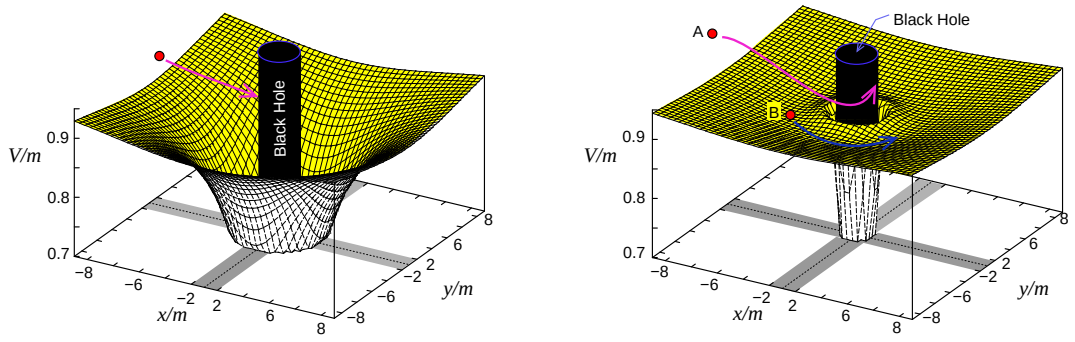


図 5.3: ブラックホールが作る重力ポテンシャル (黄色の面)。テスト粒子が角運動量を持っていない場合 (左図:$L = 0$) と持っている場合 (右図:$L \neq 0$)。中央の黒い柱は、ブラックホールを表します。粒子のエネルギーは一定ですので、図の水平方向に運動します。各場所での重力ポテンシャルの深さ (運動エネルギーに相当します) に応じて、運動の速度が決まります。外側からやって来た粒子は、黄色の面にあたると、そこで向きを変えて外側に移動します。エネルギーの値が小さくて、重力ポテンシャルの谷間にはまってしまうと、“円軌道” もしくは “楕円軌道” を描きます。黒い柱にぶつかると、ブラックホールに落ちてしまいます。

ブラックホールの場合

「ブラックホール (Black Hole)」というと、何でも吸い込む宇宙の（黒い）落し穴として有名です。この天体には、地球や星のような “表面” が存在するわけではありません。ただし、“ここから内側に入り込むと外の世界には戻れませんよ” という特別な境界領域が存在します。この境界は、「事象の地平面 (Event Horizon)」とよばれます。この境界を跨いで内側に入り込むと、光速（我々の世界で最も速い速度）で脱出しようとしても不可能！なんです。強重力の効果は事象の地平面の内部のみならず、その外側の領域においても、時間と空間に歪みをもたらします。

このブラックホールという不思議な天体は、太陽の数十倍の恒星が一生を終えた後に、そのコアの部分が収縮して形成されると考えられています。恒星というものは、一般に自転していると考えられますが、ブラックホールの前身が恒星であることから、ブラックホールもまた自転していると予想されます。

ブラックホールの自転について述べたのには、わけがあります。自転しているブラックホールと自転していないブラックホールでは、その周りの時空に違いが生じるのです。自転していないブラックホールの解（アインシュタイン方程式の解）は「シュバルツシルト (Schwarzschild) 解」とよばれ、それが作る時空は「**シュバルツシルト時空**」とよばれます。自転している解は「**カー解**」とよばれ、その時空は「カー時空」とよばれます。カー時空は、“重力場の自転” という効果が含まれるため、ちょっと複雑になります。ここでは、比較的簡単な「シュバルツシルト時空」を取り上げます。

ブラックホールの周りを運動する粒子の ϕ 方向と r 方向の運動方程式は、

$$\frac{d}{d\lambda}\left[\left(1-\frac{2M}{r}\right)\dot{t}\right] = 0\ , \tag{5.10}$$

$$\frac{d}{d\lambda}\left[r^2\sin^2\theta\,\dot{\phi}\right] = 0\ . \tag{5.11}$$

ここで、$\dot{t} = dt/d\lambda$、$\dot{\phi} = d\phi/d\lambda$。また、$\lambda \equiv \tau/m$ です。それぞれの方程式で、[ ] の中身は微分してゼロなので、この量が定数(“保存量” といいます) になっていることが分かります。この定数(保存量) を、

$$E/m \equiv \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\dot{t} = \text{constant} \tag{5.12}$$

$$L/m \equiv r^2 \sin^2\theta\, \dot{\phi} = \text{constant} \tag{5.13}$$

のように定義します。これらはそれぞれ、粒子の「エネルギー」と「角運動量」という物理的な意味を持ちます。

ブラックホールの周りを運動する粒子の r 方向の運動方程式は、

$$m^2\dot{r}^2 = E^2 - V(r) \tag{5.14}$$

で与えられます。ここで、有効ポテンシャルは

$$V(r) \equiv \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\left(m^2 + \frac{L^2}{r^2}\right) \tag{5.15}$$

で定義されます。

5.3　回転のエネルギーが引き抜ける？　＊

巨大な質量を持つブラックホールが高速で回転するとき、その回転エネルギーも膨大な量となります。したがって、この回転エネルギーを何らかの方法でブラックホール外部に取り出せれば、ブラックホールそのものが、激しい天体現象を引き起こしているシステムにおける「エンジン」として見なせます。燃料は、ブラックホールが持つ「回転エネルギー」というわけです。先に紹介した、ガスがブラックホールに向かって落ちる時に解放される「重力エネルギー」とは、別途のエネルギー源です。

この回転エネルギーは、ブラックホールが形成された時にブラックホールに押し込められた物質が持っていた角運動量に由来するか、ブラックホールの形成後に、降着するガスが角運動量をブラックホールに持ち込んだか、その両方と考えられます。 実際のブラックホールが、どれほどの角運動量 (あるいは回転エネルギー) を持っているかは不明ですが、ブラックホールの形成機構についてもっともらしいシナリオを考えてみると、ブラックホールは、相当量の回転エネルギーを持っているだろうと期待されます。

この回転のエネルギー (ブラックホールの外部に) を取り出して、天体現象のエネルギー源として活用するというアイデアには、「ペンローズ機構」、「ブランドフォード =ツナジェック機構」などが (研究者の間では) 有名です。ここでは、後者のアイデア、磁場によってブラックホールの自転にブレーキをかける機構について紹介します。ブラックホールの周りにあるプラズマ (この中を流れる電流) が作る磁場 (磁力線) は、ブラックホールを貫通することができます。ブラックホールの時空の引きずりは、その引きずられている領域の磁場 (磁力線) をもまた、ブラックホールの自転方向に引きずることになります。時空の引きずりは、ブラックホールからの距離が近い程大きく、そこから離れるにつて弱くなります。したがって、ブラックホール近くの磁場 (磁力線) はブラックホールを巻き込むように引きずられ、一方で、遠方ではその効果が弱く引きずりの効果が無視できます。 磁場 (磁力線) は、部分的に引き伸ばされることになります。

電磁気学を勉強すると、しばしば磁力線を (アナロジーとして) ゴム紐のように扱うことがあります。いまの場合も、このアナロジーが適用できて、この機構の理解を助けてくれます。回転ブラックホールは、磁力線を引き伸ばしますが、この “ゴム紐” は、元に戻ろうとして縮もうとします。この力は、ブラッ

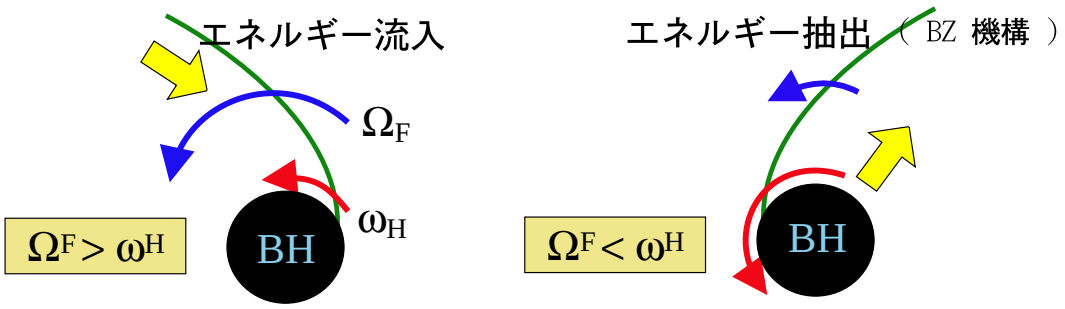


図 5.4: ブラックホールと磁力線の相互作用。ブラックホールが磁力線を引きずる恰好の時には、ブラックホールの回転エネルギーが電磁気的エネルギーとして外部に輸送できる (ブランドフォード =ツナジェック機構)。

クホールの自転に対してトルク (回転力) を及ぼします。同時に、“ゴム紐” のちょっと外側の部分にもトルクを及ぼします。トルクを受けた部分は、さらにそのまた外側にトルクを伝達する格好になります。

ブラックホールは、磁場によりトルクがかけられ、その自転にブレーキがかかるのですが、その反作用として、磁場は電磁気的な作用によってエネルギーを受け取る事ができます。この「ブラックホールの回転エネルギーの引き抜き機構 (ブランドフォード =ツナジェック機構)」は、激しい天体現象のエネルギー源として重要であると考えられています。

もしも、ブラックホールの自転速度が周りの磁力線 (磁気圏の磁場) の回転速度よりも遅い場合には、磁気圏の回転エネルギーがブラックホールに流入します。

ブラックホールには磁気圏から物質が落下したり磁場が貫通していて、エネルギーや角運動量が輸送されますが、その結果、ブラックホールの質量や回転エネルギーは変化していきます。ブラックホールの質量が巨大であり、何十億年も前に形成され変化 (進化) してきたことを思えば、いま人類がブラックホール (候補天体) を継続的に観測しても、降着するガスや磁場によるブラックホール本体の変化はほとんど無視できるでしょう。ただし、ブラックホールの周りのガスや磁場の変化は、日々変化しており、激しく時間的変動を示している程です。これに伴い、ブラックホール近くからの輻射も変動します。これを地球から観測することで、様々なブラックホール時空とその周りの環境 (ガスや磁場) の情報を知ることができるのです。

第6章　ブラックホール探査

アインシュタインの一般相対論が予言する「ブラックホール」ですが、この宇宙に本当に実在するのでしょうか？それが存在するのであれば、一体どこにあるのでしょうか？ここでは、ブラックホールが実際に存在するということを検証するための試みについて紹介致します。

6.1　ブラックホールは本当にあるの？

実は「ブラックホール」という天体は、まだ、その存在が観測的には証明されていないのです。天文学者が「ブラックホールを見つけた」と言うとき、それは「ブラックホールの候補天体を見つけた」ということなのです。

ブラックホールの存在については決着がついていないものの、「強重力源」は発見されています。すなわち、狭い領域に膨大な質量が集中している事実は観測されているのです。例えば、

- 近接連星系において、コンパクト天体の質量を推定する。中性子星の「上限質量」よりも質量が大きければ、ブラックホールと推定。
- 水メーザー観測による質量集中の発見。ガスの発する水メーザーを調べる事で、ガスの運動がわかります。この運動を調べてみると、ガスが強重力源のまわりを公転している事がわかります。ブラックホールか !?
- X 線観測で「鉄輝線」(鉄が放出する輝線スペクトル) を調べると、独特な形を示す事がわかってきました。この形の変化は、強重力場の存在ゆえと考える根拠があって、これを詳しく調べると、重力場のガスの運動がわかります。時空の性質を知る事ができるのではと期待されています。
- 私たちの銀河の中心領域での恒星の固有運動。この領域に存在する、恒星（Ｓ２）の固有運動を調べてみると、見えない巨大重力源があるなのです。見えないから星ではないし、巨大ブラックホールが存在する？と期待されています。

などがあります。その他にも、いろいろな根拠が考えれています。

これらの観測事実によって、ブラックホールの存在はかなり確からしいと思われていますが、だからといって、ブラックホールが**証明**されたわけではありません。引きつづき、今後も研究が必要なことにはかわりありません。

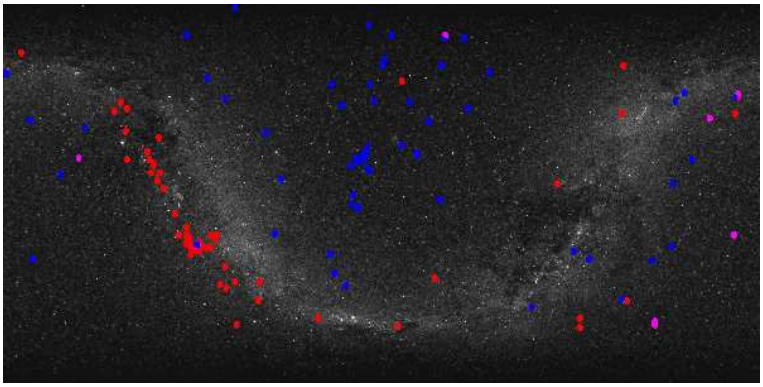


図 6.1: ブラックホール候補天体の分布。赤: 恒星質量のブラックホール。ピンク: 中間質量ブラックホール。青: 銀河中心ブラックホール。恒星サイズのブラックホール候補は、“天の川”(私達の銀河系を中から眺めた恰好ですね) に沿って分布している。

6.2　ブラックホールはどうやって観測するの？

理論の予言どおりならば、「こう見えるはず」というのが計算できるので、実際に観測装置を作って調べることができる。お金と技術（精度）の問題とも言える。周りにガスがあって光っていれば（温度が高ければ、X 線や紫外線で観測されます。温度が低い部分は赤外線や電波で見えます）、ブラックホール以外の所からの光は見えるわけです。ブラックホールの裏側にあって陰になる所の光は、（ブラックホールに遮られるので）黒く穴の空いたように見えるはずです。これを「**ブラックホール影（シャドー）**」と言います。

実際には、ブラックホールの重力によって光線が曲げられますから、ブラックホールの裏側の光でも、私達の目に到達できます。ブラックホールを一周してから私達のところに届く光線も可能なのです！このように、ブラックホール近くで光線がグニャリと曲げられてから私達に届くとは、なんとも不思議ですね。歪められた像を見ても、一体なにを見ているのかわからなくなりますね。

6.3　どう見えるの？

観測によって確かめるとは言っても、ブラックホールの本体を直接みることなど、その定義を考えてみても不可能なのです。では、どうやってその存在を確かめれば良いのでしょうか。実は、ブラックホールの本体（事象の地平面）を観測するのではなく、ブラックホールの周りの様子（時間と空間の構造）を調べる事でブラックホールだけが持つ性質（固有の性質）を発見しようとするの

図 6.2: はくちょう座の X 線源 (Cygnus X-1)。左図 η 星の隣 (“はくちょう” の首の中程) に位置し、太陽からは 6000 光年離れている。ロケットによる X 線観測により、1967 年に発見された最初のブラックホール候補天体。その質量は、太陽質量の 8.7 倍程である (地上の地平面の半径は 26km)。右図は、この連星系の想像図。二つの天体間の距離は、地球–太陽間距離の 20%程である。このブラックホール (候補) は降着円盤を伴っていると考えられている。この円盤のガスは、隣の超巨星 (スペクトルタイプは B 型) から落下して、ブラックホールの周りを取り巻き、シュバルツシルド半径の 500 倍程にまで広がっている。 (`http://en.wikipedia.org/wiki/Cygnus_X-1` より)

です。ブラックホールと思われる天体を調べていたら、我々が予想していたブラックホール (アインシュタイン方程式の解として予言されたいるもの) とは異なる、未知の天体 (?) が見つかるかもしれません。その場合には、私達は、先入観を捨てての再出発となるわけです。別の理論と、新たな観測手法を考えて、未知の天体に取り組む事になります。

ここでは、そこにブラックホールが存在しているとの期待の下で、それを証明する立場で考察を進めましょう。ブラックホールが直接見えない事は既に述べましたが、実際の天体現象を通じて、私達はブラックホールに落ち込むガスが出す光を調べる事になります。光の何を調べるかと言うと、波長毎の光の強さの分布(「スペクトル」と言います) や、その時間的な強弱の変化などを調べる事ができます。これらの研究を通じて、たんに “重力源があることを示した” というだけでは不十分で、我達が知りたいのは “ブラックホールがあるがゆえに周辺の時空がどのように歪められているか” ということなのです。一般相対性理論や、電磁気学、プラズマ物理学、原子核物理学などの知識を総動員して、理論的にはどのような現象が予想できて、その現象はどうやって観測すれば確認できるのか、そのような試みを多くの研究者が日々試みているのです。

6.4　もしも見るのであれば

それで、もしも銀河の中心部まで見通すことができるならば、ブラックホールの姿としては、どのような姿が期待されるのでしょうか。すでに説明したように、ブラックホールの周りに光輝くガスがあれば (落下の途中でも構いません)、明るいガスを背景として、ブラックホールの存在するあ

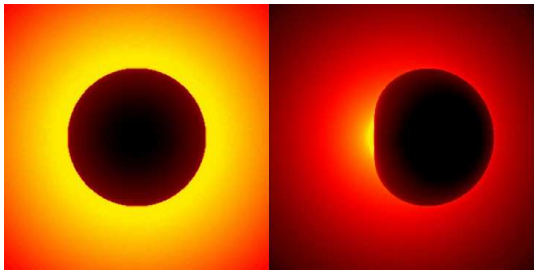


図 6.3:「ブラックホール影」の数値シミュレーション。密度の薄いガスが球対称に落下している場合。右側は自転していないブラックホール。左側は自転しているブラックホール。

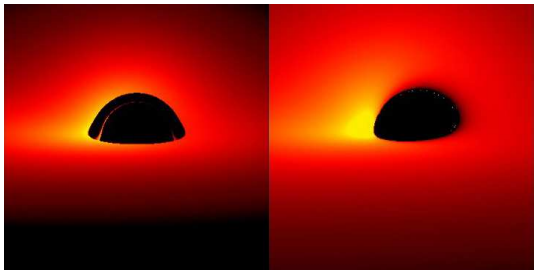


図 6.4:「ブラックホール影」の数値シミュレーション。赤道面に密度の濃いガス円盤がブラックホール周りを回転している場合。右側は自転していないブラックホール。左側は自転しているブラックホール。

たりは「影」として黒くなるはずです。ブラックホールが光らないのはもちろんですが、ブラックホールに落ちていく途中のガスが発する光線についても、あまりブラックホールに近づくと、外向きに発した光りさえもそのほとんどが重力で進路を曲げられて、内向きにブラックホールに落ちてしまうからです。その結果、「ブラックホール影」の大きさは、実際のブラックホールよりも大きくなります。

いま、光を発する源は、ブラックホールに落下していくガスだと考えていますが、これらのガスの中には (我々から見て) ブラックホールの手前側から落下していくガスもありますよね。この方向から落下していくガスからの光は、ブラックホールの「影」の手前なので、私達の目に届きます。このガスがある程度薄ければ、ガスの向こうの景色である「ブラックホール影」が霞んで見える事になります。もしもこれが相当に濃いガスであれば、手前の光るガスで背後の「ブラックホール影」は見えなくなります。

実際にどのように「ブラックホール影」が見えるかについては、物理的にもっともと思われる (落下していくガスについての) 理論モデルを仮定して、実際に (計算機の中で) ガスを光らせ、その光線の行方を追う事ができます。このような計算は、ブラックホール影の数値シミュレーションと呼ばれます。このもっともと思われる理論モデルを考える際には、必ずしも現実に生じているであろう様々な物理メカニズムを “すべて” 採り入れる必要は無くて、最も重要と思われる物理メカニズムのみ採り入れて、(実際には様々な物理現象が折り重なって発現している中で) どの物理メカニズムが最も本質的なのかを探ります。最初に考えたモデルが単純すぎて、考えている現象を説明できない場合には、次の物理メカニズムをいれてみます。最初から全部入れてしまうと、(うまくいくと) 本物らしく見えるかも知れませんが、どうしてそうなっているかが分かりづらくなります (偶然そうなっただけかも知れませんからね)。研究者は、このような思考錯誤を繰り返して、自然の本質に迫ろうとします。

ブラックホールに落下するガスについて理論モデルを作ろうとする時、その基本的な要素を分解して、それぞれを理論的に調べる事ができます。例えば、“ブラックホールが作る空間の歪み”、“重力に引かれて落下していくガスの運動”、“落下していき高温になったガスが放出する輻射のスペクトル”、“発せられた光への重力レンズ効果”、などです。扱う問題を分解し、限定的に扱う事で、

その基本要素の果たしている役割について深く理解する事ができます。理解が深まったところで、それらを結合して、実際の天体現象を理解しようと試みます。うまくいかず、見落としていた物理メカニズムがあるようでしたら、その問題に取り組みます。分解して得られた知見で、組合わさった現象がすべて説明できるわけではもちろんありませんから、自然が行っている現象の詳細な観察 (ここでは天体観測ですね) や、数値シミュレーション (数値実験ともいいます) との連係も不可欠です。ブラックホールの探査についても、世界中の研究者が、自分の特異な手段を用いて取り組んでいます。

「ブラックホール影」のシミュレーションについては、図 6.3 と図 6.4 を見てください。まず、図 6.3 は、ブラックホールに向かって四方八方から (球対称的に) ガスが降着している場合の「ブラックホール影」です。左側の図は、ブラックホールが自転していない場合で、右側の図は自転している場合です。私達は、ブラックホールの自転軸に対して 90° の方向 (赤道面方向) から、ブラックホールを眺めているとして計算してあります。また図 6.4 は、ブラックホールの赤道面に「降着ガス円盤」が存在し、ブラックホールの周りを回転している場合です。私達はブラックホールと円盤を斜め上の方向から眺めたとして (回転軸を手前に少し傾けて) 計算してありますので、ブラックホールの下半分が、輝く円盤によって隠されています。こちらの場合も、左側は回転していないブラックホールで、右側は自転しているブラックホールです。ブラックホールの自転軸と降着ガス円盤の回転軸は同じ方向としています。

さて、ブラックホールの自転の有無、降着円盤の有無と、ここには4 枚の図が示されています。以下では、これらの図の特徴について説明しましょう。着目すべき点は、影の形の違いと、色 (スペクトル) の分布の違いです。図では黄色~ 赤色に着色してありますが、この色は温度の違いと明るさを分かりやすくするために疑似的に着色したもので必ずしもこの色に見えるわけではありませんので注意して下さい。これらの計算では、薄いガスがブラックホールに落下して、そのガスの温度が上がって光っているとしていますが、温度が高くなるブラックホール近く程、黄色の色になるように描いています。影の手前のガスも光を発するので、ブラックホール影の輪郭は、多少ぼやけています。

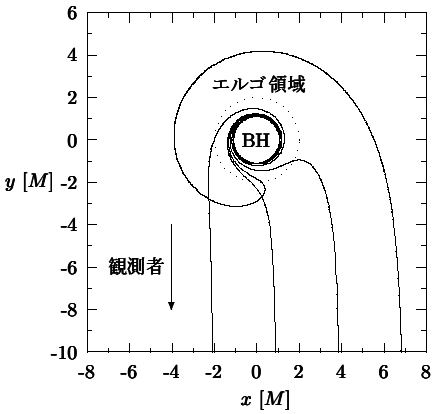


図 6.5: 遠方にいる私達 (観測射) が自転しているブラックホールを眺めるとき、その視線の行き先を示した図。遠方から平行に進んできた光線は、ブラックホールの曲がった時空のため経路が曲げられます。また、自転している場合には、その方向に引きずられる格好になります。自転と反対方向から落下する光線も、ブラックホールのごく近くでは、自転方向に向きを変えられてしまいます。

図 6.3 の左側が対象的なのに対して、右側の自転している場合の図は、左右で非対象です。こちらに近づく側の温度が高く、また強度が強くなっています。これは、特殊相対論的の効果であり、高速で運動するガスが進行方向に発する光線の波長は短くなり、ビーミングする (光線が集中する) のです。影の形状も球形ではなく歪んでいますが、これは時空の引きずりのため、ブラックホールの右側を通過する光線の経路と、左側のものとで差が生ずる事に由来します。また、影全体がの図の中心 (本来ブラックホールが存在すると

思われる位置) から右側にシフトしています。この非対象の程度から、ブラックホールの自転速度を推定する事もできると考えられています。

図 6.4 では、円盤の向こう側が浮き上がって見えます。これはブラックホールの向こう側に位置する円盤表面部分からの光線が、手前のブラックホールの重力によって経路が曲げられるためで、蜃気楼のように上方に浮いて見えるのです。

ここで、自転しているブラックホールの場合の、左右の非対象の原因について説明しましょう。ブラックホールの自転により、ブラックホール周辺の時空は自転方向に引きずられますが、そこを通過する光もまたその影響を受けます。光線にとって、“追い風に乗っている向き” の場合には (ここでは時空の引きずりを風に例えて説明しています)、あたかも遠心力を受けているかのように作用し、ブラックホールの重力で内側に曲げられる効果が弱まります。ブラックホールのすぐ近くをかすめているのに、落ちずに遠方に脱出できる軌道の割合も多くなります。

一方で、自転方向とは逆向きになっている光線にとっては、“向かい風” となります。あたかも速度が落ちて遠心力が効かないような状況になっていて、重力を強く感じる格好になります。自転の順方向に進む光線に比べて、ブラックホールの強重力に捕まってしまう割合が増えます。自転と逆向きの光線に関して、興味深いのは、ある程度ブラックホールに近いところまで内側に入りこんでしまうと、決して逆向きに進行できなくなる事があげられます。例えば、ブラックホールに落ちていく光線を考えましょう。この光線は、ブラックホールの自転に逆らう方向からブラックホールに侵入するとします。このままの方向を保ちつつ、事象の地平面を通過するかと思いきや、先に述べた “内側のあるところ” に近づくにつれ、光線の進む向きが徐々にブラックホールの自転の方向に向かって曲げられて、そしてついには自転の方向に向きが変えられてしまいます。自転しているブラックホール近くでは、自転の方向に逆らって光線は進めなくなります。この不思議な領域は「エルゴ領域」とよばれます。

6.5　ブラックホール探査の最近の動向

ブラックホール探査の最近の方向性としては、私達の銀河系の中心各領域に存在するであろうブラックホールに注目が集まっています。このブラックホールについては、電波（サブミリ波帯）で見えるはずであるとされ、そのための望遠鏡や観測機器の整備に関するプロジェクトが動きつつあります。近い将来、ブラックホールを取り巻く周辺環境が直接撮像されると期待されています。

なぜ、電波（サブミリ波帯）かというと、この波長のあたりの光（電磁波）が、ブラックホール近傍を取り巻いているガス雲を通り抜け、私達の目に降れることができるからなのです。

地球大気を例にとってもわかるように、宇宙から地球に降り注ぐ電磁波のすべてが地上に到達するわけではなくて、可視光線や電波の一部が届くのです（図 6.6 参照:「大気の窓」と言います）。X 線や紫外線、赤外線の大部分は大気に吸収されて地表に届きません。大気の存在は天体観測には不利ですが、宇宙からの生命にとって有害な光線を遮断してくれるありがたい存在なのです。

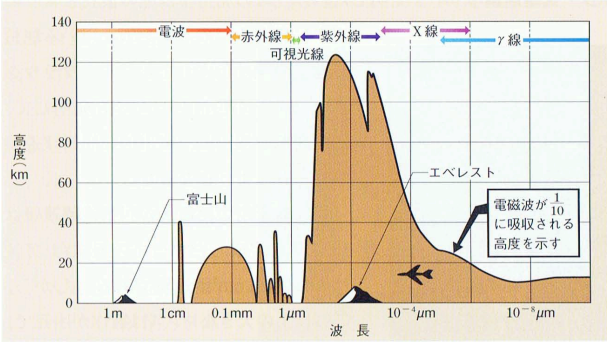


図 6.6:　大気の窓。横軸は光の波長。縦軸は宇宙からやってくる光線の地球大気による透過率です。可視光線と電波は地表にまで達しますが、それ以外の波長は、大気による吸収を受けます。(http://www.shokabo.co.jp/sp_radio/spectrum/radiow/window.htmより)

同じようにして、ブラックホール候補天体の場合も、（周りにはガスやプラズマの雲が分布していると思われますが）波長帯によっては中まで（ブラックホールの近くの様子を）見通せると考えられています。ただし、現状の電波望遠鏡と受信機では、ブラックホールの周辺の狭い領域をイメージとして分解して見る事はできておらず、装置の開発が急務となっています。とはいえ、技術的には十分可能なレベルに達しているそうです（あとは予算と国際協力の問題か）。

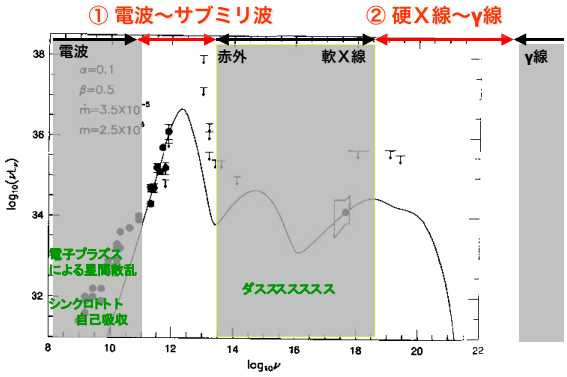


図 6.7: 銀河系中心の “窓”。私達の銀河中心 (Sgr A*) からの電磁波に関しての観測可能波長域の予想。今後、観測精度が向上すると、この波長域を用いる事で中心領域まで見通せると考えられる。他の波長帯の光は、ブラックホール近傍に分布するガス (および手前にあるガス) により吸収・散乱を受けるので、私達からは観測不可能であると考えられる。(高橋労太氏の提供による)

＜ Q ＞ 電波望遠鏡の仕組みについて調べてみよう。また、複数の電波望遠鏡を離れた距離に配置し、あたかも一つの巨大電波望遠鏡として観測するシステム (VLA, VLBI) について調べてみよう。

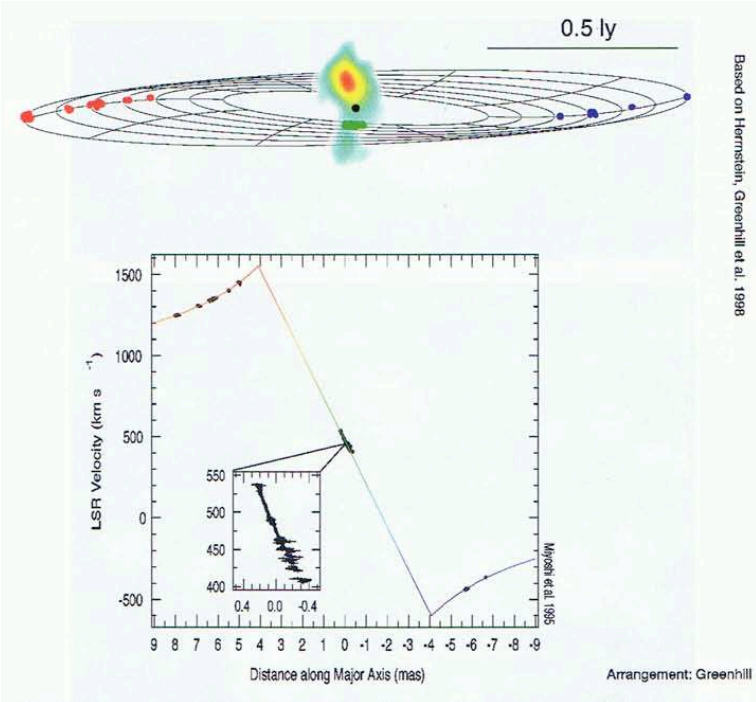


図 6.8: NGC4258 の水メーザー観測。中心に巨大ブラックホールがあると指摘されています。

6.6　鉄輝線に注目！

高校物理でスペクトルの勉強をしましたか？ あるいは高校化学で習ったかもしれませんね? まだの皆さんも「高等学校· 物理 II」で詳しく学習する事と思います。 ここでは、その概要を説明し、天体からのスペクトルを調べる事でどんな事が分かるのかについて紹介しましょう。

6.6.1　スペクトルとは？

「**スペクトル**」とは、光をいろいろな波長 (振動数) に分けたものです。プリズムや回折格子などの分光器を用いる事で光を分離できます。スペクトルには、波長 (振動数) の広い範囲にわたって連続的に分布する「**連続スペクトル**」と、ある特定の波長 (振動数) のところにのみ現れる「**線スペクトル**」があります。一般に、線スペクトルは、いくつかの波長の場所にとびとびに現れます。線スペクトルには、「**輝線スペクトル (輝線)**」と「**吸収スペクトル (吸収線)**」があります。

真空中の光の速さは、振動数によらず一定の値ですが、**物質中**を通り抜ける時の光の速さは、それが同じ物質であっても、振動数に依存してわずかに異なってきます。このため、振動数ごとに**屈折率**が異なり、それぞれの光の色に分離するのです (「**分散**」といいます)。

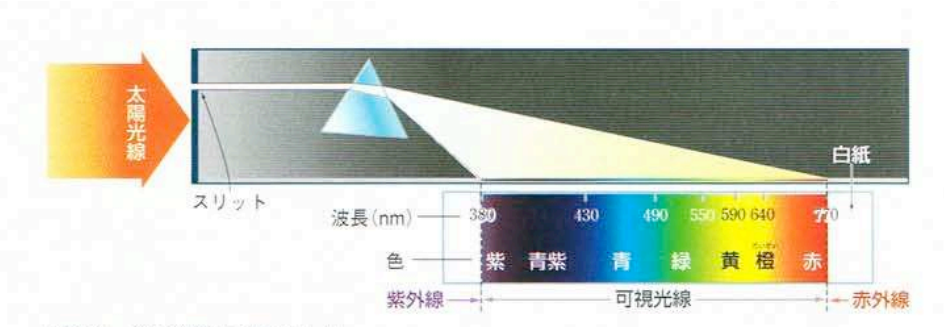


図 6.9: 三角プリズムによる太陽光線の分散スペクトル。

「輝線」とは、水銀燈やネオン管が出す光のように、いくつかのとびとびのスペクトルを示すものです。どんな色の (波長の) 光を出すかは、それぞれの元素によって決まっています。[1] しがたって、天体から地上にやってきた光のスペクトルを調べて、どの波長の線スペクトルが存在するか調べることで、その天体にどんな元素が存在するか、またその天体の状態について知ることができます。逆に、連続的に見えるスペクトル中に暗い線状のものが見えることもあります。個のようなスペクトルは「吸収スペクトル (吸収線)」といいます。

恒星からのスペクトルの場合、熱放射によるスペクトルは連続スペクトルを示します。また、一般に、高温のガスが出す光は、そのガスに含まれる元素を反映した「輝線」を示します。これは熱運動等で高いエネルギーにある電子が、低いレベルの準位に落ちる時に出す光で、その元素に固有な波長 (振動数) のところで発光します。その一方で、表面から発せられた光線が恒星の大気中の低温部分を通過してくる時には、その低温部分の気体に含まれる元素を反映して「吸収線」が観測されます。光線が温度の低いガスを通過する時には、そのガスが高温の時に出す光と同じ波長の光を吸収する性質があるのです。このとき吸収された光のエネルギーは、電子のエネルギー準位を上げるエネルギーに転換されます。

太陽光を調べてみると、連続スペクトルの中に多くの黒い吸収線が見られます。これは、太陽表面から出た光が、途中の太陽大気やまたは地球の大気によって吸収されたもので、「**フラウンフォーファー線**」とよばれます。

6.6.2　原子 (原子核) の話

原子は、原子核と電子から構成されますが、電子は原子核のまわりに分布します。電子は、原子核のまわりの特定の軌道上に位置しますが、エネルギーを受け取る、または放出して別の軌道に移動する事ができます。この移動に際して光 (としてのエネルギー) を放出したり吸収したりします。原子核のまわりの電子の軌道は、不連続に分布していて、移動に必要なエネルギーの値も不連続にとびとびの値をもつ事になります。この値を「**エネルギー準位**」といいます。

[1] “水素原子のスペクトル” については高校の「物理 II」で学習します。

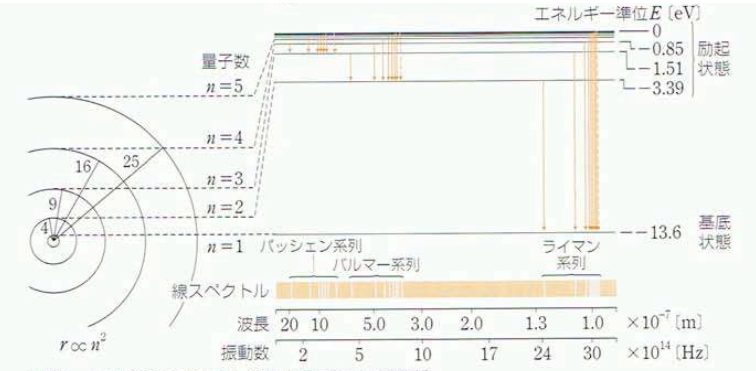


図 6.10: 水素原子のエネルギー準位とスペクトルの関係 (「物理 II」東京書籍より)

図 6.10 の左側は、水素原子 (電子が一つ) における電子の不連続な軌道を模式的に示したもので、右側がエネルギー準位を表しています。どの軌道からどの軌道へ遷移 (移動) するかに応じて、放出される (あるいは吸収される) 光のエネルギーが決まってきます。右側図の自他の部分は、横軸が波長· 振動数になっていて、どのようなエネルギー準位の間の遷移が、どの波長· 振動数に線スペクトルを作るかを示しています。

6.6.3　ドップラー効果の話

音のドップラー効果については、救急車のサイレン等でおなじみのことと思います。近付いてくる時には音色が高くなり (波長が短くなり)、通り過ぎると低く (波長が長く) なるますね。光も波ですから、同様にドップラー効果を引き起こします。光源が近づく時には短波長側に (例えば緑色なら青っぽくなる)、逆に遠ざかるときには長波長側に (緑色が赤っぽく) ずれます。**光のドップラー効果**は、光源の速度が光速度 c に比べて無視できない場合に観測されるようになります。ブラックホール近くのガスは、高温で激しくランダムに運動していますから、この効果が重要となります。

遠くにある銀河もまた、宇宙膨張で遠ざかりつつあります。このような場合にも、光のドップラー効果が観測されます。また、銀河は自転していますが、銀河の円盤の近づいてくる側と遠ざかる側でそでぞれドップラー効果を示しますから、回転の速さを測定できます。

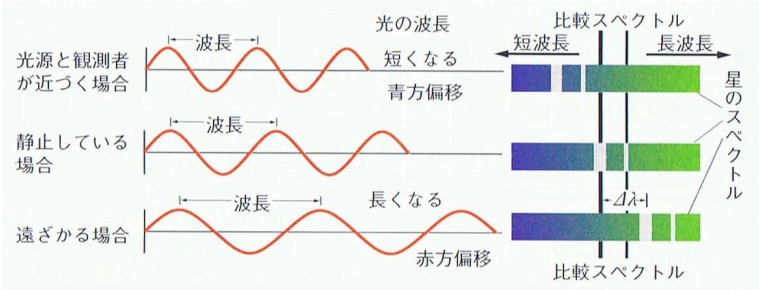


図 6.11: 光のドップラー効果

さらに近年、私達の太陽系以外にも、恒星の周りを惑星が公転している系が多数見つかっています。その探査においても、ドップラー効果が利用されています。恒星と惑星は、共通の重心の周りを互いに公転していますが、もちろん圧倒的に恒星の質量が大きいため、その重心は恒星の側に寄ったものになります。恒星はほとんど動かないようにも思えますが、実際には観測可能な程の周期運動を示す場合があります。この運動 (ドップラー効果) を測定することで、(地上からでは直接見えない) 惑星の存在を知ることが可能です。詳細については、G.Walker, Nature, 378, 332 (1995) を参照して下さい (「宇宙科学入門」尾崎著、p.50 に解説あり)。

ここまで、基礎的物理の事項について整理してきました。これで準備ができたと思いますので、以下ではブラックホールの周りのガスが放出する鉄輝線に話を戻しましょう。

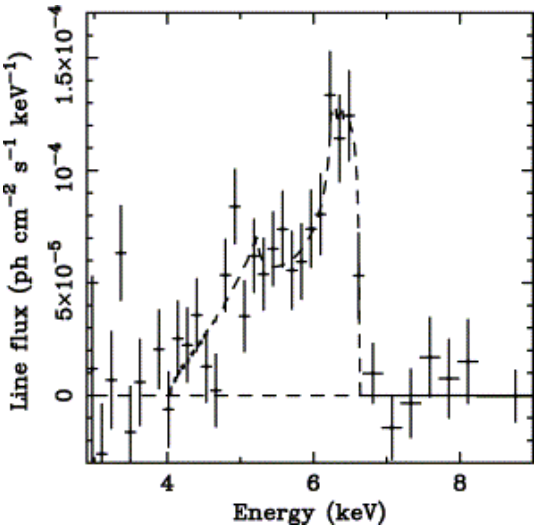


図 6.12: 活動銀河核 (MCG-6-30-15) で観測された鉄輝線。ピークに対して非対称になっている。「重力赤方偏移」のため、低エネルギー側 (図の左側) に広がった形状になっていると考えられている。

高速運動によって、スペクトルに幅がつくようになる。ビーミング効果によって青い方が強調される重力によって（重力赤方偏移）赤い方に広がるこんな鉄輝線が予想されています。実際にそれらしいものも観測されています。ここから BH の情報を引き出すのには、さらなる観測装置の制度向上が求められ、まだまだ研究が必要な状況です。

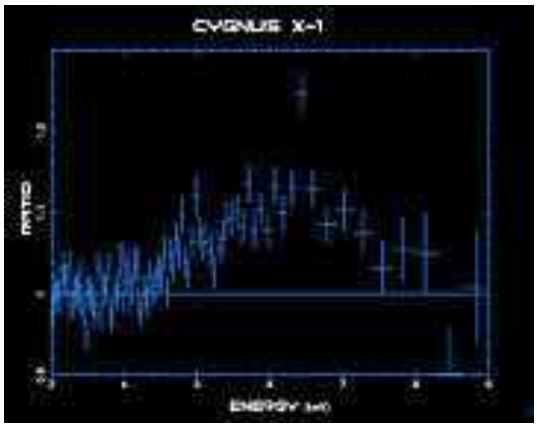


図 6.13: Cygnus X-1 の鉄輝線

第7章　タイムマシン？　ワームホール？

「タイムマシン」や「ワームホール」、「ホワイトホール」の話題は、ブラックホールと同様に、皆さんの関心の高いトピックスのようです(よく質問されます)。これらは、SF小説やアニメにおいて、重要なツールになっていますが、実在するか否かは、誰にもわかりません。とはいえ、実は、世界中の科学者によって真面目に研究されているテーマなのです(決着はついていませんが)。それらを詳しく解説するのは難しそうなので、ここではどんなものなのか、その雰囲気だけでも紹介しておきましょう。

7.1　吸い込んだ物（物質）はどこに行くの？

ブラックホール内部に落ちてしまった物質や情報の履歴は、それらが二度と外の世界に戻れないゆえに、もはや興味・関心が無いようにも思えます。とはいえ、それでどんなブラックホールが作られるのか、進化して行くのかは興味がありますね。また、関わり無いとはいえ、ブラックホールに落ち込んだ物質・情報の行き先も気になるところです。

ブラックホールの外側にいる私達がブラックホールを眺めるとき、ブラックホール自体には個性は無く、その「質量」、「角運動量」、「電荷」の3つの量の値のみで区別がされます。何を落として、ブラックホールが誕生したかは区別できないのです。ブラックホールの進化としては、質量が増えて行く様子、回転が速くなったり遅くなったり、それから(電荷の)帯電量の様子を調べることができるのみです。このブラックホールがもつ3つの情報を、髪の毛にたとえて「ブラックホールは毛が三本」ということもあります。

さて、落ちてしまった物質はどこに行くのでしょうか？ 重力に引かれてどんどん内側に落ちて行きますが、どんなに頑張っても外向きに移動することができません。また、外部に向けて(光速で)救難信号を送っても外界に届きません。ちょうど私達が時間の流れを止めることができないように、ブラックホール内部では空間を内側に移動しなければならないのです。もちろん、私達がその様子を観察することはできません。

そして、回転していないシュバルツシルドブラックホールの場合には、半径ゼロの中心(特異点といいます)に向かって落下して行きます。特異点では、密度などの物理量が無限大の値をもつようになり、我々の知っている物理法則では状態を記述できなくなります。そこでは量子論的な効果が重要になってくるはずですが、この問題は未解決なんです。量子的な揺らぎのため、ブラック

ホールの中心部分はブヨブヨ？しているかもしれませんね。現在の物理学では、「どうせ見えないんだから、どうでもいいじゃん！」という態度 (宇宙検閲官仮説) をとっています。でも本当にそれでいいのかについては異なる意見もあって未解決のままです。

ブラックホール中心までの落下時間

遠方で静止していた冒険者がブラックホールに飛び込んだとして、事象の地平面を通過する際の速度は(ちょうど事象の地平面上にいる観測者が見ると)光速度に達します。この冒険者が事象の地平面から中心に到達するまでの時間は、$6.57\times10^{-6}(M/M_{\odot})$ 秒となる。事象の地平面上で静止状態から落下した場合でも、$16.5\times10^{-6}(M/M_{\odot})$ 秒です。あっというまもないですね。巨大なブラックホールに飛び込んだとしても、ほんの数秒です。しかしながら、$10^{14}M_{\odot}$ (数千個の銀河の質量に匹敵) のブラックホールがあったとして、この中に飛び込んだ場合には約 40 年ほどの旅行ができる事になる。残りの半生をブラックホールで過ごす事ができそうである。

7.2　ブラックホールの中はどうなっているの？

これについて、我々人類が観測的に知識を得ることは、まず不可能でしょう。理論的には、(物理学や数学を駆使して) あれやこれや議論することはできますが、確認のしようがありません。一旦、ブラックホールの内部に入りこんでしまうと、外の世界には戻れないからです。せっかく知った貴重な情報も (地球に向けて) 送れません。ただし、個人的にブラックホール内部の様子を調べることはできます。ブラックホールに落ちてみれば良いのです。元の生活には戻れませんが、世捨人として残りの人生を過ごすつもりであれば、超巨大ブラックホールに入りこめば良いのです。しばしの間かもしれませんが、人類未踏の強重力の世界を堪能することはできます。

ここで、ブラックホール内部での「時間の進み方」について考えてみましょう。既に説明済みですが、物体がブラックホール近傍に近づく程、その時間の進み方が遅くなっていくように見えます (「時間の進み方が遅くなる？」参照)。物体が地平面に到達するには、無限の時間を要することになります。したがって、ブラックホールが物質を吸い込んむところを最後まで観察することはできません。ましてや、ブラックホールに飲み込まれてしまった物質がどなったかを見ることはできません。

しかしながら、落ちてしまった当の本人 (物質にとっては時間の経過は今までと同じで、とくに「事象の地平面」というものの存在を感じずに内部へと侵入して行きます。いま重力が強いところにいることは、潮汐力を通じて知ることができます。この潮汐力は、内側に落下していくにつれ強くなりますが、超超巨大ブラックホールの場合ですと、地上の地平面を通過後かなりの時間、潮汐力の影響が弱いので、「ブラックホール探検記」など執筆する時間的余裕があるかもしれません。しかしながら、もちろんその原稿を地球の読者に送る事などできない相談です。そして、いずれは

潮汐破壊によってあなたの体やその他諸々が粉々に砕かれて、特異点にのみ込まれる事になります。[1]

でも、もしかすると、ブラックホールは「ホワイトホール」につながっているか、あるいは「ワームホール」になっていて、特異点にのみ込まれること無しに別の宇宙空間あるいは別の時代、もしかすると別の宇宙 (パラレルワールド) につながっているかもしれませんね？

＜Q＞ところで、“ブラックホールの中から見た星空” はどの様なものでしょうか？ ブラックホール中心に向かって落ちながら周りを見回すと、同様にブラックホールに落ち込んだ光線が見えて、意外と明るいかもしれませんね？ それとも、暗黒の世界か？
… 皆さんも考えてみてください。

7.3　ホワイトホールってなに？

ブラックホールの存在を予言している数学的な解は、アインシュタイン方程式から得られたものですが、その解の符号を変えた別の解もまたアインシュタイン方程式の解になっている事が知られています[2]。この別解は、ブラックホールとは対照的に、何でも吐き出す性質を持つ解になっています。あたかも “一方通行の膜” で覆われている事情はブラックホールと共通なのですが、その向きがブラックホールの場合とは逆で、外向きなのです (ホワイトホール内部から私達の住む世界に向かって物質が吐き出される？)。このような天体が実際に存在するのか、また通常の恒星と区別できるのかなどは、だれも知りません。

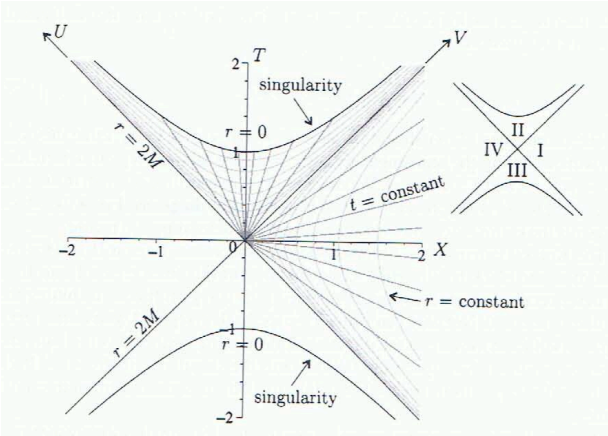


図 7.1: ブラックホールの時空図。

[1] 恒星質量サイズのブラックホールの場合には、ブラックホールの地平面を通過する前に、潮汐破壊によって命を失うでしょう。

[2] この解は、Schwarzschild black hole の時空構造を Kruskal coordinate system を用いて考察する際に得られました。数学的な解ではありますが、物理的対象物として実在するかは不明です。(その意味では、ブラックホール自体も天体観測で証明されたわけでばありませんので同等かもしれませんね。)

7.4　別の宇宙に行けるの？

周りの物質を何でも呑み込む領域を表すが、数学的にはその状況を反転したホワイトホールも存在する。ブラックホールとホワイトホールを単純に結んでワームホールと考えてもよいが、この場合は通過不可能である。電荷を加えたブラックホールでは、通過可能になり得るが、元の場所へは戻ってこられない。また、観測的には、ホワイトホールのような領域の存在を示唆する事実は全くない。

7.5　別の宇宙？（パラレルワールド）

「パラレル・ワールド（平行宇宙）」とは、我々の住んでいる宇宙（時空）から分岐し、それに並行して存在する別の世界（時空）を指します。このアイデアは、しばしば SF 小説などに登場しますが、仮想的である「もしもの世界」を説明抜きに構築するには都合が良いですね。ストーリ設定上で都合の良いパラレルワールドに迷い込んでしまったとするのです。でもそのような世界は、もしかして「実在する」ということはないのでしょうか？

物語の中では、例えば、時代設定や場所、登場人物 (やその性格など) を現実のものと少しだけ変更して、意外性のある面白いシナリオ展開を作るのに用いられます。あくまで「パラレル」なワールドであって、私達の宇宙と交わる事は無いのです。別の宇宙での出来事という事で、私達の常識が通用しない。何でもアリなのです。私達読者は、作家が用意するその意外性を楽しむ事になります。物語では、なにかの拍子に (本来ですと関わりが無いはずの)「パラレルワールド」に迷い込んでしまうというところからストーリーが始まります。例えば、時計を持ったウサギを追いかけていて穴に落ちてしまうとか、かくれんぼしていてクローゼットに隠れたらその奥に雪の王国が広がっていた… などは有名ですね。

あるいは、TV ドラマ「スタートレック・シリーズ」や映画「バック・トゥ・ザ・フューチャー」などの SF 作品にもしばしば登場するネタですが、時空の歪みに落ち込んでしまって、未来が過去に影響を及ぼしてしまうというたぐい (タイムパラドックス) のストーリがありますね。タイムパラドックスの問題の解決策として、パラレルワールドが持ち出されることは SF 小説では珍しくありません。仮に「タイムマシン」や「転送装置」、「ワープ航行」などを、将来の科学技術として認めたとして、タイムパラドックスの問題に立ち返ってみると、もっともらしいロジック (＝面白い！) とも思える半面、よくよく考えてみると、どこかしっくりこない部分が残ります。ハッピーエンドのためとはいえ、人類が長年かけて解明してきた「物理 (自然) の法則」が安易に歪められ過ぎているからかも知れません。

タイムパラドックスを真面目に考えると、我々の知っている物理法則、特に「因果律」を破ってしまい悩ましいのですが、物語の中でも、この点については明解な答えを用意しておりません (で

きないですね)。我々の想像力を越えたところに答えがあるのかも知れません。スタートレック航中艦「ボイジャー」の艦長も『タイムパラドックスの問題はいくつも知っているけれど、(その矛盾を) 考えないようにしている』と漏らしています。物語では多重に折り重なっているパラレルワールドを巧みに渡り歩いてハッピーエンドに向かうのです。

それでは、パラレルワールドなどというものは実在するのだろうか (あるいは実在しそうなのだろうか)…？ 実は、この問題については、物理学の研究者の間でも、その理論的可能性について真面目に議論されているのである。 例えば、量子力学の多世界解釈や、宇宙論の「ベビーユニバース」仮説などである。「ベビーユニバース」というのは、文字どおり「赤ちゃん宇宙」という意味だが、宇宙初期のビッグバンの過程において、この宇宙以外にも他の宇宙 (の赤ちゃん) が無数に泡のごとく生じるというのもである。赤ちゃんの宇宙の中から成長した宇宙もまた多数 (多重に？) 存在するという説である。私達の宇宙は、その中の一つに過ぎないという考えです。

7.6　同じ宇宙の別のところ?(ワームホール)

過去に遡ったどこかに現れる、あるいは未来のどこかか ?(タイムマシン)

歴史を変えることで別の未来ができているが、歴史を変える前の未来は消えているため、パラレルワールドではない (とされているようです)。

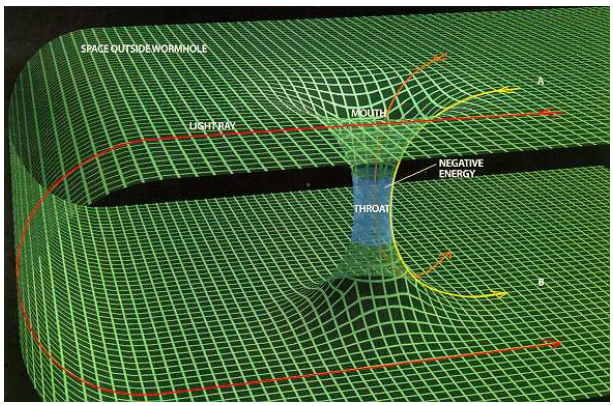


図 7.2: ワームホール。時空上のある 2 点が、時空に空けられた「虫くい穴」によって短絡されている。これを利用することができると、移動距離 (移動時間) を短くできる。(http://ja.wikipedia.org/wiki/ファイル:Worm3.jpgより引用)

あとがき

高校生向け講座としてはちょっと (?) 難しかったかもしれませんね。平易な言葉でわかりやすく書く事を目指していたつもりですが、書いているうちに、つい詳しく書きたくなって (笑)、大学生レベル (一部は大学院レベルも) の内容にまで触れてしまった感があります。他の講座や書籍では味わえないような、本格的な「ブラックホール入門」を目指しました。

「専門的すぎてわからない」とか、「説明が難しいなー」など、それぞれの感想はあるでしょうが、研究の最前線の雰囲気は伝わったでしょうか？この講座が、「大学でもっと勉強してみたい」、「将来は研究者になりたい」、などなど皆さんにとっての一つの目標になれば幸いです。今回の講座の内容が、本当にちゃんと理解できるようになるためには高等学校の時期に何を学んでおくべきなのか、皆さん自身で考えてみる事は、とても有益だと思います。答えは一つではない (ひとそれぞれ) と思います。“周りにいわれるから勉強する” のでなしに、自分なりの「目標」や「夢」を持ってもらいたいものです。学校の先生や、私達 (大学の研究者) は、皆さんのガイド役になることはできますが、あなたの未来を決定するのはあなた自身ですからね。研究の世界で、ぜひ “知的遊び” を楽しんで下さい。

この講座は、日本学術振興会「ひらめき☆ときめきサイエンス」のサポートを受けて実現しました。最先端の研究を紹介する機会を提供していただき感謝致します。高橋労太氏、小林太一氏には、講演および会の運営はもちろん、講演の企画立案においても多大な協力を惜しまず提供していただきました。また、高橋研究室 (2009 年度卒) の近藤さん、富田君、山田君には、このテキストを読んでいただき、問題点を指摘していただきました。さらに運営においても実務的な作業を手伝っていただきました。この講演会が成功したのであれば、両氏および学生の皆さんの協力のなすところが大です。ここに謹んでお礼を申し上げます。また、事務的パートを引き受けて下さった服部氏にも、感謝の意を表したいと思います。さいごに、“リスの子” のイラストを描いてくれた娘の舞菜に「ありがとう！」。

高橋 真聡

参 考 文 献

高校レベル：

- 「 ブラックホールと時空の歪み」キップ· S· ソーン著、林 一、塚原 周信 訳、白揚社
- 高等学校「 物理 II」教科書
- 高等学校「 地学 II」教科書

大学レベル：

- 「 宇宙の科学」 江里口 良治 著、東京大学出版会
- 「 宇宙科学入門」尾崎 洋二 著、東京大学出版会
- 「 一般相対性理論入門: ブラックホール探査」、エドウィン· F· ティラー、ジョン· アンチボルト · ホイラー 著、牧野 伸義 訳、ピアソン· エデュケーション

大学院レベル：

- “Gravitation” C.W.Misner, K.S.Thorne, & J.A.Wheeler, W.H.Freeman and Company: New York (1970)
- “Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars” S.L.Shapiro & S.A.Teukolsky, JohnWiley &Sons: New York (1983)
- “Black Holes: The Membrane Paradigm” K.S.Thorne, R.H.Price, & D.A.Macdonald, Yale Univ. Press: New Haven and London (1986)
- 「 ブラックホール付近で星空を見上げると ？」熊沢尚子、修士論文 (愛知教育大学)、(2007)

ひらめき☆
ときめき
サイエンス
～ようこそ大学の研究室へ～
KAKENHI
JSPS 日本学術振興会
JAPAN SOCIETY FOR THE PROMOTION OF SCIENCE